# 特異値分解を用いた落石の到達確率に関する空間モード分析

SPATIAL MODE EVALUATION OF ROCKFALL REACH PROBABILITY USING SINGULAR VALUE DECOMPOSITION

川原 咲南[1]・笠間 清伸[2]・李 洋[3]・八尋 裕一[4]・荘 恵民[5]
Sana KAWAHARA, Kiyonobu KASAMA, Yang LI, Yuichi YAHIRO and Huimin ZHUANG

[1]九州大学大学院工学府土木工学専攻
（〒819-0935 福岡県福岡市西区元岡 744 ウエスト 2 号館 1110）
[2]九州大学大学院教授（〒819-0935 福岡県福岡市西区元岡 744 ウエスト 2 号館 1128）
E-mail: kasama@civil.kyushu-u.ac.jp
[3]九州大学大学院助教（〒819-0935 福岡県福岡市西区元岡 744 ウエスト 2 号館 1111）
[4]九州大学大学院専門技術職員（〒819-0935 福岡県福岡市西区元岡 744 ウエスト 2 号館 1110）
[5]九州大学大学院工学府学術研究院（〒819-0935 福岡県福岡市西区元岡 744 ウエスト 2 号館 1110）

***Key Words**: rock fall, mode analysis, seismic motion, reach probability*

## 1. 序章

近年の豪雨や地震活動の活発化により，山間部における落石被害は深刻な社会問題となっている．Shakeel ら（2024）の報告では，落石による年間損害は 30 億～50 億米ドルと推定され，死者は約 500 人，負傷者数は数千人にのぼるとされている [1]．落石被害の軽減および効果的な防護設計の策定には，落石現象を物理運動学的に理解し，適切にその危険度の影響範囲を評価することが必要である．

落石は，岩盤斜面からの剥離・分離を起点とし，岩片が自由落下，跳躍，回転といった複雑な運動形態を複合させながら傾斜面を移動する現象である．Andrea ら（2014）[2], Pedro ら（2024）[3], Roy ら（2024）[4]，Imaizumi ら（2020）[5]の研究より，落石の運動特性は，降雨・地震などによる外力条件，斜面の勾配や凹凸および岩石の形状や力学特性などによって運動形態が大きく変動することが明らかになった．

一方，自然災害のリスク評価において高橋らの研究では，巨大地震津波を対象に，津波荷重評価に用いる水深係数を対象にモード分解 [6)-8)] を行うことで，空間的な不確実性を定量的に評価した [9]．これにより，数値分析とモード分解およびモード合成の手法を用いた，津波危険度の空間分布や確率的変動の評価が有効であることが示された．

本研究では，落石の到達範囲に関する空間的特性を定量化することを目的とし，振動台に作製した模型斜面を用いて落石実験を行い，得られた空間的な落石の到達確率を対象に特異値分解（Singular Value Decomposition, 以下 SVD と記す）を用いた空間モード分析を行った．その結果を用いて，落石の到達確率を特徴づける空間モードを抽出し，振動台の振動条件や落石の初期姿勢が空間モードに及ぼす影響について明らかにした．

## 2. 実験概要

### (1) 模型概要

落石の模型実験を行うにあたり，中谷ら（2020）[10]の国土技術政策総合研究所テクニカルノート

No.1122 に基づいて作成された Lyu ら（2024）[11]の落石モデルを参考に，模型実験で使用する斜面形状と模擬落石の条件を決定した（**図-1**）．

実験に使用した模型斜面を**図-2** に示す．高さ 100 cm×奥行 80 cm の安山岩で作成した斜面勾配 50 °の斜面部と，その直下に幅 100 cm×奥行 150 cm のまさ土で作成した水平面を準備した．落石挙動を空間的にとらえることを目的とし，**図-3** に示すように斜面の上部と側面部に 2 台のカメラを設定し，落石挙動の動画から 1/120 秒ごとの落石位置（$x$座標，$y$座標，z座標）および落石の速度を測定した（**図-2**）．**表-1** に実験条件を示す．模擬落石は，3 cm×3 cm×3 cm の安山岩の立方体で，質量は 72.0 g である．本実験では落石モデルに対して 20 分の 1 の縮尺を想定しており，模擬落石を実規模に換算すると，1 辺が 60 cm の落石に相当する．振動条件は**表 2** に示すように 5 Hzの正弦波で最大加速度を変化させた 6 ケースと，最大加速度 50 gal で振動数を変化させた 6 ケース，合わせて 12 ケースとした．なお，振動台による振動は斜面の傾斜方向と平行な向きとした．

