

# 不飽和土の力学特性について ～斜面安定解析への適用を視野に入れて～

MECHANICAL PROPERTIES OF UNSATURATED SOILS  
～APPLICATION TO SLOPE STABILITY ANALYSIS～

北村良介<sup>1</sup>・酒匂一成<sup>2</sup>

Ryosuke KITAMURA and Kazunari SAKO

<sup>1</sup>元鹿児島大学（〒890-0065 鹿児島市郡元1-21-40）

E-mail: r-kitamura@hotomail.co.jp

<sup>2</sup>鹿児島大学大学院（〒890-0065 鹿児島市郡元1-21-40）

E-mail: sako@oce.kagoshima-u.ac.jp

**Key Words:** unsaturated soil, soil-water characteristic curve, permeability coefficient, seepage force

## 1. まえがき

我々が依拠している現在の土質力学の基礎は20世紀前半のTerzaghiの業績を基礎としていると考えられ、Terzaghiは「土質力学の父」といわれている。20世紀後半に連続体力学の一分野である弾塑性力学が採用され、飽和正規圧密粘土を対象としたCam-clayモデルを基礎とした変形解析が流行した。21世紀の土質力学の主流はこの延長上にあり、連続体力学に基づいた土の透気・透水・圧縮・せん断挙動の解析手法の開発を試みてきている。連続体力学では土を均質・等方な二相系（固相と液相）の材料（飽和土）を仮定することから理論展開がなされている場合が多い。しかし、土（特に、しらすのような粗粒土）は金属や高分子材料のような連続体ではないことは明らかである。また、二相系から三相系（固相、液相、気相）の材料（不飽和土）への拡張は理論を複雑にし、物理的意味の不明確なパラメータの導入が必要となっている。このような状況を勘案すると、飽和土・乾燥土は不飽和土の両極端な状態の土であるとの認識を踏まえ、Terzaghiの提唱した土質力学の原点に立ち戻り、従来の土質力学をもう一度見直す必要があると考える。すなわち、土に固有な力学を考えなければならない。

陸上の地表面に近い地下水位以浅の土は不飽和状態にある。地下水位以深あるいは海底の土も圧力と温度に依存したガスや溶存空気が存在し、それらの挙動を明らかにする必要がある。したがって、土質力学の応用分野である地盤工学の全ての問題において、不飽和土の力学が必要である。しかし、従来の地盤工学の実務では不飽和土と飽和土の区別は明確でなく、飽和土の土質力学の延長線上で力学特性が考察してきた。各種土木構造物の設計の多くの場合、飽和土の土質力学を適用することは安全側で設計することを意味し、これまでこのような設計思想が受け入れられてきた理由の一つと考えられる。

ところで、18世紀後半にイギリスではじまった産業革命以来、化石燃料の消費が飛躍的の増大し、大量生産・大量消費・大量廃棄を是認した人類と20世紀の科学技術はそれを加速させ、地球温暖化という重たい課題を21世紀の地球にもたらした。地球温暖化は世界各地に干ばつ・豪雨等の異常気象をもたらし、それらに伴う各種土砂災害が発生している。土砂災害に対する有効なソフト対策の一つとして警報システム（Warning system）がある<sup>1)</sup>。北村らが提案している地盤シミュレータ<sup>2)</sup>は警報システムを含むものであるが、その中で核となる部分は不飽和土の含水量に依存した力学特性の変化を定量的に把

握できる力学であり、このような立場からも不飽和土質力学の体系化が喫緊の課題となっている。

本論文では、不飽和土の力学特性に焦点をあて、地盤工学の実務において土に固有な不飽和土質力学が必要であることを明らかにしている。

## 2. 体積 - 質量関係

従来の土質力学では土の状態を乾燥・不飽和・飽和の3つの状態に分けていた。乾燥土とは110°Cで18~24時間炉乾燥した状態の土、飽和土とはすべての間隙が水で満たされた状態の土と定義されている。式(9)で定義される飽和度 $S_r$ を用いると、乾燥土では $S_r=0\%$ 、不飽和土では $0 < S_r < 100\%$ 、飽和土では $S_r=100\%$ となる。しかし、18~24時間炉乾燥した後の土に水は含まれ、通常の手順で飽和した土供試体の間隙圧係数 $B$ 値は1未満であり、空気が存在し、 $S_r=0\%$ や $S_r=100\%$ の土は自然状態では存在しないと考えられる。本章では、このようなことを認めた上で土の相構成図を見直すこととする。

