

不飽和浸透を考慮した無限斜面法における 浸透力の計算方法に関する一考察

STUDY ON CALCULATION METHOD OF SEEPAGE FORCE IN THE INFINITE SLOPE METHOD CONSIDERING UNSATURATED SEEPAGE

東元 大介¹・酒匂 一成²・伊藤 真一³

Daisuke TSUKAMOTO, Kazunari SAKO, Shinichi ITO

¹ 鹿児島大学大学院理工学研究科 (〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40)

E-mail: k9804722@kadai.jp

² 鹿児島大学学術研究院理工学域工学系 (〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40)

E-mail: sako@oce.kagoshima-u.ac.jp

³ 鹿児島大学学術研究院理工学域工学系 (〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40)

E-mail: itou@oce.kagoshima-u.ac.jp

Key Words: *slope stability analysis, unsaturated soil, seepage force*

1. はじめに

現在, 全国的に多発する局所的な豪雨によって, 斜面崩壊が生じている. 斜面崩壊による人的被害を軽減するためには, 降雨に伴って時々刻々と変化する斜面の安定性を定量的に評価する必要がある. そこで, これまでに降雨時の斜面安定解析に関する様々な研究がされてきた^{1) 2)}. 1960 年台後半には, パーソナルコンピューターを用いた斜面安定解析が数多く行われるようになり, 現在は, 不飽和浸透解析と斜面安定解析を組み合わせた解析が多く用いられている^{3) 4) 5)}. 極限平衡法に基づく斜面安定解析の式では, 一般に地下水位以下の飽和域における浸透力や間隙水圧による力は考慮されている. しかし, 地下水位以上の不飽和域において, すべり土塊の重量計算は飽和度分布から容易に計算できるが, 不飽和土中の水の流れに関する取り扱いが不明確である.

そこで, Sako ら⁶⁾は, 不飽和土中に作用する浸透力や圧力水頭差による体積力を提案し, 非円弧すべり法の Janbu 法への適用を試みている. さらに, 津山ら⁷⁾は, 極限平衡法の一つである無限斜面法において, 不飽和土中の浸透力と圧力水頭差による体積力を考慮した体積力法および負の間隙水圧を考慮し

た水圧法をそれぞれ提案し, その妥当性を検討した. しかし, 力学的効果が同じであるはずの体積力法(不飽和土中の浸透力と圧力水頭差による体積力を考慮)と水圧法(不飽和土中の負の間隙水圧を考慮)から算出される安全率が一致しないという課題が生じた. そこで, その課題の原因の一つである負の間隙水圧が作用する断面積の影響が検討されてきた⁷⁾.

本論文では, 体積力法と水圧法の計算結果の精度向上のため, 斜面安定解析における不飽和域の浸透力の計算方法について見直す. 具体的に, 不飽和域の浸透力は, すべり土塊を高さ方向に等間隔で分割することで計算される. しかし, 分割数をより細かく設定すると, 不飽和域の浸透力はある値に収束すると考えられるが, 既往の研究では適切な分割数についての議論はされていない.

そこで, 津山らの提案する不飽和浸透を考慮した斜面安定解析の無限斜面法⁷⁾について, 不飽和域の浸透力を計算する際の適切な分割数について明らかにする. そのため, 既往研究と同様の解析条件を用いて, 分割数の違いが不飽和域に作用する浸透力の値や体積力法と水圧法の安全率に与える影響を考察する.