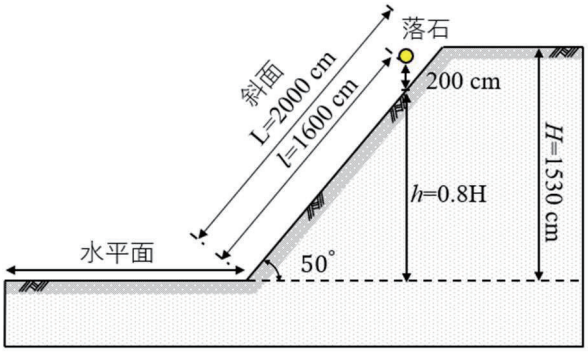



**図-1　落石モデル**

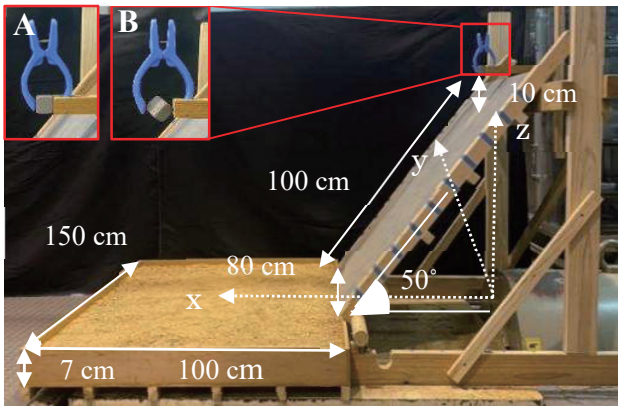



**図-2　模型斜面と落石の初期姿勢 $A$（左），$B$（右）**

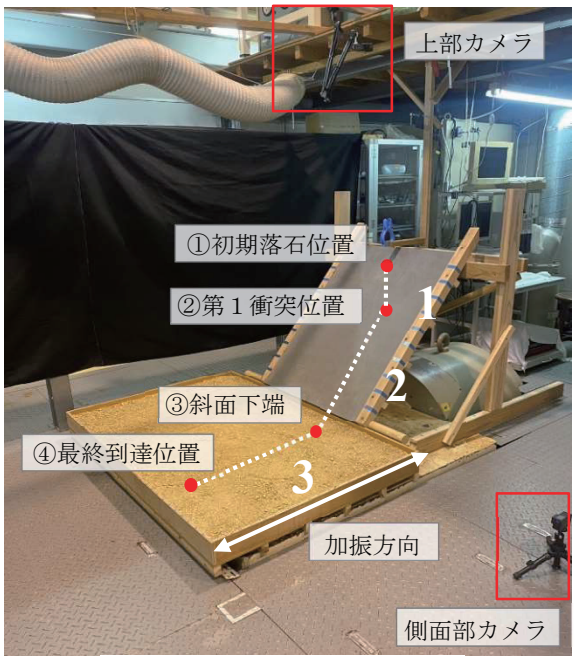



**図-3 模型斜面と軌跡**

**表-1　実験条件**

| 模型斜面，模擬落石 | | 水平面 | |
|---|---|---|---|
| 材質 | 安山岩 | 材質 | まさ土 |
| 密度 | 2.6g/cm$^3$ | 密度 | 1.8g/cm$^3$ |
| ヤング率 | 45 GPa | 土の含水比　$w$ | 5 % |
| | | 締固め度　$Dc$ | 90 % |

**表-2　振動条件**

| ケース数 | 最大加速度 | 振動数 | 最大速度 | 姿勢 |
|---|---|---|---|---|
| Case1 | 0gal | 5Hz | — | A |
| Case2 | | | | B |
| Case3 | 200gal | | 6.37 cm/s | A |
| Case4 | | | | B |
| Case5 | 400gal | | 12.73 cm/s | A |
| Case6 | | | | B |
| Case7 | 50gal | 1Hz | 7.96 cm/s | A |
| Case8 | | | | B |
| Case9 | | 3Hz | 2.65 cm/s | A |
| Case10 | | | | B |
| Case11 | | 5Hz | 1.59 cm/s | A |
| Case12 | | | | B |

