

融合粒子フィルタによって推定された 浸透解析モデルの有用性の確率論的検証

PROBABILISTIC VERIFICATION OF AVAILABILITY TO ESTIMATE
SEEPAGE ANALYSIS MODEL BASED ON THE MERGING PARTICLE FILTER

伊藤 真一¹・小田 和広²・小泉 圭吾³・櫻谷 慶治⁴・酒匂 一成⁵

Shinichi ITO, Kazuhiro ODA, Keigo KOIZUMI, Keiji SAKURADANI and Kazunari SAKO

¹ 鹿児島大学学術研究院理工学域工学系 (〒890-0065 鹿児島県鹿児島市郡元 1-21-40)

E-mail: itou@oce.kagoshima-u.ac.jp

² 大阪産業大学大学院工学研究科 (〒574-8530 大阪府大東市中垣内 3-1-1)

E-mail: oda@ce.osaka-sandai.ac.jp

³ 大阪大学大学院工学研究科 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1)

E-mail: koizumi@civil.eng.osaka-u.ac.jp

⁴ 西日本高速道路株式会社関西支社 (〒567-0871 大阪府茨木市岩倉町 1-13)

E-mail: k.sakuradani.aa@w-nexco.co.jp

⁵ 鹿児島大学学術研究院理工学域工学系 (〒890-0065 鹿児島県鹿児島市郡元 1-21-40)

E-mail: sako@oce.kagoshima-u.ac.jp

Key Words: *merging particle filter, seepage analysis model, field measurement*

1. はじめに

近年, センサの小型化・低コスト化により, 現地斜面にセンサを埋設し, 体積含水率や間隙水圧などを現地計測するシステムが普及している(例えば¹). さらに, 無線通信技術の発達により, 計測されたデータを遠隔地でリアルタイムに把握することも可能となっている(例えば²). つまり, 現地斜面における土中水分量の時系列データを入手することで, 斜面の監視が可能となっている. このような斜面監視システムは, 斜面崩壊発生の危険性が高まる異常降雨時を対象としているが, システムそのものは常時活動を基本としている. そのため, 斜面崩壊を引き起こさないような発生頻度の高い通常降雨時の計測結果は膨大に蓄積されることとなる. 本来の目的からすれば, それらは破棄されるか死蔵されるかのいずれかである. ここで, この膨大に蓄積された通常降雨時の計測結果を有効活用して, 異常降雨時における土中水分量を適切に予測することができれば, 斜面監視システ

ムのさらなる普及の一助となるだけでなく, 斜面防災対策にも有用であると考えられる.

蓄積された現地計測結果を有効活用するための方法論として, 現地計測と数値解析を組み合わせるといものが考えられる. 図-1 は現地計測と数値解析の組み合わせの概念図を示している. これは, 過去から現在までに蓄積された現地計測結果を使って斜面の監視を行うと同時に, 数値解析(本研究では, 飽和不飽和浸透流解析)に必要なパラメータなどを適切に推定しておくことで, 任意の降雨時における土中水分量も予測するというものである. このような現地計測結果を適切に再現できる数値解析モデルを推定しておくという考え方は, 松尾ら³)によっても提案されている. 実際に, 現地計測結果を用いた土壌水分特性に関するパラメータ(以下, 土壌水分特性パラメータと呼ぶ)の推定を試みた研究は幾つか行われている(例えば⁴). しかし, 推定された土壌水分特性パラメータを用いて現地計測結果を適切に再現できた事例は多くない.