2. 体積力法と水圧法における無限斜面法

すべり長さがすべり深さに対して十分大きいような斜面に対して、すべり面を直線と仮定する無限斜面法を用いた斜面安定解析を行う。図-1は、体積力法と水圧法において、飽和した無限斜面に作用する力をそれぞれ示している。ここでは、傾き β で、地下水位が地表面に一致するような定常浸透流がある場合を考え、底面の長さ l が単位長さ1であるようなスライスに働いている力のつり合い式を検討する。

はじめに、体積力法で表される無限斜面法について述べる。図-1(a)に示すように、飽和した無限斜面においては、斜面に対して平行な方向に浸透力 J 、鉛直上向きに浮力 P_v が作用すると考えられる。浸透力 J はすべり面と水面に直角な等ポテンシャル線間の水頭差より導出でき、すべり土塊の体積 V に作用する体積力法として次式で表される。

$$\begin{aligned} J &= \rho_w \cdot g \cdot i \cdot V = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot (\cos \beta \cdot l \cdot h_w) \\ &= \rho_w \cdot g \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot l \cdot h_w \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 ρ_w : 水の密度、 g : 重力加速度、 i : 動水勾配、 β : 斜面の傾斜角、 h_w : 地下水位。

浮力 P_v は、次式に示すように、地下水位以下にあるすべり土塊に作用する圧力水頭差によって導出することができる。

$$\begin{aligned} P_v &= \rho_w \cdot g \cdot V = \rho_w \cdot g \cdot (\cos \beta \cdot l \cdot h_w) \\ &= \rho_w \cdot g \cdot \cos \beta \cdot l \cdot h_w \end{aligned} \quad (2)$$

力のつり合い式より、体積力法における安全率 F_b が式(3)で表される。

$$F_b = \frac{c + (W - P_v) \cos \beta \tan \phi}{J + (W - P_v) \sin \beta} \quad (3)$$

ここに、 c : 見かけの粘着成分、 W : スライス自重、 ϕ : 内部摩擦角。

次に、水圧法による無限斜面法について考える。

図-1(b)に示すように、飽和した無限斜面においては、すべり土塊側面に働く水圧の合力 E_1 、 E_2 と、すべり土塊下面に働く水圧の合力 U が作用すると考える。

$$E_1 = E_2 = \rho_w \cdot g \cdot l \cdot \cos^2 \beta \cdot h_w^2 \cdot 1 \quad (4)$$

$$U = \rho_w \cdot g \cdot l \cdot \cos^2 \beta \cdot h_w \cdot 1 \quad (5)$$

力のつり合いより、水圧法における安全率 F_w が式(6)で表される。

$$F_w = \frac{c + (W \cos \beta - U) \tan \phi}{W \sin \beta} \quad (6)$$

なお、式(3)、式(6)を用いた斜面安定解析において、すべり土塊内に地下水位がある場合、地下水位より

上の不飽和域の影響は重量 W に反映されているが、間隙水圧の取り扱い是不明確である。

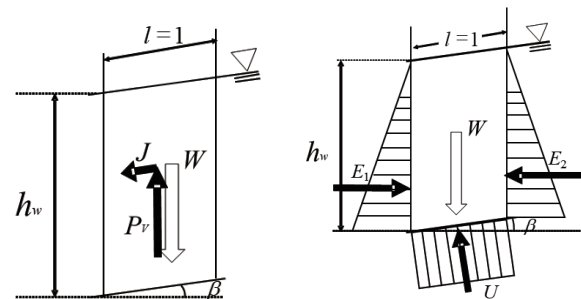
3. 無限斜面法における不飽和浸透の取り扱い

不飽和土中の間隙水部分における単位体積当たりの浸透力は、飽和土と同じと考えられる。体積 V の飽和したすべり土塊に作用する浸透力 J は、単位体積当たりの浸透力 j に作用するすべり土塊の体積 V を乗じて計算される。しかし、不飽和土の場合はすべり土塊中に空気が含まれるため、浸透力が作用する体積を影響体積 V_j とし飽和度に依存すると仮定している⁶⁾。このとき、体積 V の不飽和土に作用する浸透力 J_{unsat} は、次式で表される。

$$J_{\text{unsat}} = j \cdot V_j = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot S_r \cdot V \quad (7)$$