図-1(a)は従来の土質力学で用いられている土の相構成図を示している。質量に関する物理量は相構成図の左側に、体積に関する物理量は相構成図の右側に記している。土の相構成図をもとに土の基本的物理量は次のように表される。

$$\text{土粒子密度 } \rho_s (\text{g/cm}^3) \quad \rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad (1)$$

$$\text{湿潤密度 } \rho_t (\text{g/cm}^3) \quad \rho_t = \frac{M}{V} \quad (2)$$

$$\text{乾燥密度 } \rho_d (\text{g/cm}^3) \quad \rho_d = \frac{M_s}{V} \quad (3)$$

$$\text{間隙比 } e \text{ (無次元)} \quad e = \frac{V_v}{V_s} \quad (4)$$

$$\text{間隙率 } n_{po} \text{ (無次元)} \quad n_{po} = \frac{V_v}{V} \quad (5)$$

$$\text{空気間隙率 } n_a \text{ (無次元)} \quad n_a = \frac{V_a}{V} \quad (6)$$

$$\text{含水比 } w \text{ (無次元)} \quad w = \frac{M_w}{M_s} \quad (7)$$

$$\text{体積含水率 } w_v \text{ (無次元)} \quad w_v = \frac{V_w}{V} \quad (8)$$

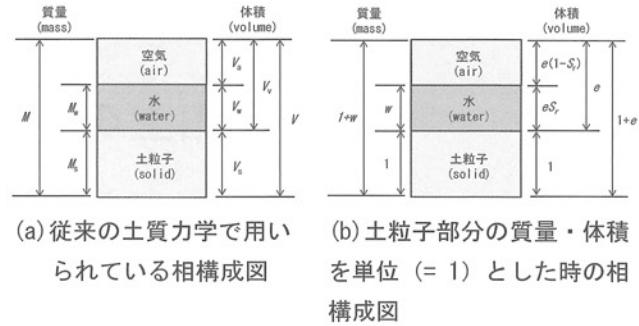


図-1 土の相構成図

$$\text{飽和度 } S_r \text{ (無次元)} \quad S_r = \frac{V_w}{V_v} \quad (9)$$

図-1(b)は土粒子部分の質量 $M_s$ 、体積 $V_s$ を単位(=1)とした時の含水比、間隙比、飽和度の関係を示している。図-1(b)を参照すると、式(1)、式(2)、式(4)より次式が導かれる。

$$\rho_t = \frac{1+w}{1+e} \cdot \rho_s$$

同様に、式(1)、式(3)、式(4)より次式が導かれる。次式が導かれる。

$$\rho_d = \frac{1}{1+e} \cdot \rho_s \quad (11)$$

式(1)、式(4)、式(7)、式(9)より次式が導かれる。

$$e \cdot S_r = w \cdot G_s \quad (12)$$

ここに、 $G_s (= \rho_s / \rho_w)$ : 比重。

式(12)は、体積 - 質量式といわれる。

式(4)、式(8)、式(9)より次式が導かれる。

$$w_v = \frac{e}{1+e} S_r \left( = n_{po} S_r \right) \quad (13)$$

図-2は、式(12)で示される体積 - 質量関係を $e \cdot S_r - w$ 軸空間(3次元直交座標空間)で表した局面を示している。不飽和土の間隙比、飽和度、含水比はこの曲面上にしか存在せず、不飽和土の状態を規定する独立な物理量はこれらのいずれか2つの組合せになる。巨視的には、作用している外力や含水比等の状態の変化によって間隙比、飽和度、含水比がこの曲面上をどのように移動していくのかを調べること(体積 - 質量特性を明らかにすること)が不飽和土の力学特性(保水・透気・透水・圧縮・せん断特性)を明らかにすることと同等となる。