### (2) 落石挙動の測定

実験より得られた落石挙動を三次元空間上に示したものが**図-4** である．**図-3** の初期落石位置から第 1 衝突位置までを自由落下部，第 1 衝突位置から$x = 64\ cm$にあたる斜面下端までを斜面部，斜面下端から最終到達位置までを水平部とし，3 つを色分けしてプロットした．

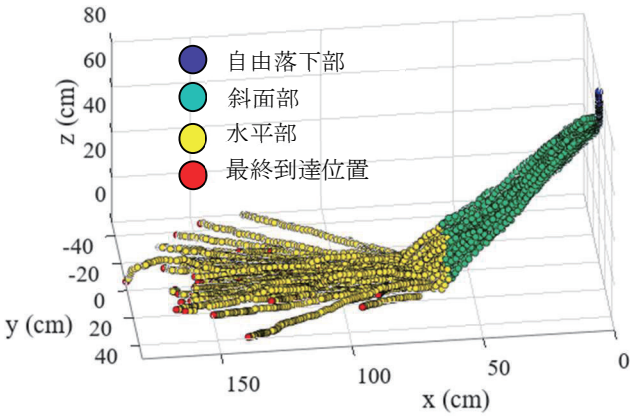



図-4　3 次元空間の落石挙動

### (3) 振動台模型実験の結果

本研究では斜面と水平面を 3 cm×3 cm のグリッドに分割し，以下の式を用いて各グリッドにおける落石の到達確率$P_{i,n}$を計算した．

$$P_{i,n} = \frac{N_i}{n} \tag{1}$$

ここで，$N_i$は実験回数 $n$ におけるグリッド$i$を通過・到達した落石の回数である．

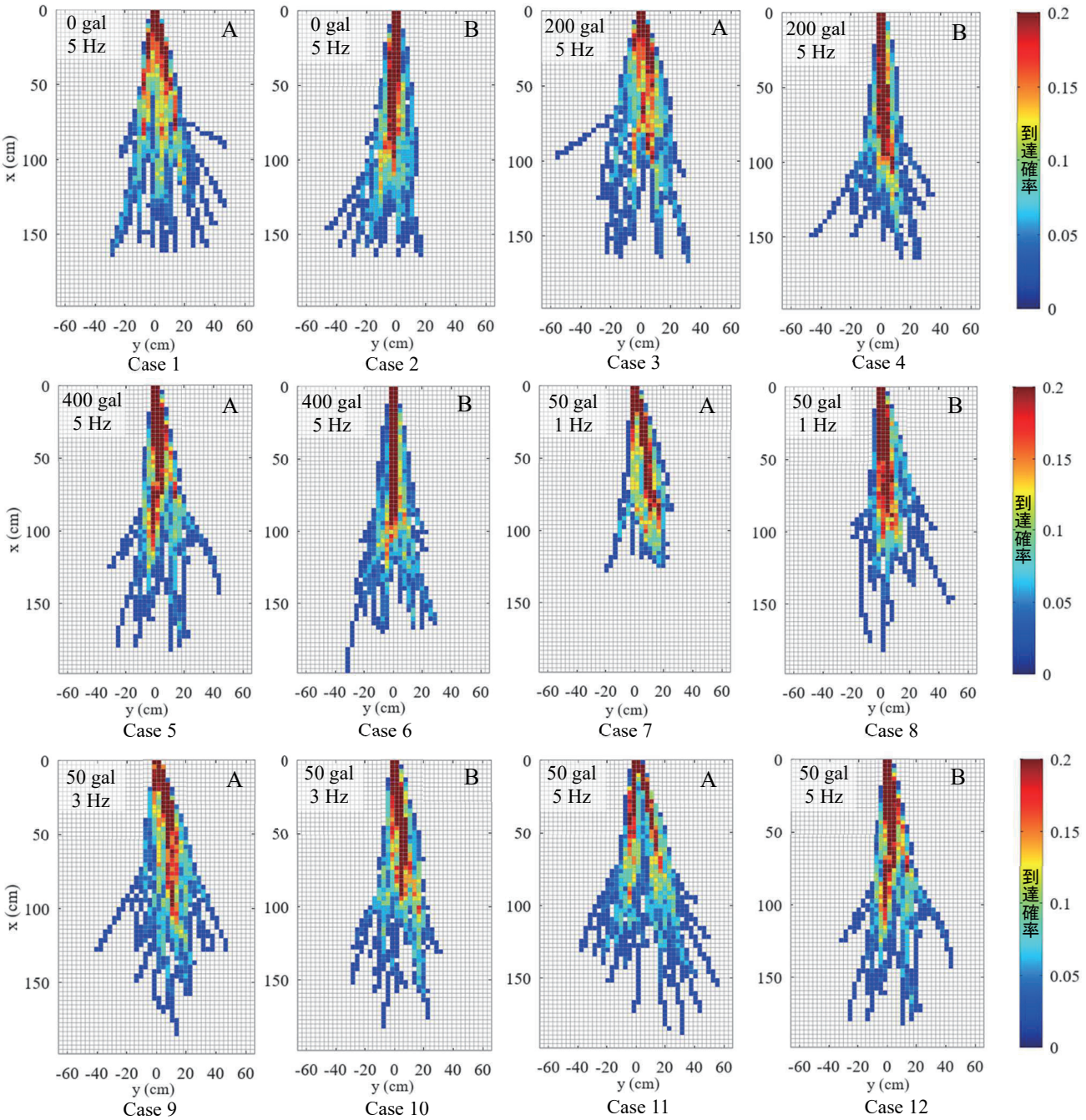



図-5　落石の到達確率分布

図-5 は，実験で得られた到達確率を表したものである．各振動条件と落石初期姿勢の組合せで 12 ケースを図示した．

## 3. モード解析による空間分布評価

### (1) 特異値分解

Stewart （1993）[12]によって提案された特異値分解（SVD）は，次元削除，特徴抽出，データ圧縮，レコメンドシステムなど，幅広い応用が可能である．高橋ら（2021）[13]，および福谷ら（2020）[14]の研究では，特異値分解によるモード分解手法により，複数ケースの空間的なばらつきと空間相関（空間相関特性）を定量的に明らかにすることが可能であることを示した．

特異値分解では，複雑なデータを，特異値とそれに対応する特異ベクトルの集合に分解することで，各モードの空間相関を独立した成分として表現でき，最も重要なデータを効率的に捉えることができる．