筆者らはこれまでに、逐次型データ同化手法の一種である粒子フィルタ⁵⁾を用いて、体積含水率の現地計測結果に基づく土壌水分特性パラメータのデータ同化を行ってきた⁶⁾。その結果、データ同化を行うことで、土質の異なる様々な斜面に対して、現地計測結果を適切に再現できる土壌水分特性パラメータの推定が可能であることを明らかにしている⁷⁾。これらの既往の研究では、土壌水分特性パラメータの確率分布を推定し、その確率分布の代表値を用いることで、現地計測結果に対する再現性を評価していた。しかし、本質的には、降雨量や体積含水率などの現地計測結果は計測誤差を含んでいる。また、数値解析に関しても、シミュレーションモデルは実現象を完全に表現できるわけではない⁸⁾。このため、土壌水分特性パラメータの代表値を用いて決定論的な数値解析を行うよりも、土壌水分特性パラメータの確率分布を用いてモンテカルロシミュレーション (Monte Carlo Simulation, 以下 MCS と呼ぶ) を行い、それによって算出される解析値を確率分布として評価し、その平均やバラツキによって計測結果との誤差を評価する方が望ましいと考えられる。

本研究では、そのような確率論的な議論における基礎研究として、粒子フィルタを発展させた融合粒子フィルタ⁹⁾ (Merging Particle Filter, 以下 MPF と呼ぶ) を用いて、体積含水率の現地計測結果に基づく浸透解析モデルのデータ同化を行い、それによって推定されたモデルの有用性を確率論的に検証する。具体的には、まず、データ同化は行わずに MCS のみを行った場合の体積含水率の確率分布と、MPF によるデータ同化を行って得られる体積含水率の確率分布をそれぞれ算出する。そして、それらの確率分布の現地計測結果に対する再現性や解析のバラツキを比較することで、MPF によるデータ同化の有用性について明らかにする。また、データ同化に用いた計測結果よりも強い降雨時における数値解析も行って、推定された浸透解析モデルによる解析的外挿の可能性についても検証する。

2. 解析手法

(1) 飽和不飽和浸透流解析

本研究では、シミュレーションモデルとして飽和不飽和浸透流解析を用いる。不飽和状態での雨水浸透は重力方向の流れが卓越すると仮定し、不飽和土中の連続式である Richards 式¹⁰⁾を、式(1)に示すように鉛直次元状態に簡略化し、有限要素法を用いて解いている。

$$C \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \right\} \quad (1)$$

ここに、 C は比水分容量 ($=\partial\theta/\partial\psi$) であり、 θ は体積含水率、 ψ は圧力水頭を表している。 t は時間、 z は上向き正の鉛直座標、 k は不飽和透水係数である。水分特性曲線モデルとしては式(2)に示す van Genuchten モデル¹¹⁾を、不飽和透水係数モデルとしては式(3)に示す Mualem モデル¹²⁾を用いている。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left\{ \frac{1}{1 + (-\alpha \cdot \psi)^n} \right\}^{1-\frac{1}{n}} \quad (2)$$

$$k = k_s \cdot S_e^{0.5} \cdot \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1-\frac{1}{n}} \right\}^2 \quad (3)$$

ここに、 S_e は有効飽和度、 θ_s は飽和体積含水率、 θ_r は残留体積含水率である。 α と n は水分特性曲線の形状を与えるパラメータであり、 k_s は飽和透水係数を表している。

(2) 融合粒子フィルタ (MPF)

MPF は、システムの状態に関する確率分布を粒子と呼ばれる多数の実現値集合で近似的に表現し、ベイズの定理を応用して各粒子の時間推移を数値的に表現するデータ同化手法である。粒子とは、数値解析モデル (初期条件、境界条件、パラメータなど) の情報と、各モデルにおいてシミュレーションを行って得られる各時刻の物理量を情報として有したものである。図-2 は MPF の概念図を示している。MPF では、(a)Prediction, (b)Filtering, (c)Resampling, (d)Merging の 4 つの手順を逐次繰り返す。(a)Prediction では、粒子数分のシミュレーションを時刻 t から $t+1$ まで 1 ステップだけ行う。つまり、本研究では、土壌水分特性パラメータが異なる多数の飽和不飽和浸透流解析を並列に行う。(b)Filtering では、計測結果に対する解析結果の適合度に基づいて、各粒子に対する尤度を計算する。すなわち、図-2(b)に示すように、計測データと解析結果の誤差が小さ

