

不飽和浸透を考慮した体積力法および水圧法による無限斜面法の計算結果に関する検討

CALCULATION RESULTS OF INFINITE SLOPE METHOD
EXPRESSED BY BODY FORCE METHOD / WATER PRESSURE METHOD
CONSIDERED UNSATURATED SEEPAGE BEHAVIOR

津山 雅徳¹・酒匂 一成²・宇都 遼太郎³・伊藤 真一⁴・北村 良介⁵
Masanori TSUYAMA, Kazunari SAKO, Ryotaro UTO, Shinichi ITOU and Ryosuke KITAMURA

¹ 鹿児島大学大学院理工学研究科 (〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40)

E-mail: k2781433@kadai.jp

² 鹿児島大学学術研究院理工学域工学系 (〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40)

E-mail: sako@oce.kagoshima-u.ac.jp

³ 西日本高速道路株式会社 (〒530-0003 大阪府大阪市北区堂島 1-6-20)

E-mail: k7302464@kadai.jp

⁴ 鹿児島大学学術研究院理工学域工学系 (〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40)

E-mail: itou@oce.kagoshima-u.ac.jp

⁵ 鹿児島大学名誉教授 (〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40)

E-mail: k1543396@kadai.jp

Key Words: slope stability analysis, unsaturated soil, seepage force

1. はじめに

近年, 気候変動に伴う異常気象が世界各国で発生している. 日本においても, 梅雨期や台風襲来期において, 各地で局所的な豪雨が生じ斜面崩壊などによる被害がもたらされている. 土砂災害から人々を守るためには, 降雨に伴って, 時々刻々と変化する斜面の安定性を定量的に評価する必要がある. 降雨時の斜面の安定解析として, これまで様々な研究がされてきた^{1),2)}. 1960年代後半には, パーソナルコンピュータを用いた斜面安定解析が数多く実施されるようになり, 現在は, 不飽和浸透解析と斜面安定解析を組み合わせた解析が多く用いられる. 例えば, Zhang³⁾, Collins⁴⁾, Chen and Liu⁵⁾ などが提案した手法があり, 降雨時の時々刻々と変化する斜面の安全率を計算することができるようになっている. しかし, 一般的に用いられている斜面安定解析の式では,

地下水面以下の飽和域は考慮されているが, 地下水面以上の不飽和部分の水の流れに関する取り扱いが不明確である. そこで, Sakoら⁶⁾は, 不飽和土中に作用する浸透力や圧力水頭差による体積力を提案し, Janbu法を用いて解析を行ってきた. また, Utoら⁷⁾は飽和度の変化に対する見かけの粘着力の変化に着目した粘着モデルを用い, 斜面安定解析に取り入れてきた.

本論文では, 不飽和土中に作用する浸透力や圧力水頭差による体積力を考慮した斜面安定解析として無限斜面法における水圧法および体積力法のそれぞれの考え方に対する計算を実施する. 通常, 水圧法および体積力法のいずれも土塊に作用する力学的効果が同じであると言われている³⁾. そこで, 不飽和浸透を考慮した水圧法と体積力法の計算結果が同じかどうかを確認する. また, すべり土塊の飽和度が一樣に変化する場合と地下水位が変動する場合にお

ける計算結果を比較し、提案する手法の適用性について検討する。

2. 体積力法と水圧法における無限斜面法

すべり長さがすべり深さに対して十分大きいような斜面に対して、すべり面を直線と仮定する安定計算方法である無限斜面法を用いて、斜面安定解析を行う。図-1に、飽和した斜面に対する体積力法と水圧法、それぞれの無限斜面に作用する力を示す。ここでは、傾きが β で、地下水面が地表面に一致するような定常浸透流がある場合を考え、底面の長さ l が単位長さ1であるようなスライスに働いている力の釣り合い式を検討する。

はじめに、体積力法で表される無限斜面法について述べる。斜面方向に浸透力 J 、鉛直上向きに浮力 P_v が作用すると考えられ、浸透力 J は、スライス土塊の左右の辺に働くピエゾ水頭差より導出でき、スライス土塊の体積 V に作用する体積力として次式で表される。

$$\begin{aligned} J &= \rho_w \cdot g \cdot i \cdot V = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot (\cos \beta \cdot l \cdot h_w) \\ &= \rho_w \cdot g \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot l \cdot h_w \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 ρ_w :水の密度、 g :重力加速度、 i :動水勾配、 β :斜面の傾斜角、 h_w :地下水位。