第 2 章で得られた各実験条件における各グリッド（40×60 個）の到達確率を行に，分析ケース（12 ケース）を列に入れてデータ行列$X$（行数 2400，列数 12）を生成した．$X$ は非正方行列であり，共分散行列 $X^TX$，および $XX^T$（$X^T$ は，$X$ の転置行列を示す）の固有直交分解から導かれる特異値分解を適用すれば，$X$ は式（2）のように変形できる．

$$X = U\sum V^t \tag{2}$$

変換式は以下の通りとなる．

$$X = \begin{pmatrix} | & \cdots & | \\ x_1 & \cdots & x_j \\ | & \cdots & | \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} | & \cdots & | \\ u_1 & \cdots & u_j \\ | & \cdots & | \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} - & v_1 & - \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ - & v_j & - \end{pmatrix}^T \tag{3}$$

ここで，$U$はモード$j$の列ベクトル $u_j$ からなる左特異ベクトルであり，直行行列を形成する．これらのベクトルは，もとの空間におけるデータの主な方向（主成分）を表す．$V^t$ は列ベクトル$v_j$ からなる右特異ベクトル $U$ と対応する，主成分方向に対するデータの射影を示す．$\sum$ は特異値 $\lambda$（固有値の平方根）を対角要素に並べた対角行列である．これらの値は，各方向における情報の重要度，またはエネルギー分布を示す．

共分散行列との関係から，メッシュ間の空間相関に関する情報は，左特異ベクトル$U$ と対角行列$\sum$ に集約される．行列$X$の列ベクトル$x_j$ は，各モード$u_k$とその係数$\alpha_{jk}$ の総和として再構成できる．式は以下の通りになる．

$$x_j = \sum_{k=1}^{r}(\lambda_k v_{jk})u_k = \sum_{k=1}^{r}(\alpha_{jk})u_k \tag{4}$$