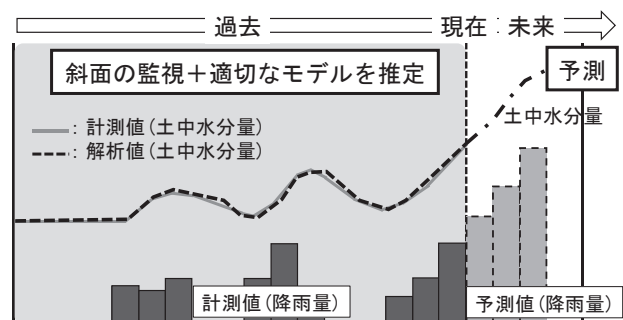


図-1 現地計測と数値解析の組み合わせの概念図

い粒子に対する尤度は大きくなり、誤差が大きい粒子に対する尤度は小さくなる。(c)Resampling では、各粒子の尤度に基づいて、復元抽出を行う。この際、粒子数を N 個とすると、MPF では、 $l \times N$ 個 (l は 3 以上の整数) のサンプルを抽出する。最後に(d)Merging を行い、 $l \times N$ 個のサンプルを、 l 個ずつの組にして、それぞれの組ごとに重み付き和をとることで、 N 個の粒子を再度生成する。つまり、(c)Resampling の段階では $l \times N$ 個のサンプルが存在するが、(d)Merging を行うことで、次の時刻の (a) Prediction を行う前に粒子数は N 個となるため、全ての時刻において N 通りのシミュレーションが行われる。重み付き和をとる際の重み $\{\alpha_j\}$ については、

$$\sum_{j=1}^l \alpha_j = 1, \quad \sum_{j=1}^l \alpha_j^2 = 1 \quad (4)$$

を満たすように与える。本研究では、既往の文献⁸⁾を参考にして、 $l=3$ として、重みに関しては、

$$\alpha_1 = \frac{3}{4}, \quad \alpha_2 = \frac{\sqrt{13} + 1}{8}, \quad \alpha_3 = -\frac{\sqrt{13} - 1}{8} \quad (5)$$

と設定した。MPF では、以上の 4 つの手順を繰り返すことで、計測結果との適合度が高まるように多数の粒子で近似された確率分布が逐次修正される。MPF に関する詳細な説明は参考文献¹³⁾を参照されたい。

3. 現地計測結果

本研究で対象とした現場は高速道路沿いの新設のり面で、切土間の谷筋を盛土材で埋めて建設された盛土斜面である。写真-1 は現地計測の様子を示している。2017 年 11 月 3 日から現地計測を行っている。本研究では、写真中の ID6 で計測されたデータを計測結果として用いた。ID6 には深度 20cm, 40cm, 60cm に土壤水分計が埋設されており、各深度における体積含水率を 10 分間隔で計測している。また、転倒ます型雨量計を用いて、降雨量も 10 分間隔で現地

計測している。図-3 は 2018 年 4 月 4 日から 4 月 16 日までの 12 日間の現地計測結果を示している。2 日目から 3 日目にかけてまとまった雨が降り、体積含水率が上昇している。その後、11 日目頃に、これまでよりも強い雨が降り、全ての深度で体積含水率が最大の値を示している。本研究では、図-3 における 10 日目までの計測結果を用いてデータ同化を行い、最後の 2 日間のデータは、推定されたモデルによる解析的外挿の可能性を検証するために用いることとした。

4. 解析結果

(1) モデル化とデータ同化の条件

図-4 は本研究で用いた一次元解析モデルを示している。不飽和状態では、重力方向の流れが卓越すると仮定して¹⁴⁾、このようなモデル化を行った。モデル上部には降雨境界、モデル底面には自由排水境界、モデル側面には非排水境界を設定した。降雨境界には、現地の転倒ます型雨量計で計測された降雨量を全て与えた。自由排水境界は、境界上の節点と境界の下に位置する仮想節点の圧力勾配が 0 であり、位置水頭の差によって排水を行う境界条件である。なお、このような一次元でのモデル化は、雨水浸透により地下水位が上昇した場合には実現象を再現する