式(12)において $S_r=100\%$ (すなわち、飽和土)とすると、次式が導かれる。

$$e = w \cdot G_s \quad (14)$$

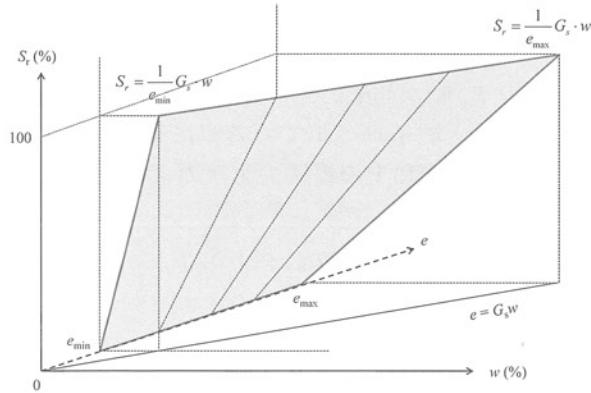


図-2  $S_r - w - e$  関係 (3次元表示)

式(14)は飽和土において独立な土の基本的物理量は間隙比か含水比のどちらか一つとなり、土の体積変化と間隙水の吸排水量が一対一に対応することを意味している。言い換えれば、不飽和土では土の体積変化と間隙水の吸排水量は独立であることに注意しなければならない。

### 3. 含水量の変化に伴う不飽和土の力学特性の変化

#### (1) 水分特性曲線

不飽和土にはサクションという物理量が存在する。土中サクションにはマトリックサクションとオズモティックサクションという成分から成り立ち、それらの和はトータルサクションという。すなわち、次のような関係がある。

土中サクション=トータルサクション=マトリックサクション+オズモティックサクション

不飽和土中の間隙水圧は間隙空気圧より小さい。間隙空気圧と間隙水圧の差をマトリックサクションと称する。大気圧を基準 (=ゼロ) とすると、負の間隙水圧の絶対値とサクション値は等しくなるが、サクションの増加は間隙水圧の減少に対応していることに注意が必要である。

オズモティックサクションはミクロポアを有する粘土粒子が半透膜の役割を果たし、ミクロポア内にある溶質（例えは、塩）と溶媒（例えは、純水）からなる溶液（食塩水）に生じる浸透圧に起因するサクションと考えられる。粘土層を通過してきた水の電気伝導度よりオズモティックサクションサクションを推定することができる<sup>3)</sup>。しらすなどの粗粒土

では土粒子骨格構造が半透膜の役割を果たすことはなく、以下の議論ではオズモティックサクションは考慮していない（すなわち、土中サクション=マトリックサクション）。

水分特性曲線は図-3に示すように土中サクション（対数目盛表示）と飽和度（普通目盛表示）あるいは体積含水率あるいは含水比との関係を表わす曲線である。水分特性曲線はヒステリシスを描き、境界の曲線は主乾燥曲線（MDC）、主湿潤曲線（MWC）と称し、曲線で囲まれた領域を移動する曲線を乾燥走査曲線（DSC）および湿潤走査曲線（WSC）と称する。宮本ら<sup>4)</sup>はマトリックサクションを対象とし、これらの曲線を粒径分布と間隙比のみから求める手法を提案している。

式(12)については上述のように二つの独立な不飽和土の基本的物理量が含まれており、水分特性曲線は二つの独立な基本的物理量の関数として図-4(a)に示すように三次元空間で表示する必要がある（図-4(a)では間隙比と含水比を独立な基本的物理量としている）。サクション（あるいは含水比）の変化によって体積が変化することを正しく表現すれば、図-4(b)に示すように主乾燥曲線と主湿潤曲線で囲まれた領域は閉じないことになる。