ここに、 J_{unsat} : 体積 V の不飽和土に作用する浸透力、 j : 単位体積当たりの浸透力、 S_r : 飽和度。

図-2は、不飽和域のすべり土塊の周面に作用する間隙水圧を示す。不飽和域のすべり土塊に作用する間隙水圧は、地下水位からの高さに応じて負の間隙水圧が直線的に変化するもの(平衡状態)と仮定した。また、すべり土塊を圧縮する方向を正としている。不飽和域においても、すべり土塊の上面および下面に負の間隙水圧が発生している。そのため、圧力水頭差による体積力が不飽和状態のすべり土塊に



(a) 体積力法 (b) 水圧法

図-1 無限斜面に作用する力⁸⁾

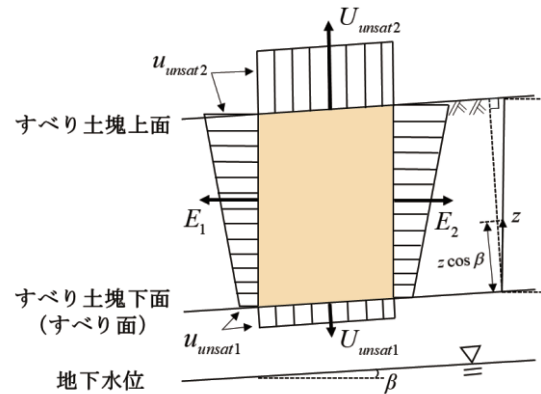


図-2 すべり土塊の周辺に作用する間隙水圧

作用すると考えられる。これは、式(2)に示す飽和状態であるすべり土塊に作用する浮力と物理的作用は同じものである。不飽和域におけるすべり土塊に働く圧力水頭差による体積力 $P_{v,unsat}$ は、すべり土塊の上面および下面に作用する間隙水圧の合力 U_{unsat} と次式のような関係にある。

$$P_{v,unsat} = \frac{U_{unsat}}{\cos \beta} \quad (8)$$

ここに、 $P_{v,unsat}$ ：不飽和域におけるすべり土塊に働く圧力水頭差による体積力、 U_{unsat} ：すべり土塊の上面および下面に作用する間隙水圧の合力。

図-2に示されるすべり土塊の側面に働く水圧の合力 E_1, E_2 は、飽和域(図-1(b))と同様に相殺されることがわかる。また、斜面安定解析に影響するすべり土塊の上面および下面に作用する間隙水圧の合力 U_{unsat} は次式で表される。

$$U_{unsat} = U_{unsat1} - U_{unsat2} \quad (9)$$

ここに、 U_{unsat1} ：すべり土塊下面に作用する間隙水圧、 U_{unsat2} ：すべり土塊上面に作用する間隙水圧。

水圧の合力は、水圧と水圧が作用する面積を乗じると得られるため、すべり土塊の下面と上面に作用する合力 U_{unsat1} 、 U_{unsat2} はそれぞれ次式のように表される。

$$U_{unsat1} = u_{unsat1} \times A_{w1} \quad (10)$$

$$U_{unsat2} = u_{unsat2} \times A_{w2} \quad (11)$$

ここに、 u_{unsat1} ：すべり土塊下面に作用する間隙水圧、 u_{unsat2} ：すべり土塊上面に作用する間隙水圧、 A_{w1} ：すべり土塊下面で間隙水圧が作用する面積、 A_{w2} ：すべり土塊上面で間隙水圧が作用する面積。

不飽和土の場合は水圧が作用する面積に空気の部分も含まれたため、不飽和域において間隙水圧が作用する面積を影響面積 A_w としている。影響面積 A_w とすべり土塊の上面および下面の断面積 A の関係が次式のように表されるものと仮定する。

$$A_w = \alpha \times A \quad (12)$$

ここに、 α ：飽和度に依存する係数。

式(7)、式(8)、式(9)を用いることで、不飽和浸透を考慮した体積力法および水圧法による無限斜面法の安定解析が可能となる。体積力法による安全率 F_b が式(13)、水圧法による安全率 F_w が式(14)に示される。

$$F_b = \frac{c + (W - P_{v,unsat}) \cos \beta \tan \phi}{J_{unsat} + (W - P_{v,unsat}) \sin \beta} \quad (13)$$

$$F_w = \frac{c + (W \cos \beta - U_{unsat}) \tan \phi}{W \sin \beta} \quad (14)$$