写真-1 現地計測の様子

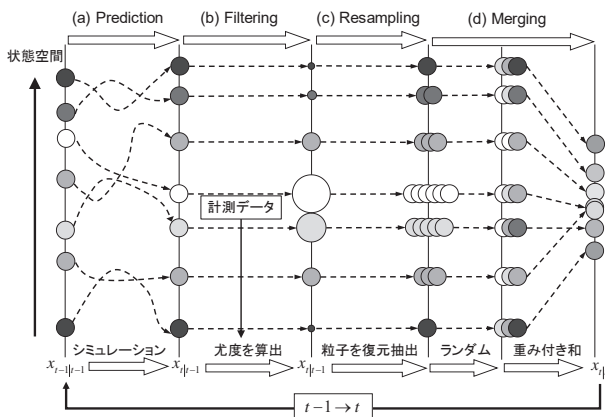


図-2 MPF の概念図

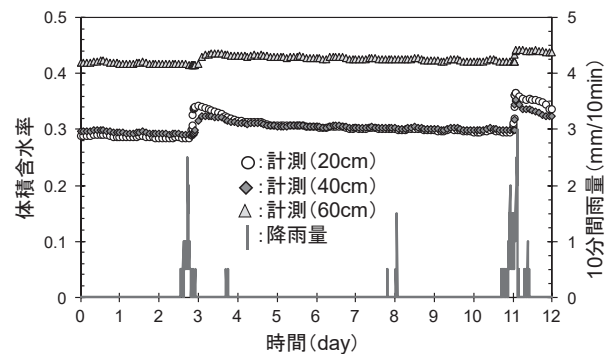


図-3 現地計測結果

ことはできない。しかし、不透水基盤が十分に深く不飽和状態での重力方向の浸透が卓越する場合には有効な境界条件である。初期条件としては、モデル上層には深度 20cm において計測された体積含水率の値 $\theta_{r=0}^{20cm}$ を、モデル中間層には深度 40cm における計測値 $\theta_{r=0}^{40cm}$ を、モデル下層には深度 60cm における計測値 $\theta_{r=0}^{60cm}$ を与えた。本研究では、合計 500 個の粒子を用いて、MPF によるデータ同化を行った。表-1 は最初に作成した粒子における土壌水分特性パラメータの変動幅を示している。この範囲内において一様乱数により 500 通りのランダムなパラメータの組み合わせを作成した。なお、この変動幅は既往の研究⁷⁾や現地計測結果を参考にして設定した。MPF を用いたデータ同化結果には、計測結果に対する誤差の許容幅である観測ノイズと呼ばれる確率分布が大きく影響する。観測ノイズは MPF の 4 つの手順における (b)Filtering で用いられ、この確率分布に基づいて各粒子の尤度が求められる。本研究では、観測ノイズとしては正規分布を仮定し、平均 $\mu=0$ 、標準偏差 $\sigma=0.0178$ とした。標準偏差 σ の値は、3 深度の計測結果の変動幅の合計値の 20% である。この 20% という値は、標準偏差 σ を計測結果の変動幅の合計値の 10%, 20%, 30%, 40%, 50% と変更してそれぞれデータ同化を行って、それらのデータ同化結果を比較することで決定した。