#### (2) 透水係数

図-5(a)は粗粒土と細粒土のサクション（対数表示）-含水比関係（含水比表示の水分特性曲線）、含水比-透水係数（対数表示）関係を同じ図に示した模式図である。図-5(b)は図-5(a)を基にして描いた透水係数-サクション関係を両対数紙上で示した模式図である。図-5(b)より、粗粒土の飽和透水係数は細粒土より大きいが、サクションが大きくなる（含水比

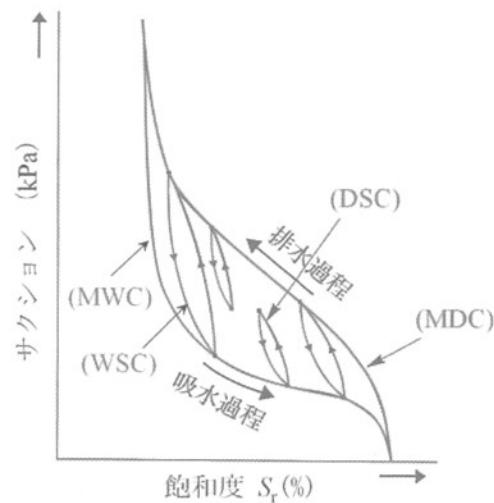
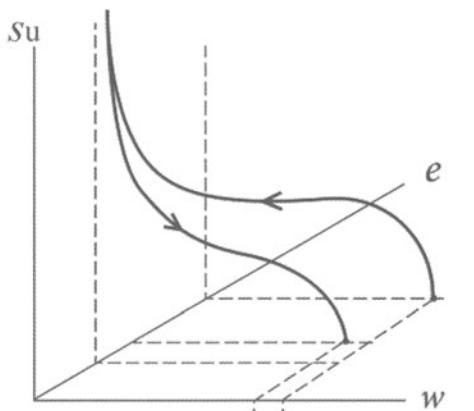
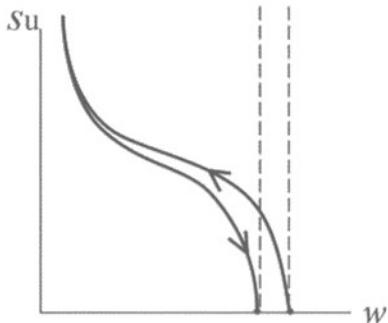


図-3 水分特性曲線の模式図

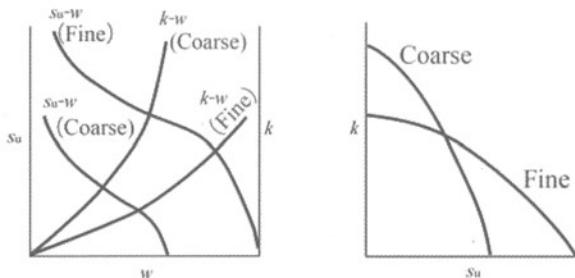


(a)  $e - w - Su$  空間で表示した水分特性曲線



(b)  $w - Su$  空間で表示した水分特性曲線

図-4 水分特性曲線の表記法



※縦軸は、対数表示

※縦軸、横軸は、対数表示

(a) サクション-含水比関係  
(b) 透水係数-サクション関  
と透水係数-含水比関係  
係 (透水関数)

図-5 サクション - 透水係数 - 含水比関係の模式図

が小さくなる) と細粒土の透水係数が粗粒土の透水係数より大きくなることがわかる。また、粗粒土・細粒土ともサクションの変化によって数オーダー変化することもわかる。

### (3) 浸透力

飽和土の浸透力は次のように求められる<sup>5)</sup>。

$$j_{sat} = \rho_w \cdot g \cdot i \quad (15)$$

ここに、 $j_{sat}$ ：単位体積の土塊に作用する浸透力（物体力），

$\rho_w$ ：水の密度，

$g$ ：重力加速度，

$i$ ：動水勾配。

北村らは土粒子レベルでの考察に基づき、式(16)を拡張して不飽和土の浸透力を次のように導いてきている<sup>6)</sup>。

$$j_{unsat} = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot S_r \quad (16)$$