なお、すべり土塊全体が飽和した場合の式(13)、式(14)は、式(3)および式(6)と同じになる。

従来の地下水位以下の $J_{sat}, P_{v,sat}, U_{sat}$ については、図-3に示すような力の三角形が閉じることで、体積力法と水圧法の力学的効果が等しくなり、安全率が一致することが確認されている⁸⁾。しかし、式(13)における体積力法(不飽和土中の浸透力と圧力水頭差による体積力を考慮)と式(14)における水圧法(不飽和土中の負の間隙水圧を考慮)から算出される安全率が一致しないという課題が生じた⁷⁾。その原因の一つとして、式(12)に示される影響面積の決定方法が考えられる。影響面積の決定する係数である α は、飽和度に依存する係数と思われるがどのような値であるかは未解明である。そこで、本論文では、津山⁷⁾が提案する式(15)に示すような、体積と面積の比率に着目した2乗3乗法則による式を用いた。

$$\alpha = \sqrt[3]{S_r^2} \quad (15)$$

この α は、飽和度の持つ体積の比率を影響面積の持つ面積の比率に変換したものであり、 α を飽和度とする場合よりも体積力法と水圧法の安全率の差が小さくなることが報告されている⁷⁾。しかし、不飽和浸透を考慮した体積力法と水圧法の計算結果が一致していないため、係数 α についてさらなる改良が必要だと考える。

本論文では、 α の改良を検討する前に、不飽和域の浸透力の計算方法の精度について再検討する。特に、不飽和域の浸透力を計算する際の分割数に着目して検討する。

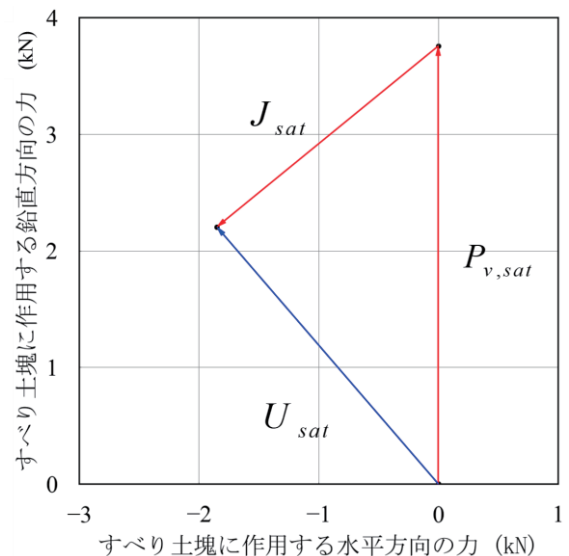


図-3 飽和時の浸透力、圧力水頭差による体積力、間隙水圧の合力の力の多角形

4. 不飽和域の浸透力の分割数に関する検討

図-4は、不飽和域に作用する浸透力を示している。式(7)に示すように、不飽和域の浸透力は飽和度に応じて大きさが決定され、地下水位からすべり土塊上面に近づくとき、飽和度が小さくなるため浸透力も小さくなることが考えられる。そこで、安定解析の計算では、不飽和域にあるすべり土塊を高さ方向に等間隔で n 分割すると、次式のように求められる。

$$J_{unsat} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \rho_w \cdot g \cdot i \cdot S_{r,k} \cdot V_k = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot \bar{S}_r \cdot V \quad (16)$$