浮力については、地下水面以下にある土塊に作用する圧力水頭差より導出することができ、次式のように示される。

$$\begin{aligned} P_v &= \rho_w \cdot g \cdot V = \rho_w \cdot g \cdot (h_w \cdot l \cdot \cos \beta) \\ &= \rho_w \cdot g \cdot \cos \beta \cdot l \cdot h_w \end{aligned} \quad (2)$$

力の釣り合い式より、体積力法における安全率 F_1 が式(3)で表される。

$$F_1 = \frac{c + (W - P_v) \cos \beta \tan \phi}{J + (W - P_v) \sin \beta} \quad (3)$$

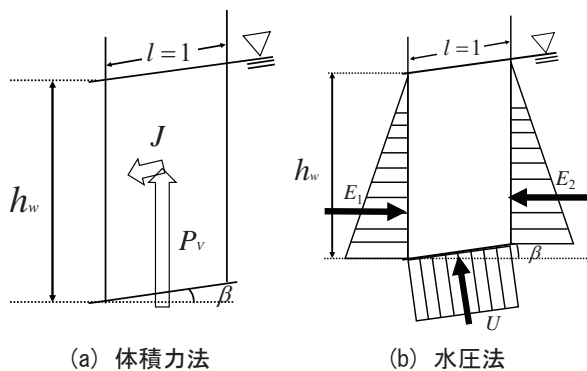


図-1 無限斜面に作用する力(体積力法、水圧法) 8)

ここに、 c :見かけの粘着成分、 W :スライス自重、 ϕ :内部摩擦角。

次に、水圧法による無限斜面法について考える。水圧法の場合、スライス側面に働く水圧の合力 E_1, E_2 とスライス底面に働く水圧の合力 U が作用すると考える。

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot g \cdot l \cdot \cos^2 \beta \cdot h_w^2 \cdot 1 \quad (4)$$

$$U = \rho_w \cdot g \cdot \cos^2 \beta \cdot h_w \cdot 1 \quad (5)$$

力のつりあい式より、水圧法における安全率の式は、式(6)で表すことができる。

$$F_1 = \frac{c + (W \cos \beta - U) \tan \phi}{W \sin \beta} \quad (6)$$

3. 無限斜面法における不飽和浸透の取り扱いについて

従来の体積力法による無限斜面法では、飽和土中の浸透力及び浮力は考慮されてきているが、これらは不飽和土中にも発生していると考えられる。そこで、本論文では地下水面以深の浸透力や浮力だけを考慮するのではなく、地下水面より上部の不飽和領域における浸透力及び圧力水頭差による体積力を考慮する。また、水圧法における無限斜面法においても、すべり面における間隙水圧の合力 U は、地下水位の影響のみが考慮されている。そこで、すべり土塊が不飽和域に存在する場合における間隙水圧の合力の取り扱いについても検討する。

(1) 不飽和土中の浸透力について

飽和土中の浸透力として、単位体積当たりの浸透力を j_{sat} とすると、次式で表される。

$$j_{sat} = \rho_w \cdot g \cdot i \quad (7)$$

また、体積 V の飽和した土塊に作用する浸透力 J_{sat} については、飽和土の単位体積あたりの浸透力 j_{sat} と土塊の体積 V によって算出されることから、次式で表される。

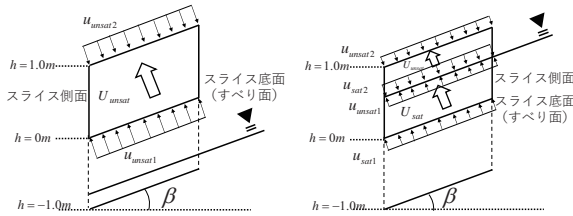
$$J_{sat} = j_{sat} \cdot V = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot V \quad (8)$$

ここに、 J_{sat} : 飽和土中の浸透力、 j_{sat} : 単位体積当たりの浸透力、 ρ_w : 水の密度、 g : 重力加速度。

不飽和土中の浸透力についても、土粒子が間隙水と接触している部分の単位体積当たりの浸透力は式(8)で表すことができると考えられる。そこで、図-2は、飽和土と不飽和土における相構成図を示してい