ここで$j$はケース番号，$k$はモード番号を表す．

### (2) モード分析

元の行列$X$は SVD の結果に基づくモードの重ね合わせによって再構成が可能である．それぞれのモードが元の行列$X$ に対してどの程度の情報を担っているか（寄与度）は，次の式で算出される．

$$c = \frac{\lambda_i}{\sum_{k=1}^{n}\lambda_k} \tag{5}$$

ここで$n$はケース数であり $n = 12$ である．$\lambda_j$ は対角行列$\sum$ の特異値を表す．

図-6 に落石の到達確率に関する空間モードの寄与率と累積寄与率を示した。第 1 固有モードは，行列$X$の情報の 82.8 %を担っている．同様に第 2 固有モードは 8.2 %であり，第 2 固有モードまでで，累計寄与率は 91.0 %である．これらより本実験で得られた地震時落石の到達確率は第 1 および第 2 固有モードを使用して表現できることが示された．したがって本研究では，第 1 および第 2 固有モードを用いて落石の到達確率の空間モードを分析した．

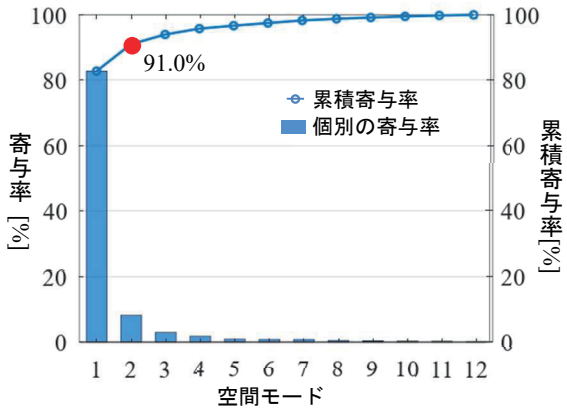



図-6 各モードの寄与率と累積寄与率

### (3) 落石の到達確率の空間モードとモード係数

図-7 に落石の到達確率の第 1 および第 2 空間モードを示した．正値を暖色，負値を寒色で示す．モードの重ね合わせは，空間分布とその係数の積によって決定されるため，正負の符号（以下「符号」と記す）を考慮する必要がある．例えば，ある領域でモードが正値を示し，かつ係数も正であれば，その領域影響は正となる．その逆も同様である．

第 1 固有モードは寄与率が 82.8 %であることより，最も支配的な空間分布であり，落石挙動の全体的な傾向を代表する．すべて 0 から正値を示した．第 1 固有モードにおいて，斜面下端における分散角は 34.4°であり，横方向の長さは 39.0 cm であった．

第 2 固有モードは，軌跡の特徴的な変動を表現する．図-7 (b) より，$y = 0$周辺に集中した分散角 8.2°の直線的な部分では負値を示し，斜面下端での長さは 9.0 cm である．それより外側の第 1 固有モードと重なる部分，すなわち分散角が 34.4°の領域では正値を示し，斜面下端での長さは 39.0 cm である．

### (4) モード係数

図-8 に，落石の初期姿勢および地震時加速度に対する第 1 および 2 固有モードの係数を示した．5 Hz の正弦波で最大加速度を変化させた 6 ケースは寒色で，最大加速度 50 gal で振動数を変化させた 6 ケースは暖色で示した．

第 1 固有モードに関して，すべて条件において，2.4 以上の値を示していることから，落石は振動条件に関係なく，第 1 固有モードで示された領域に分布する傾向が確認された．Case1~6 における初期姿勢 A に対する B のモード係数は，0 gal で 11.6 %，200 gal で 25.1 %，400 gal で 28.1 %増加した．また，Case7~12 における初期姿勢 A に対する B のモード係数は，1Hz で 12.6 %，3 Hz で 13.0 %，5 Hz で 33.8 %増加した．これらよりいずれの振動条件においても初期姿勢 B は，より第 1 固有モードの依存度が大きいことが示された．