ここに、 n : 分割数、 V_k : 分割された土の体積、 $S_{r,k}$: 分割された土の飽和度。

図-5は、一例として、すべり土塊を10分割した際の静水圧分布と飽和度分布を示している（飽和度の値は、 $h=1.0m$, $\beta=40^\circ$ の場合）。図-5に示す静水圧分布は、地下水位からの高さに応じて負の間隙水圧が直線的に変化するもの（平衡状態）としている。

図-6は、間隙モデル⁹⁾で推定された水分特性曲線を示している。間隙モデルとは、確率統計論を援用したモデルで、粒径加積曲線および間隙比の実測値から、間隙径分布を推定し、飽和度、水分特性曲線、不飽和・飽和透水係数を算定するモデルである。

今回の解析では、分割されたスライスごとに静水圧分布から負の間隙水圧を算出し、その値を図-6に示す水分特性曲線に代入することで飽和度を決定した。さらに、その飽和度を式(7)に代入することで各スライスごとの浸透力を決定することができ、それらの合力が不飽和域の浸透力となる。また、式(16)のように、平均飽和度 \bar{S}_r を式(7)に代入する方法でも不飽和域の浸透力を求めることができる。しかし、これらの浸透力の算出方法では、浸透力がすべり土塊の分割数の設定によって変化すると考えられる。既往の研究⁷⁾では、不飽和域のすべり土塊を10分割（10cm間隔）に設定しているが、分割数をより細かく設定することで、浸透力がある値に収束すると考えられる。そこで、本論文では、不飽和域の浸透力の値が収束する適切な分割数について検討した。さらに、分割数の違いが斜面安定解析の結果に与える影響についても考察を行う。

(1) 解析条件

図-7は、本研究の全ての解析で用いた斜面形状と試料条件を示している。斜面形状は、すべり面（すべり土塊下面）の位置を0mとして鉛直下向きに-

1.0m、鉛直上向きに+1.0mと高さを決定した。本解析の地下水位は、図-7に示すように斜面の傾斜角と同じ角度で存在し、高さ-1.0mに固定して計算を行った。試料条件は、川内しらすを用いた。