間隙	土粒子	間隙	土粒子
$V_v = V_w$	V_s	V_a	$V_{s,a}$
		V_w	$V_{s,w}$

(a) 飽和土 (b) 不飽和土
図-2 飽和土と不飽和土の相構成図



(a) スライス底面より地下水位が低い場合 (b) スライス底面より地下水位が高い場合

図-3 水圧法における間隙水圧の合力の取り扱い

る。 V_a は空気の体積、 V_w は水の体積、 V_v は空隙の体積、 V_s は土粒子の体積である。また、不飽和土において、 $V_{s,a}$ は空気と接する土粒子の体積、 $V_{s,w}$ は水と接する土粒子の体積とする。すると、不飽和土中の浸透力は、浸透力が働く体積を水の体積と水と接する土粒子の体積に作用すると考えることで、浸透力が影響を与える体積 V_j とすると、次式で表される。

$$V_j = V_w + V_{s,w} \quad (9)$$

ここに、 V_w : 間隙中の水の体積、 $V_{s,w}$: 水と接する土粒子の体積。

水と接する土粒子の体積 $V_{s,w}$ と土粒子の体積 V_s の比は、飽和度と相関があると考えられ式(9)は、次式のように表される。

$$V_j = S_r \cdot (V_v + V_s) = S_r \cdot V \quad (10)$$

よって、不飽和土中の浸透力 J_{unsat} は次式となる。

$$J_{unsat} = j_{sat} \cdot V_j = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot S_r \cdot V \quad (11)$$

(2) 不飽和領域における圧力水頭差による体積力

地下水以深における浮力は、次式で示される。

$$P_{v,sat} = \rho_w \cdot g \cdot V = \rho_w \cdot g \cdot (V_w + V_s) \quad (12)$$

ここに、 $P_{v,sat}$: 飽和土中の浮力。

不飽和土中においても間隙水圧が発生していることから、浮力に似た体積力が働くと考えられ、ここでは、圧力水頭差による体積力と定義する。そこで、式(10)を式(12)に適用させると、次式が得られる。

$$P_{v,unsat} = \rho_w \cdot g \cdot (V_w + V_{s,w}) = \rho_w \cdot g \cdot S_r \cdot V \quad (13)$$

ここに、 $P_{v,unsat}$: 不飽和土中の圧力水頭差による体積力。

式(3)で表される安全率の式に、上述した飽和土・不飽和土の浸透力や圧力水頭差による体積力の式を代入することで、体積力法における安全率の値を求めることができる。

(3) すべり面上における間隙水圧の合力の取り扱いについて

ここでは、水圧法による無限斜面法(式(6))で用いられる間隙水圧の合力 U について、不飽和の影響を考慮する方法について検討する。地下水面がすべり面よりも上にある場合の飽和域においては、地下水面とすべり面の距離に応じて正の間隙水圧 u_{sat} が生じ、無限斜面法の力の釣合いを考える際のスライスの底面(断面積 $A=1 \times 1$) に作用する間隙水圧の合力は次式で表される。

$$U_{sat} = u_{sat} \times A \quad (14)$$

ここに、 U_{sat} : 地下水面下のスライス底面に作用する間隙水圧の合力、 u_{sat} : スライス底面における間隙水圧、 A : スライス底面の断面積。

一方、スライス底面(すべり面)よりも地下水位が下にある場合においては、スライス底面には負の間隙水圧 u_{unsat} が作用していると考えられる。本論文では、負の間隙水圧が地下水面からの距離に比例すると仮定しています。

ここで、水圧法における間隙水圧の合力の取り扱いを図-3に示す。スライス底面に作用する間隙水圧の合力を考える場合、スライス底面には間隙空気と間隙水が接していることから、スライス底面において間隙水が接している面積は飽和度に依存すると考えられる。スライス底面とスライス上面に働く間隙水圧を u_{unsat1} 、 u_{unsat2} とすると、各々の地点における飽和度を求めて、間隙水圧の合力 U_{unsat1} 、 U_{unsat2} は次式でそれぞれ表される。

$$U_{unsat1} = u_{unsat1} \times S_{r1} A \quad (15)$$

$$U_{unsat2} = u_{unsat2} \times S_{r2} A \quad (16)$$

式(15)と式(16)より、スライス底面とスライス上面に働く間隙水圧の合力が計算できるため、土塊に働く正味の間隙水圧の合力は次式で表される。

式(17)で得られた間隙水圧の合力が地下水位に応じて、水圧法による無限斜面法(式(6))で用いられる。なお、図-1(b)におけるスライス側面に作用する間隙水圧の合力 E_1, E_2 は、式(6)を導く過程で相殺されている。