第 2 固有モードの係数は，全ての条件下で初期姿勢 A では正値を，初期姿勢 B では負値を示した．すなわち初期姿勢 A では，第 2 固有モードで正を示した，分散角 34.4°の外側の領域にまで広く広がる傾向が，初期姿勢 B では第 2 固有モードで負を示した，分散角 8.2°の直線的な領域に集中する傾向が示唆された．このように第 2 固有モードは落石の初期姿勢に影響する空間モードであるといえる。

ここで加速度の増加が伴う Case1~6 において，初期姿勢 A では係数が減少した一方で，初期姿勢 B では，線形的な増加傾向がみられた．これは，斜面との衝突面積が大きい初期姿勢 A では，加速度の増加によって，衝突時の不規則な挙動が増長され，軌跡にばらつきが生じたためであると考えられる．対照的に斜面と点で衝突する初期姿勢 B では，加速度の増加が，斜面の傾斜方向への落石運動を増長し，側方へばらつく挙動を抑制したためであると考えられる．これらの傾向は，第 1 固有モードのモード係数からも確認できる．

振動数の増加が伴う Case7~12 では，初期姿勢の違

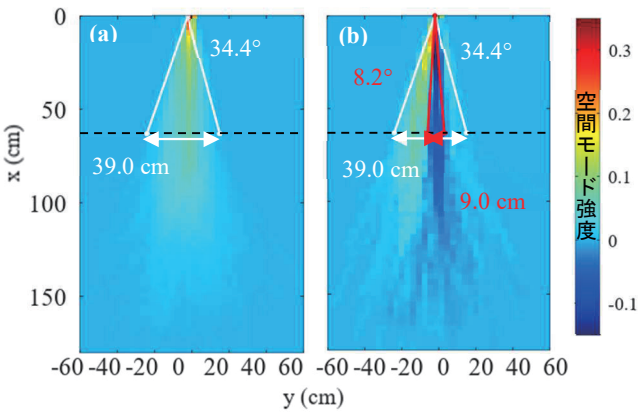
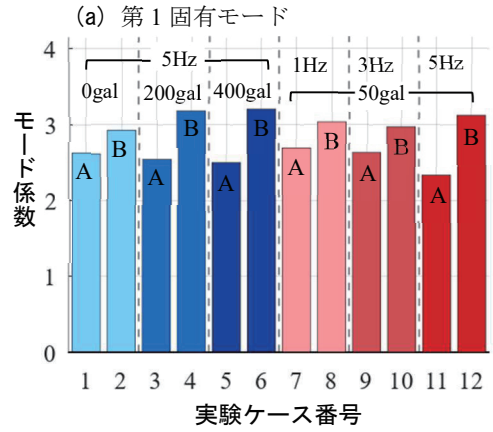



図-7 (a) 第 1 空間モード (b) 第 2 空間モード



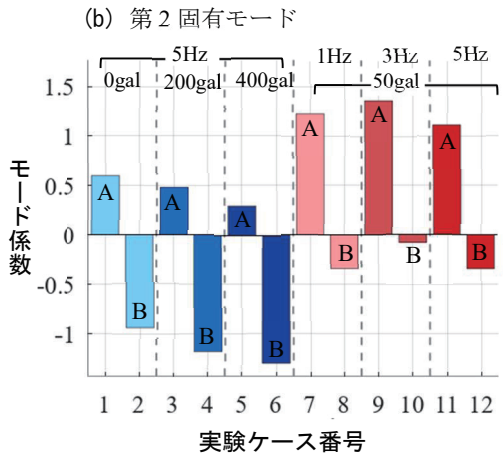




図-8 モード係数

いによる分布範囲の違いは見られたが，振動数の増加による係数の変化に特徴的な傾向は見られなかった．

また, Case1~6 と Case7~12 を比較すると, Case7~12 の方が，全体的に正の領域に偏った係数を示した．これは，Case7~12 の方が低周波かつ振幅が大きいことで，1 回の衝突で落石に及ぼす力が大きく，これが落石の横方向の拡がりに起因したと考えられる．

## 4. 結論

本研究では，振動台を用いた落石模型実験の結果を対象にモード分析を適用し，2 つの落石初期姿勢と振動台の振動条件が落石の到達確率の空間モードに与える影響を検討した．得られた結論は以下の通りである：