ここに、 $S_r$ ：飽和度。

図-6(a)は水平な地盤で揚水井を掘削し、地下水を低下させたときの地下水面の時間的な変化を示している。掘削前には静水状態（動水勾配  $i=0$ ）であり、浸透力がゼロであった地盤は掘削・揚水中は動水勾配が生じ飽和・不飽和の区別なく揚水井付近の地盤に浸透力が生じている。

図-6(b)は表層土・細粒土・粗粒土からなる模式的な斜面を示している。地表面から雨水が浸透すると図に示すように細粒土と粗粒土の境界にキャピラリーバリア（毛管遮水層）が生じ、一時的に地下水が上昇する状態となる<sup>7)</sup>。さらに降雨が続くと斜面の表層土が侵食されるので、細粒土と粗粒土の境界面が斜面上に現れ、図-6(a)と同様に動水勾配が増加し、降雨前の浸透力より大きくなる。このような浸透力が斜面崩壊のトリガーの一つである。今後、浸透力を取り込んだ斜面安定解析の開発が必要である。

## 4. 不飽和浸透の基礎方程式

### (1) 基礎方程式の誘導

ダルシーの法則は飽和砂中に水を流す濾過の試験からダルシーが見つけた経験法則である。ここでは、不飽和土中の水の流れにおいてもダルシーの法則が成立すると仮定して不飽和・飽和浸透解析に用いる基礎方程式を導いている。

ダルシーの法則（不飽和土中の水の流れ（構成則））は次のように表わされる。

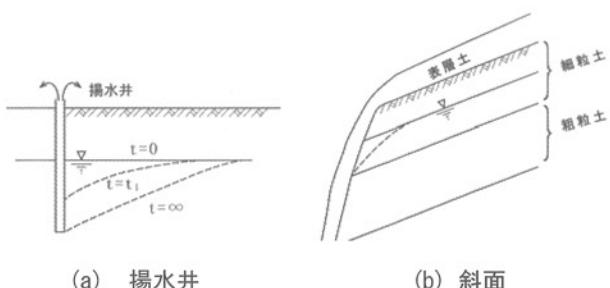


図-6 浸透力が発生する例

$$v_x = -k_{wx}(h_{pre}) \frac{\partial h_{piez}}{\partial x} \quad (17)$$

$$v_y = -k_{wy}(h_{pre}) \frac{\partial h_{piez}}{\partial y} \quad (18)$$

$$v_z = -k_{wz}(h_{pre}) \frac{\partial h_{piez}}{\partial z} \quad (19)$$

ここに,  $v_x, v_y, v_z$ : 不飽和土中を流れる水の  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸方向の見かけの流速,  
 $h_{pre}$ : 間隙水の圧力水頭 (不飽和土中のサクション (負の間隙水圧) に対応する水頭),  
 $k_{wx}(h_{pre}), k_{wy}(h_{pre}), k_{wz}(h_{pre})$ : 圧力水頭  $h_{pre}$  の関数となる  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸方向の見かけの透水係数,  
 $h_{piez}$ : ピエゾ水頭, 正確には三次元直交座標空間の関数  $h_{piez}(x, y, z)$  と表記される.

図-7 は基準面から  $h$  の高さに地下水水面が存在する水平地盤の模式図であり, 位置水頭, 圧力水頭, ピエゾ水頭の関係を説明するために使われる. 地下水が静水状態であれば, 深さ方向の間隙水圧は静水圧分布となる. 不飽和領域においては静水圧分布が直線で外挿されるものとする (図中の点線). 基準面から  $z_1, z_2, z_3, z_4$  の高さに設置したマノメータのピエゾ水頭は地下水水面の高さ  $h$  に等しくなる. そして, 圧力水頭はそれぞれ  $h - z_1$  (正),  $h - z_2$  (正),  $h - z_3$  (負),  $h - z_4$  (負) となる. これらの圧力水頭は水の単位体積重量 ( $\rho_w g$ ) を掛けることによって間隙水圧に変換できる.

ところで, 土質力学・地盤工学ではピエゾ水頭と全水頭という語が混同して使われていることが多いので注意が必要である. 本論文では全水頭という語は用いず, ピエゾ水頭という語のみを用いている.