また、地下水面がすべり面よりも上にある場合については、図-3(b)のように、飽和域および不飽和域それぞれにおいて、間隙水圧の合力を求めることに

試料	川内しらす
土粒子密度(g/cm^3)	2.58
間隙比	1.395
粘着成分(kPa)	4.2
内部摩擦角($^\circ$)	35.0

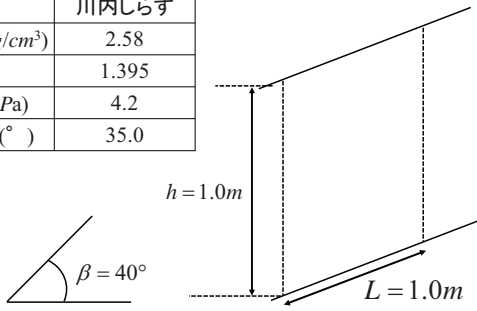


図-4 斜面形状と試料条件

$$U_{unsat} = U_{unsat1} - U_{unsat2} \quad (17)$$

なる。

4. 体積力法と水圧法における斜面安定解析の比較

本章では、提案した不飽和浸透を考慮した斜面安定解析の特徴を把握するため、1) 飽和度が一樣に変化する場合、2) 地下水位が上昇する場合について計算を行う。

(1) 計算条件

すべての解析において、図-4に示すような斜面形状と試料条件の下で無限斜面法における斜面安定解析を行った。なお、見かけの粘着成分は、飽和度によって変化しないものとした。また、すべり土塊の重量については不飽和域の飽和度に応じた重量が考慮されている。

(2) 飽和度が一樣に変化する条件

はじめに、現実的ではないが、簡単のために斜面内の飽和度が一樣に変化するという条件の下で解析を行い、不飽和域における浸透力、圧力水頭差による体積力を考慮することで安全率にどのような影響を与えるかどうか確認する。また、解析については、飽和域のみを考慮した体積力法(Case1)、不飽和域・飽和域を考慮した体積力法(Case2)、飽和域のみを考慮した水圧法(Case3)、不飽和・飽和域を考慮した水圧法(Case4)として計算を行う。図-5に各ケースにおける浸透力、圧力水頭差による体積力、間隙水圧の合力の取り扱いをまとめる。斜面内の飽和度については、飽和度を0%から、10%ずつ増加させ、飽和度が100%未満の状態を不飽和土、飽和度が100%に達した状態を飽和土として、解析を行う。計算結果を図-6に示す。

図-6から、Case1とCase3が同じ安全率の結果を示すことから、飽和域のみを考慮した水圧法および

	体積力法		水圧法	
	Case1	Case2	Case3	Case4
不飽和	$J_{unsat} = 0$ $P_{v,unsat} = 0$	$J_{unsat} = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot S_r \cdot V$ $P_{v,unsat} = 0$	$U_{unsat} = 0$	
地下水面				
飽和	$J_{sat} = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot V$ $P_{v,sat} = \rho_w \cdot g \cdot V$		$U_{sat} = u_{int} \cdot A$	

図-5 体積力法および水圧法における浸透力、圧力水頭差による体積力、間隙水圧の合力の取り扱い

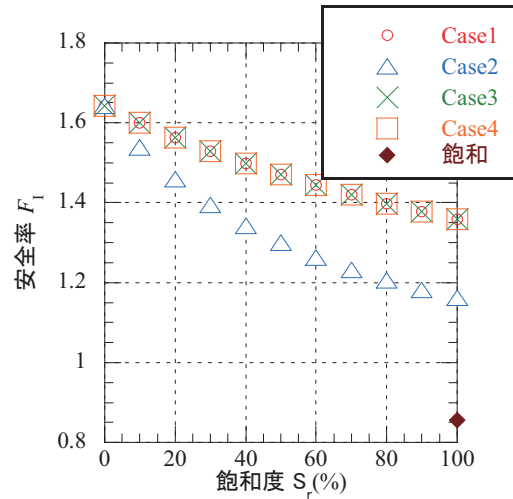


図-6 飽和度と安全率の関係

体積力法による無限斜面法は、従来通り、同じ結果となることわかる。また、不飽和域・飽和域を考慮した体積力法であるCase2については、飽和域のみを考慮した体積力法であるCase1よりも低い安全率を示すことから、不飽和域の体積力と圧力水頭差による体積力が作用することで、安全率が低下すると考えられる。加えて、不飽和域・飽和域を考慮した水圧法であるCase4については、斜面内の飽和度が一樣に変化するという条件で解析を行っているため、間隙水圧が土塊内で等しくなる。そのため、圧力水頭が一定となるため、圧力水頭差による体積力は働かない。このことから、不飽和域では水圧を表すことができないため、飽和域のみを考慮した水圧法であるCase3と同じ結果を示した。また、図-6に簡単な計算のための浸透力のみを考慮したCase1~Case4とは異なり、圧力水頭差による体積力を考慮した飽和の点を示す。これより、安全率に大きな差がでることから、現実的な解析では、圧力水頭差による体積力を考慮する必要がある。