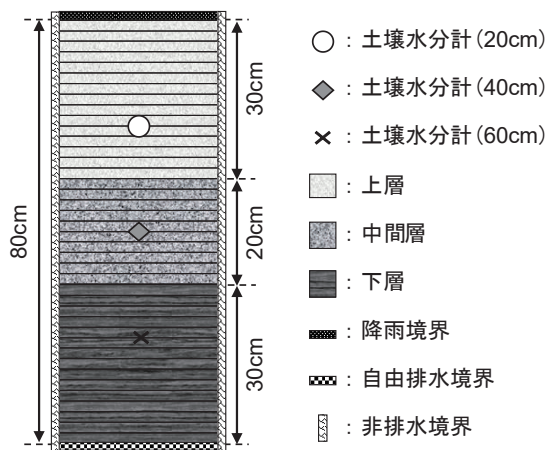


図-4 一次元解析モデル

表-1 最初に作成した粒子における土壌水分特性パラメータの変動幅

	θ_s	θ_r	α (1/cm)	n	k_s (cm/min)
上層	0.40 - 0.60	0.00 - 0.25	0.05 - 0.15	1.20 - 1.80	0.60 - 6.00
中間層	0.40 - 0.60	0.00 - 0.25	0.05 - 0.15	1.20 - 1.80	0.60 - 6.00
下層	0.50 - 0.70	0.10 - 0.35	0.05 - 0.15	1.20 - 1.80	0.60 - 6.00

(2) データ同化結果と MPF の有用性の検証

図-5 はデータ同化を行わずに MCS のみを行った場合の各深度における計測結果と解析結果の比較を示している。図中の実線は 500 通りの数値解析の平均値 μ を示しており、点線は平均値から $\pm\sigma$ (標準偏差) の範囲を示している。表-1 に示した土壌水分特性パラメータの変動幅が大きいため、解析の平均値は現地計測結果との間に大きな誤差があり、そのバラツキも大きいことが確認できる。図-6 は 10 日目までの現地計測結果を用いてデータ同化を行った場合の各深度における計測結果と解析結果の比較を示している。全ての深度において、解析の平均値は計測結果を概ね良好に再現できているといえる。解析のバラツキに関しても、2 日目頃までは $\pm\sigma$ の範囲が