式(17)～式(19)中の  $k_{wx}(h_{pre}), k_{wy}(h_{pre}), k_{wz}(h_{pre})$  は,

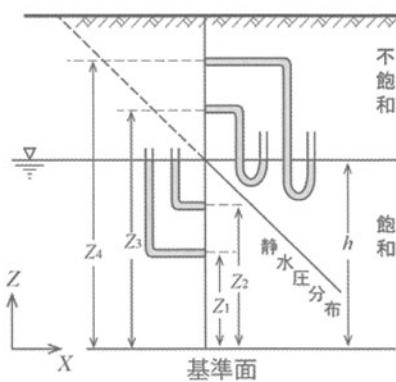


図-7 ピエゾ水頭

図-5(b)に表わされた透水関数となる.

水の質量保存を満足させると, 次式が得られる.

$$\frac{\partial w_v}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial \left( k_{wx}(h_{pre}) \frac{\partial h_{piez}}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( k_{wy}(h_{pre}) \frac{\partial h_{piez}}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left( k_{wz}(h_{pre}) \frac{\partial h_{piez}}{\partial z} \right)}{\partial z} \right] \quad (20)$$

式(20)は Richards (リチャーズ) の式といわれる.

式(5), 式(8), 式(9)より  $w_v = n_{po} \cdot S_r$  となるので, 式(20)の左辺は圧力水頭  $h_{pre}$  を介することによって (連鎖法 (chain rule)), 次のように書き直される.

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_v}{\partial t} &= \frac{\partial w_v}{\partial h_{pre}} \cdot \frac{\partial h_{pre}}{\partial t} = \frac{\partial (n_{po} \cdot S_r)}{\partial h_{pre}} \cdot \frac{\partial h_{pre}}{\partial t} \\ &= \left( n_{po} \cdot \frac{\partial S_r}{\partial h_{pre}} + S_r \cdot \frac{\partial n_{po}}{\partial h_{pre}} \right) \cdot \frac{\partial h_{pre}}{\partial t} \end{aligned} \quad (21)$$

ここに,  $\partial w_v / \partial h_{pre}$  : 比水分容量 (Specific water capacity: 普通目盛で表示したサクション - 体積含水率関係 (水分特性曲線) の傾き),

$\partial n_{po} / \partial h_{pre}$  : 比貯留係数 (Specific storage: 単位の圧力水頭変化によって生じる間隙率の変化).

比水分容量は体積含水率表示の水分特性曲線 (図-4(b), 図-5(a) は含水比表示の水分特性曲線) の傾きであり, また, 比貯留係数は,  $n_{po} = e/(1+e)$  の関係 (図-1(b) 参照) を用い, 図-4(a) より求めることができる. 比貯留係数と体積圧縮係数の物理的意味は同じであり, 比貯留係数  $\partial n_{po} / \partial h_{pre}$  を  $S_s$  (単位: [1/m]), 体積圧縮係数を  $m_v$  (単位: [1/kg · m⁻¹ · s⁻²]) とすれば, 次式の関係がある.

$$S_s = \rho_w \cdot g \cdot m_v \quad (22)$$

式(21)を式(20)に代入すると, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} &\left( n_{po} \cdot \frac{\partial S_r}{\partial h_{pre}} + S_r \cdot \frac{\partial n_{po}}{\partial h_{pre}} \right) \cdot \frac{\partial h_{pre}}{\partial t} \\ &= - \left[ \frac{\partial \left( k_{wx}(h_{pre}) \frac{\partial h_{piez}}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( k_{wy}(h_{pre}) \frac{\partial h_{piez}}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left( k_{wz}(h_{pre}) \frac{\partial h_{piez}}{\partial z} \right)}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)は、不飽和・飽和浸透挙動を解析するための基礎方程式である。