(1) 本研究において，特異値分解を用いたモード分析によって得られた落石の到達確率の空間モードは第 2 固有モードまでで，91.0 %の確率分布が説明できる．したがって，第 1 固有モードおよび第 2 空間モードの範囲が落石の到達する可能性の高い領域であり，落石被害の軽減および効果的な防護設計の策定に有効な情報となる。

(2) 第 1 固有モードの係数は，すべて正の値を示した．ここから，落石の軌跡は初期落石位置から分散角 34.4˚の領域に全体的な分布傾向を示すことが示唆された．また，初期姿勢 B のモード係数は A よりも，平均で 20.7 %増加しており第 1 固有モードへの依存度が大きい．

(3) 第 2 固有モードの空間分布および係数から，初期姿勢 A では分散角 34.4˚の外側の領域での分布が，初期姿勢 B では分散角が 8.2˚の直線的な領域での分布がみられた．また加速度の増加によって，初期姿勢 A では係数の減少とともに軌跡がばらつき，初期姿勢 B では係数の負の方向への増加とともに軌跡が集中する傾向が見られた．

### 参考文献


1) Shakeel, M., Farman, A., Adnanul, R., Shaker, M. M., and Muhammad, I. A.: Rockfall susceptibility assessment along M-2 Motorway in Salt Range, Pakistan. J. Appl. Geophy. 222, 2024.
2) Andrea, V., Paolo, F. and Giovanni B. C.: Earthquake-induced rockfall hazard zoning. Eng. Geol. 182 (B), 213-225, 2014.
3) Pedro, P. S., Cristina, R. C., Susana, P., Roberto, S. C., Miquel, À. C., José, L. Z. and Rosa, M. M.: Seasonal rockfall risk analysis in a touristic island: Application to the Tramuntana Range (Mallorca, Spain). Int. J. Disaster Risk Reduct. 101, 2024.
4) Roy, S., Acharya, S. S., Chakrabarti, R.: Mobilization of rare earth elements during extreme weathering of basalt. Geochemistry. 84 (1), 2024.
5) Imaizumi, F., Trappmann, D., Matsuoka, N. and Canovas, J. A. B.: Interpreting rockfall activity on an outcrop–talus slope system in the southern Japanese Alps using an integrated survey approach. Geomorphology. 371, 2020.
6) 能島暢呂，久世益充，LE QUANG DUC：シナリオ地震動予 測地図の特異値分解によるモード分解と地震動分布のシミュレーション，日本地震工学会論文集，Vol. 18，No. 2， pp.2_95-2_114，2018.
7) 能島暢呂，久世益充，高橋幸宏：シナリオ地震動予測地図のモード分解による予測震度分布の空間相関特性の分析，日本 地震工学会論文集，Vol. 19，No. 1，pp.1_121-1_135，2019.
8) 能島暢呂，高橋幸宏：複数ケースの震源パラメータ設定がシナリオ地震動予測地図の空間相関特性に及ぼす影響について， 東濃地震科学研究所報告，No. 45，pp.53-66，2020.
9) 高橋幸宏，能島暢呂：南海トラフ巨大地震による津波の浸水 深分布の空間相関特性の評価とシミュレーション，地域安全 学会論文集，No.36， Vol. 8，pp.1-8，2020.
10) H. Nakatani, S. Takiguchi and A. Kanazawa: Reality of cliff failure disaster, TECHNICAL NOTE of National Institute for Land and Infrastructure Management, No. 1122, 2020.
11) Lyu, G. and Kasama, K.: The Effect of Material Property Variation on Rockfall Movement, Journal of JSCE, Vol.12, No.2, 23-15035,2024.
12) Stewart, G. W.: On the early history of singular value decomposition. SIAM Review. 35 (4), 1993.
13) Takahashi, Y. and Nojima, N.: Non-negative matrix factorization of spatial distribution of tsunami inundation depth 646 caused by the Nankai megathrust earthquakes. Journal of Social Safety Science. 38, 163-172., 2021.
14) Fukutani, Y., Moriguchi, S., Terada, K. and Shigihara, Y.: Spatial uncertainty evaluation by modal decomposition of water depth coefficients used for Tsunami loads design. Journal of JSCE, Ser. B2 (Coastal Engineering), 76 (2), 2020.


（2026.5.29　受付）