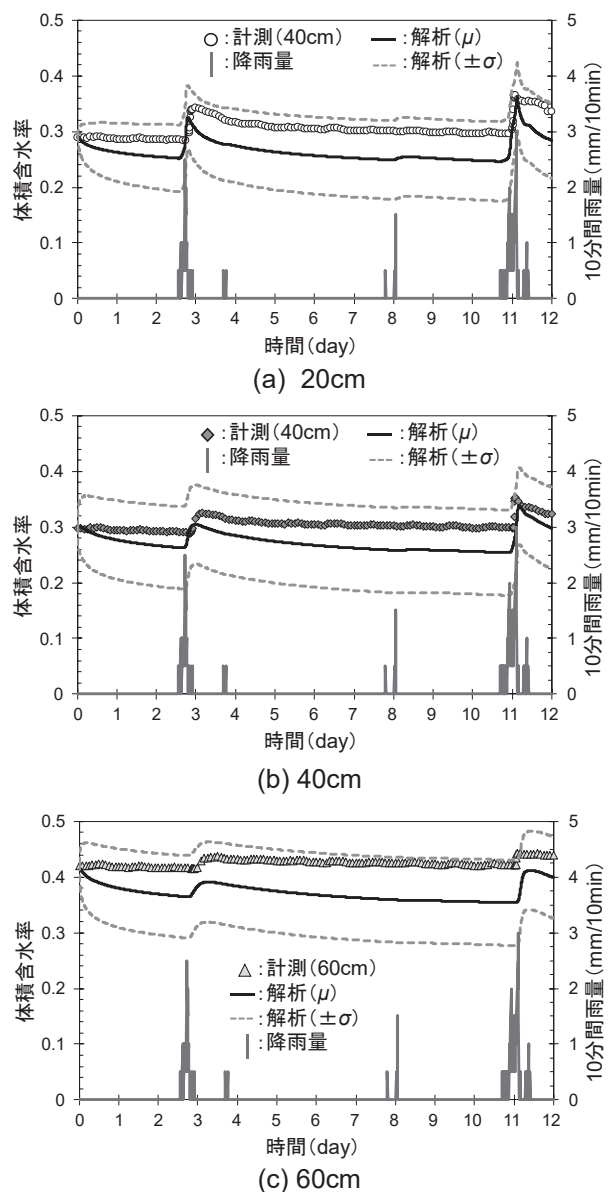


図-5 データ同化を行わなかった場合の各深度における計測結果と解析結果の比較

大きいものの、その後はデータ同化によってモデルが修正されることで、バラツキは小さくなっている。また、推定されたモデルによる解析的外挿の可能性を検証するために用いた10日目から12日目までのデータに関しては、深度60cmは体積含水率を若干過大に推定しているものの、図-5と比較すると、十分な精度で計測結果を再現できている。

より定量的な評価を行うために、2日ごとの、計測結果と解析の平均値との平均絶対誤差 MAE と、解析の平均的なバラツキ $E[2\sigma]$ を算出した。それぞれ式(6)と式(7)を用いて値を算出した。

$$MAE = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M |\mu^{(i)} - \theta_{obs}^{(i)}| \quad (6)$$

$$E[2\sigma] = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M 2\sigma^{(i)} \quad (7)$$

ここに、 M は計測結果の個数であり、2日間(2880分)では288個の計測結果が存在する。 $\theta_{obs}^{(i)}$ は各時刻における体積含水率の計測値を表している。 $\mu^{(i)}$ と $\sigma^{(i)}$ は各時刻における解析の平均値と標準偏差である。表-2はデータ同化を行わなかった場合の2日ごとの各深度における MAE と $E[2\sigma]$ を示しており、表-3はデータ同化を行った場合のそれを示している。これらの結果から、データ同化を行わない場合では、時間の経過に伴って、MAE と $E[2\sigma]$ が増加していく傾向があるのに対して、データ同化を行うことによって、MAE も $E[2\sigma]$ も減少させることができているといえる。表-4はデータ同化を行った場合と行わなかった場合における全期間(0日目から12日目)の MAE と $E[2\sigma]$ の平均値と、データ同化を行った場合におけるそれらの値をデータ同化を行わなかった場合のそれと除した割合を示している。同表より、観測ノイズとして平均 $\mu=0$ 、標準偏差 $\sigma=0.0178$ の正規分布を仮定して、500個の粒子を用いた MPF によるデータ同化を行うと、データ同化を行わなかった場合と比較して、MAE を15%から30%程度に減少させることができ、 $E[2\sigma]$ も20%から25%程度に抑えることができることが分かった。これに加えて、計測結果自体の変動幅が20cmでは0.0830、40cmでは0.0659、60cmでは0.0286であることを考慮すると、データ同化を行った場合に生じる MAE や $E[2\sigma]$ は小さな値であり、MPFによるデータ同化が有用であることが確認できた。最後に、推定されたモデルの解析的外挿の可能性を検証するために用いた10日目から12日目までの結果に着目すると、MAEに関しては、表-4のデータ同化を行った場合とそれほど大きな差はない。 $E[2\sigma]$ に関しても、全期間の平均値よりも小さ