式(23)に含まれる  $k_{wx}(h_{pre})$ ,  $k_{xy}(h_{pre})$ ,  $k_{wz}(h_{pre})$  は水分特性曲線と不飽和透水係数 - 含水比関係から得られる。式(23)を数値的に解くことによって求められるピエゾ水頭  $h_{piez}$  の分布 ( $h_{piez}(x, y, z)$ ) から得られる動水勾配を式(16)に代入し、単位体積の土塊に作用する浸透力が計算される。

## (2) 初期条件・境界条件

式(23)は差分法や有限要素法などの数値解析手法を用いて解くことになる。その際、解析領域が決められ、入力土質パラメータの具体値が地盤調査や採取試料による室内土質試験等によって求められる。そして、初期条件と境界条件が設定される。

初期条件として図-7に示すような静水状態を設定する場合、不飽和領域の圧力水頭は深さ方向に変化する。すなわち、サクションが変化し、水分特性曲線を介して含水比が深さ方向に増加することになる。このことを不飽和土の三軸試験に当てはめると、平衡状態の三軸供試体は一様な含水比状態ではなく高さ方向に異なることになる。飽和土の場合も間隙水圧は高さ方向に変化するが、載荷圧力や発生する間隙水圧等に比べると小さく、無視することができたが、数 kPa のサクションを問題にする不飽和土の場合、正確な要素試験ではないことを認識しておかなければならぬ。

地盤内の境界条件は地盤調査によって得られる土層構成によって決める。地表面では無降雨時には土中の間隙水が蒸発し、降雨時には雨水が浸透する。降雨時は雨量が測定され、雨量は水頭あるいは水量として境界に与えられる。無降雨時の蒸発量についてはいくつかの算定方法があるが、里見ら<sup>8)</sup>はバルク法を用いた算定を試みている。

## 5. あとがき

本論文では、降雨による斜面の不安定化を定量的に評価するために必要な不飽和土の力学特性の基本と不飽和浸透の基礎方程式について若干の考察を加

えた。不飽和土の室内土質試験は温度・湿度を制御できる高価な施設、複雑な試験装置、多大な時間と労力を要するため、コンピュータによる安易な研究に走りがちである。しかし、不飽和土質力学の現在の状況は精度のよい土質試験データが得られる試験装置、試験手順を確立しなければならない段階と考えられる。飽和土の延長として不飽和土を考えるのではなく、不飽和土を中心に据えた新しいパラダイムが必要である。

謝辞：本論文は科研費（若手 A : 2468056, 代表：酒匂一成）の援助を受けた。ここに謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 北村良介・酒匂一成・荒木功平・宮本裕二・山田満秀：豪雨災害の予知技術、地盤工学会誌, Vol. 30, No. 2, pp.6-9, 2012.
- 2) 北村良介・酒匂一成・中田文雄・田中義人・城本一義：地盤シミュレータ構想（その 5），自然災害研究協議会西部地区部会報，第 38 号, pp.71-71, 2013.
- 3) Fredlund, D. G., Rahardjo, H. and Fredlund M. D. : Unsaturated soil mechanics in engineering practices, JOHN WILEY & SONS, INC., pp.164-165, 2012.
- 4) 宮本裕二・山田満秀・酒匂一成・荒木功平・北村良介：締固め曲線を考慮した水分特性曲線の数値力学モデル、土木学会論文集 A2, Vol.68, No.2, pp.I\_405-414, 2012.
- 5) 山口柏樹：土質力学（講義と演習），技報堂出版, pp.81-84, 1969.
- 6) 北村良介・田畠勝幸・福原徳一郎：浸透力を考慮した斜面案的解析手法の提案，第 29 回日本自然災害学会学術講演会, pp.195-196, 2010.
- 7) 松元真一・酒匂一成・北村良介：二層不飽和土の保水・浸透特性に関する一考察，第 62 回土木学会年次学術講演会（第Ⅲ部），pp.193-194, 2007.
- 8) Sako, K. Moriiwa, H. and Satomi, T.: Experimental Consideration of Evaporation Efficiency  $\beta$  of Unsaturated Sandy Soil Surface, 15<sup>th</sup> Asian Regional Conf. on SMGE, 2015 (掲載決定済).

(2014. 5. 9 受付)