また、見かけの粘着成分は、飽和度によって変化

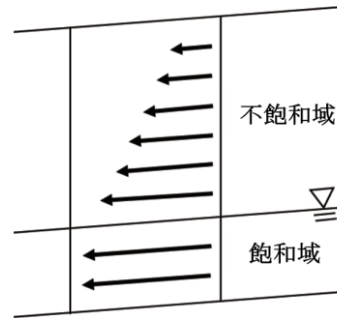


図-4 不飽和域に作用する浸透力

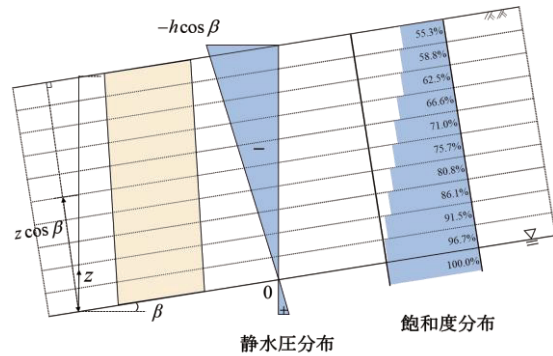


図-5 すべり土塊中の飽和度設定の一例

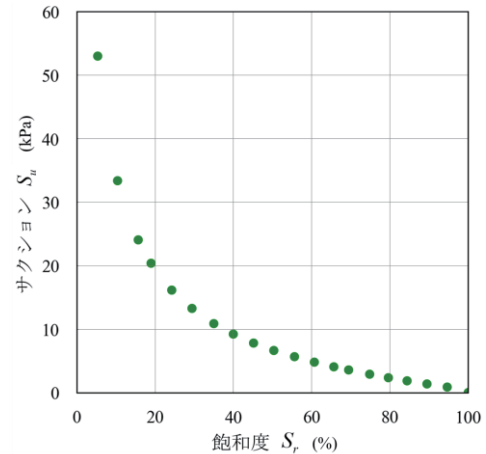


図-6 間隙モデルで推定された水分特性曲線

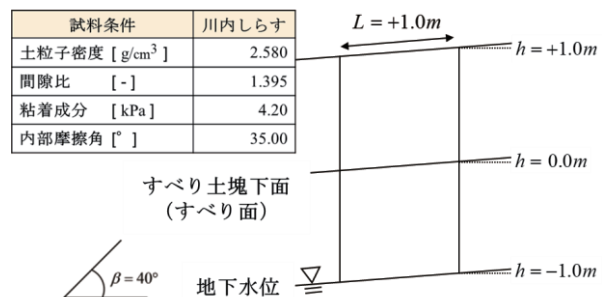


図-7 斜面形状と試料条件

するが、本論文では、不飽和域の浸透力の決定方法と斜面安定解析の結果への影響を議論するため、見かけの粘着成分を一定として計算を行った。見かけの粘着成分の飽和度変化における斜面安定解析への影響に関しては、参考論文¹⁰⁾を参照いただきたい。

不飽和域にあるすべり土塊の重量は、平均飽和度 \bar{S}_r を算出することで決定できる。ここでの平均飽和度 \bar{S}_r は、不飽和域の浸透力の算出されたものと同じ値である。

(2) 不飽和域の浸透力に与える分割数の影響

本節では、分割数を 10 分割 (10cm 間隔) から 500 分割 (0.2cm 間隔) まで、10 分割ごとに算出し (計 50 ケース)、不飽和域の浸透力の値の変化を確認する。さらに、浸透力の値が μ (平均値) $\pm\sigma$ (標準偏差) の範囲内に収まる際、その時の分割数は不飽和域の浸透力を十分に評価できると仮定して検討する。なお、50 ケースの分割数で得られた浸透力を用いて平均値と標準偏差を算出している。

図-8 は、分割数変動時の不飽和域の浸透力の値を示している。実線が不飽和域の浸透力、点線はその μ 、破線は $\mu\pm\sigma$ の範囲を示している。不飽和域の浸透力の値は、分割数が 50 分割 (2cm 間隔) までの範囲まで右肩上がりであり、そこからおよそ 200 分割 (0.5cm 間隔) まで少しずつ値が増加している。200 分割 (0.5cm 間隔) から、およそ 500 分割 (0.2cm 間隔) までの範囲では不飽和域の浸透力の値が一定値に収束している。

また、50 分割 (2cm 間隔) 以降の不飽和域の浸透力の値は、 $\mu\pm\sigma$ の範囲に収まることから、分割数が 50 分割 (2cm 間隔) 以上では、浸透力を十分に評価できる可能性が示唆された。

(3) 分割数の違いが斜面安定解析に与える影響

図-9 は、分割数変動時の体積法における安全率、図-10 は、分割数変動時の水圧法における安全率を示している。実線が体積法と水圧法の安全率、点線はその μ 、破線は $\mu\pm\sigma$ の範囲を示している。図-9 と図-10 より、10 分割 (10cm 間隔) における体積法と水圧法の安全率は、安全率の平均値 $\pm\sigma$ の範囲よりも大きいことがわかる。一方で、50 分割 (2cm 間隔) 以上の体積法と水圧法の安全率は、安全率の平均値から $\pm\sigma$ の範囲に収まることを確認できた。

図-11 は、分割数変動時における水圧法の安全率 F_w と体積法の安全率 F_b の差 ($F_w - F_b$) を示している。実線が体積法と水圧法の安全率の差、点線はその μ 、破線は $\mu\pm\sigma$ の範囲を示している。