(3) 地下水位が上昇する場合

つぎに、より現実的な条件の下で解析を行うために、地下水位が変動する場合の安全率について、解

	体積力法		水圧法
	CaseA		CaseB
地下水位以上の不飽和域	$J_{unsat} = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot S_r \cdot V$ $P_{v,unsat} = \rho_w \cdot g \cdot S_r \cdot V$	スライス底面が不飽和	$U_{unsat} = u_{unsat} \cdot A$
地下水面			
地下水位以下の飽和域	$J_{sat} = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot V$ $P_{v,sat} = \rho_w \cdot g \cdot V$	スライス底面が飽和	$U_{sat} = u_{sat} \cdot A$

図-7 体積力法および水圧法における浸透力，圧力水頭差による体積力，間隙水圧の合力の取り扱い

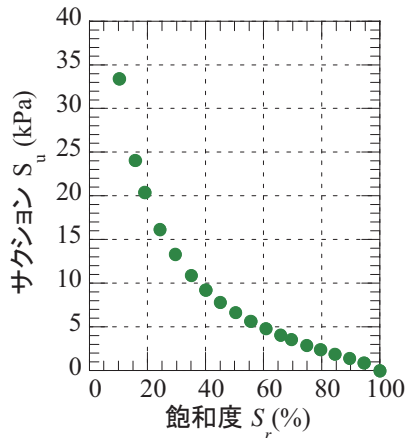


図-8 水分特性曲線

析を行う。すべり面（スライス底面）の位置を 0m として，鉛直下向きに-1.0m，鉛直上向きに+1.0m と高さを設定する。解析については，不飽和域・飽和域を考慮した体積力法(CaseA)，不飽和・飽和域を考慮した水圧法(CaseB)として計算を行う。図-7 に各ケースにおける浸透力，圧力水頭差による体積力，間隙水圧の合力の取り扱いをまとめる。地下水位は斜面の傾斜角と同じ角度で存在し，平行に変動すると仮定する。また，すべり土塊の重量の計算において，不飽和土部分の飽和度については，地下水位からの距離に応じて負の間隙水圧が生じるものとし，水分特性曲線（図-8）を利用して飽和度を設定し，不飽和領域内での平均飽和度を用いて計算を行った。不飽和域での飽和度設定に用いる水分特性曲線については，数値力学モデル⁹⁾による計算結果を用いて設定した。

計算結果を図-9 に示す。不飽和領域を考慮した体積力法（CaseA）と水圧法（CaseB）では，安全率に差が生じた。

この結果は，体積力法では，式(12)，式(13)中の飽和度として，スライス土塊の平均値が用いられ，一方で，水圧法では，式(15)，式(16)，式(17)中の飽和度には，それぞれの場所の飽和度が用いられていることが影響していると考えられる。CaseA に対する