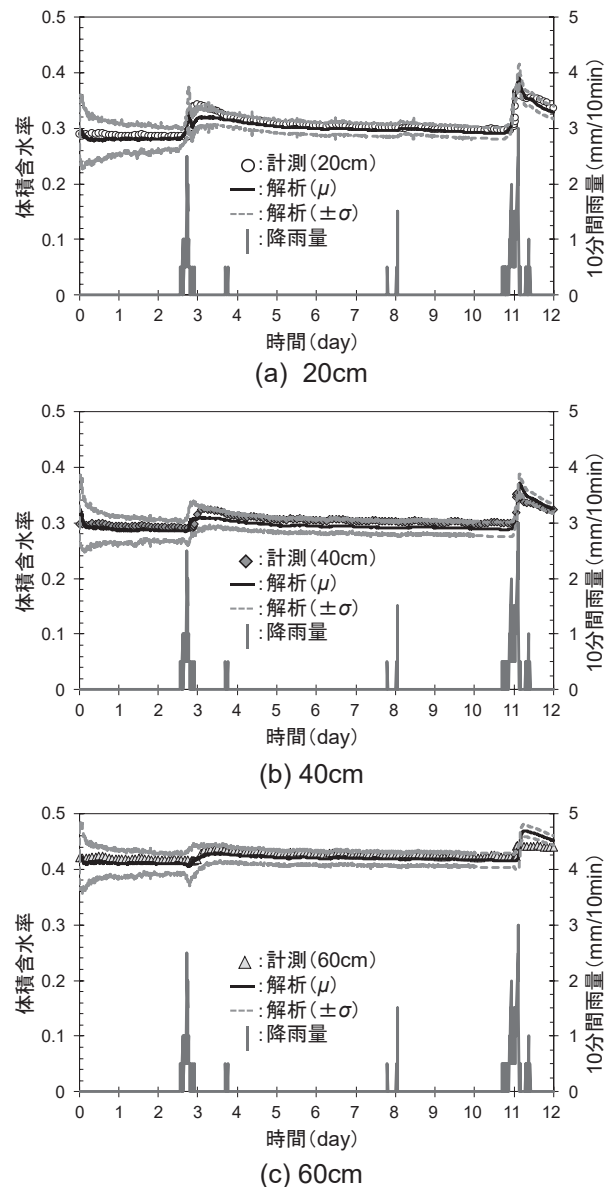


図-6 データ同化を行った場合の各深度における計測結果と解析結果の比較

表-2 各深度の MAE と $E[2\sigma]$ (データ同化なし)

		期間(day)					
		0~2	2~4	4~6	6~8	8~10	10~12
MAE	20cm	0.0225	0.0374	0.0450	0.0501	0.0472	0.0438
	40cm	0.0166	0.0242	0.0329	0.0416	0.0432	0.0325
	60cm	0.0362	0.0466	0.0552	0.0638	0.0668	0.0543
$E[2\sigma]$	20cm	0.0980	0.1238	0.1359	0.1399	0.1411	0.1369
	40cm	0.1356	0.1457	0.1494	0.1520	0.1528	0.1487
	60cm	0.1356	0.1457	0.1494	0.1520	0.1528	0.1487

表-3 各深度の MAE と $E[2\sigma]$ (データ同化あり)

		期間(day)					
		0~2	2~4	4~6	6~8	8~10	10~12
MAE	20cm	0.0067	0.0111	0.0048	0.0049	0.0028	0.0087
	40cm	0.0073	0.0098	0.0108	0.0113	0.0102	0.0104
	60cm	0.0083	0.0069	0.0086	0.0073	0.0062	0.0131
$E[2\sigma]$	20cm	0.0634	0.0336	0.0231	0.0227	0.0209	0.0234
	40cm	0.0537	0.0371	0.0263	0.0252	0.0247	0.0238
	60cm	0.0537	0.0371	0.0263	0.0252	0.0247	0.0238

表-4 データ同化を行った場合と行わなかった場合の全期間の MAE と $E[2\sigma]$ とその割合

		同化あり	同化なし	同化あり÷同化なし (割合)
MAE	20cm	0.0065	0.0410	0.1584
	40cm	0.0100	0.0318	0.3130
	60cm	0.0084	0.0538	0.1564
$E[2\sigma]$	20cm	0.0312	0.1293	0.2412
	40cm	0.0318	0.1474	0.2157
	60cm	0.0318	0.1474	0.2157

な値が算出されている。したがって、本研究で行った検討に関しては、MPF を用いたデータ同化によって推定された浸透解析モデルを用いると、より強い降雨時における体積含水率も高精度に予測できるといことが分かった。