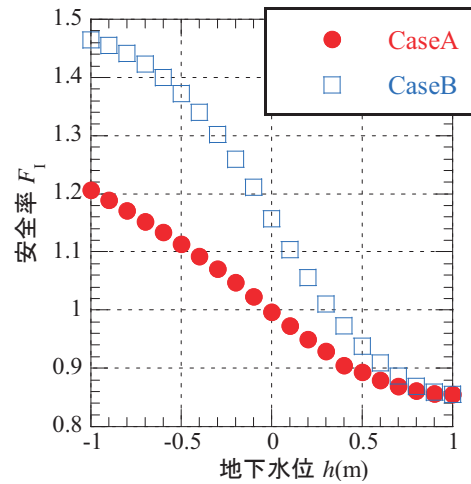


図-9 地下水位と安全率の関係

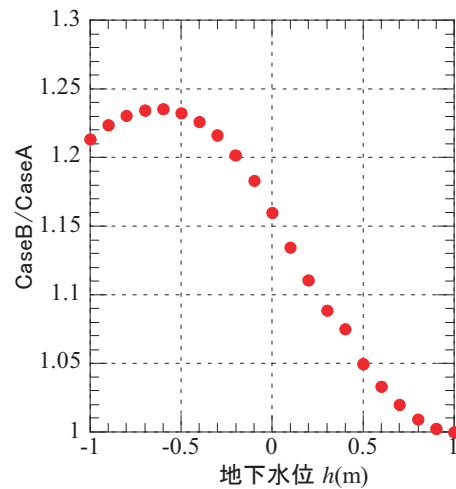


図-10 CaseA の計算結果に対する CaseB の計算結果

CaseB の比率を図-10 に示す。図-10 より，地下水位が地表面付近にある際には，ほぼ同じ値が得られているが，地下水面が下がるにつれて，徐々に安全率の結果に差が表れていくが，スライス土塊が乾燥状態に近づいていくと，CaseA と CaseB の結果の差が少なくなることがわかる。乾燥状態の場合には，CaseA と CaseB の結果は同じ値になると思われる。この挙動は，先に述べたように飽和度の取り扱いが影響していると考えられ，さらに水分特性曲線の特徴に影響されると思われる。

5. おわりに

本論文では，降雨によって時々刻々と変化する斜面の安定性を定量的に評価するために，不飽和土中の浸透力および圧力水頭差による体積力および不飽和領域の間隙水圧の合力を考慮した無限斜面法による斜面安定解析手法を提案し，数値計算結果から，

不飽和土中の浸透力・圧力水頭差による体積力を考慮することの重要性を示した。

本論文の検討結果より、以下の知見が得られた。

- 1) 飽和度が一樣に変化する斜面の安定解析結果より、不飽和浸透を考慮した体積力法の結果は従来の飽和域のみの安定解析よりも、低い安全率を示すことがわかった。また、不飽和浸透を考慮した水圧法については、飽和度が一樣に変化するような状態では、不飽和浸透を考慮できないことがわかった。
- 2) 地下水位が斜面と平行に変動する条件においては、不飽和浸透を考慮した水圧法と体積力法において、結果に違いが生じた。この条件において、水圧でも不飽和浸透を考慮することはできているが、水圧法と体積力法で飽和度の取り扱いが異なることが結果の違いに影響を与えていると考えられる。

今後の課題として、水圧法および体積力法において、不飽和浸透を考慮する際の飽和度の取り扱いについて、再度検討が必要である。また、提案する不飽和土中の浸透力、圧力水頭差による体積力、間隙水圧の合力などについて、その妥当性について検討したい。

謝辞：本研究は、国土交通省河川砂防技術研究開発地域課題分野（河川）（シラス堤防の浸透および浸透に対する安定性に関する検討、代表：酒匂一成）の援助を得た。ここに謝意を示す。

参考文献

- 1) Duncan, J.M.: State of the art: Limit equilibrium and finite element analysis of slopes, *ASCE Journal of Geotechnical Engineering*, Vol.122, No.7, pp.577-596, 1996.
- 2) Kitamura, R., Sako, K.: Contribution of “Soils and foundation” to studies on rainfall-induced slope failure, *Soils and Foundations*, Vol.50, No.6, pp.955-964, 2010.
- 3) Zhang, L.L., Fredlund, D.G., Zhang, L.M. and Tang, W.H.: Numerical study of soil conditions under which matric suction can be maintained. *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.41, No.4, pp.569-582, 2004.
- 4) Collins, B.D. and Znidarcic, D.: Stability analyses of rainfall induced landslides, *ASCE Journal of Geotechnical and Environmental Engineering*, Vol.130, No.4, pp.362-372, 2004.
- 5) Chen, H.J. and Liu, S.H.: Slope failure characteristics and stabilization methods, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.44, No.4, pp.377-391, 2007.
- 6) Sako, K., Tabata, M., Kitamura, R., Niisaka, M.: Slope stability analysis by considering unsaturated seepage force in unsaturated slope, *Proc. of the sixth International Conference on Unsaturated Soils (UNSAT2014)*, pp.1279-1285, 2014.
- 7) Uto, R., Sako, K., Kitamura, R.: A Study on Slope Stability Analysis Considering Seepage Force, Buoyance and Apparent Cohesion of Unsaturated Soils, *Proceedings of the First Joint Seminar on Landslide, Flood Disasters and the Environmental Issues*, No.S2-2, 2017.
- 8) 社団法人地盤工学会編：入門シリーズ14斜面安定解析入門, pp.40-45.1989.
- 9) Sako, K., Kitamura, R.: A practical numerical model for seepage behavior of unsaturated soil, *Soils and Foundations*, Vol.46, No.5, pp.595-604, 2006.

(2018. 5. 18 受付)