5. まとめ

本研究では、MPF を用いて、体積含水率の現地計測結果に基づく浸透解析モデルのデータ同化を行い、それによって推定されたモデルの有用性を確率論的に検証した。得られた知見を以下に示す。

- (1) MPF によるデータ同化を行うと、計測結果と解析の平均値との平均絶対誤差 MAE と解析の平均的なバラツキ $E[2\sigma]$ を大幅に減少させることができるということが分かった。具体的には、本研究で実施したデータ同化では、データ同化を行わなかった場合と比較して、MAE を 15% から 30% 程度、 $E[2\sigma]$ を 20% から 25% 程度にまで減少させることができた。
- (2) MPF によって推定された浸透解析モデルを用いると、データ同化を行っていないより強い降雨時における計測結果に対しても、データ同化を行っていた期間と同程度の精度 (MAE, $E[2\sigma]$) での再現が可能であることが分かった。したがって、MPF によって推定された浸透解析モデルを用いることで、不飽和状態の重力方向の流れが卓越する場合であれば、豪雨時における土中の水分状態も予測できる可能性があると考えられる。
- (3) 以上の結果から、MPF による浸透解析モデルの推定は有用であることが明らかになった。

謝辞：本研究は、「NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座」における研究の一環として行われました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 中井真司, 渡邊聡, 笹原克夫, 岩田直樹: 降雨時のまさ土斜面表層部におけるせん断変形挙動と土壌水分の関係, 地盤工学ジャーナル, Vol.11, No.2, pp.115-125, 2016.
- 2) 小泉圭吾, 藤田行茂, 平田研二, 小田和広, 上出定幸: 土砂災害監視のための無線センサネットワークの実用化に向けた実験的研究, 土木学会論文集 C(地圏工学), Vol.69, No.1, pp.46-57, 2013.
- 3) 松尾和昌, 酒匂一成, 北村良介: 斜面崩壊予知戦略—南九州シラス地帯を例として—, 自然災害科学, Vol.21, No.1, pp.25-33, 2002.
- 4) 笹原克夫, 谷本守道, 田村圭司: 現地計測データを用いたまさ土斜面の土壌水分特性曲線の同定手法に関する研究, 日本地すべり学会誌, Vol.46, No.3, pp.162-174, 2009.
- 5) Kitagawa, G.: Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models, Journal of Computational Graphical Statistics, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996.
- 6) 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾, 白木陽平: 現地計測結果に基づく土壌水分特性パラメータ同定に対する粒子フィルタの適用, 土木学会論文集 C(地圏工学), Vol.72, No.4, pp.354-367, 2016.
- 7) 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾: 多様な土壌水分特性の推定に対する粒子フィルタの有用性, 砂防学会研究発表会, pp.607-608, 2018.
- 8) 樋口知之, 上野玄太, 中野慎也, 中村和幸, 吉田亮: データ同化入門—次世代のシミュレーション技術—, 朝倉書店, pp.1-135, 2013.
- 9) Nakano S., Ueno G., and Higuchi T.: Merging particle filter for sequential data assimilation, Nonlinear Processes in Geophysics, Vol. 14, pp.395-408, 2007.
- 10) Richards, L. A.: Capillary condition of liquids thorough porous mediums, Physics1, pp.318-333, 1931.
- 11) van Genuchten, M.: Calculating the unsaturated hydraulic conductivity with a new closed-form analytical model, Research Report, No.78-WR-08, Princeton Univ., 1978.
- 12) Mualem, Y.: A New Model for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Porous Media, Water Resources Research, Vol.12, pp.513-522, 1976.
- 13) 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾, 藤本彩乃, 越村謙正: 現地計測に基づく浸透解析モデルのデータ同化に対する融合粒子フィルタの有用性の検証, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.73, No.2(応用力学論文集 Vol.20), pp.I_45-I_54, 2017.
- 14) 塚本良則: 森林水文学, 文永堂出版, pp.152, 1992. (2018. 5. 18 受付)