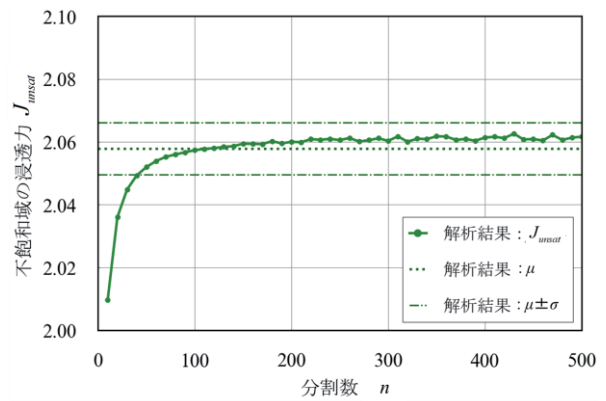


図-8 分割数変動時の不飽和域の浸透力

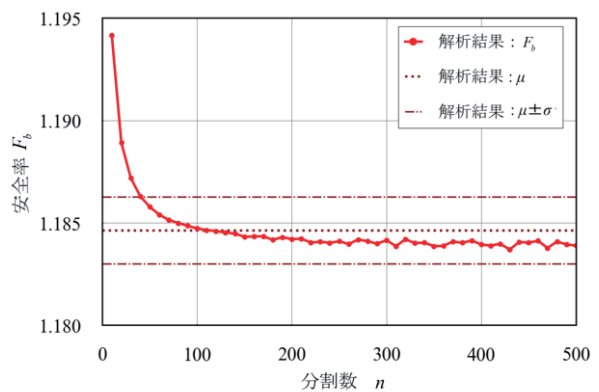


図-9 分割数変動時の体積法における安全率

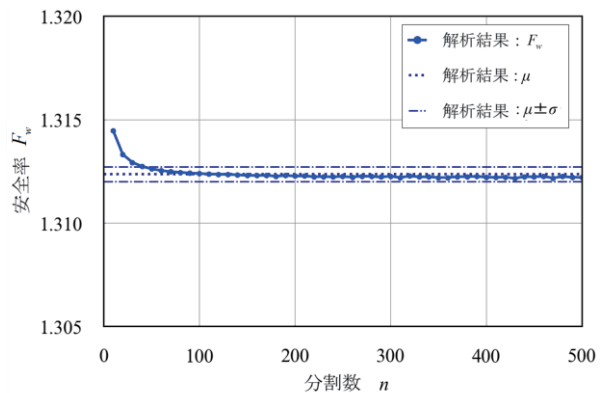


図-10 分割数変動時における水圧法の安全率

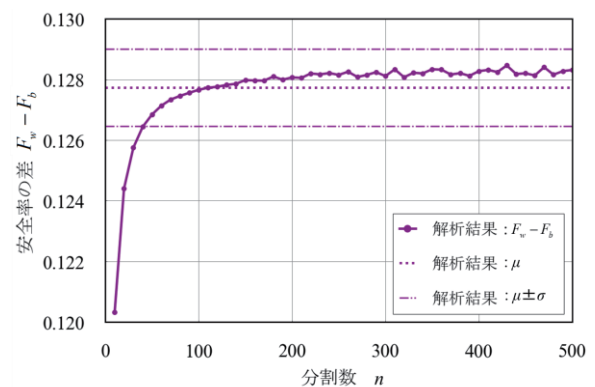


図-11 分割数変動時における安全率の差

図-11 に示すように、体積力法と水圧法の安全率の差 (F_w-F_b) は、分割数が 50 分割 (2cm 間隔) 以上で平均値から $\pm\sigma$ の範囲に収まることが確認できる。また、分割数を増やしていくと安全率の差が一定の値に収束するため、体積力法と水圧法の安全率が一致しないという課題には分割数が影響しないことが示唆された。

以上より、分割数を少なくとも 50 分割 (2cm 間隔) 以上に設定するで、体積力法と水圧法の安全率の値は適切に評価できる可能性がある。しかし、今回の解析では、地下水位の高さ-1.0m のみの検討であるため、異なる地下水位の高さにおける検討も行う必要がある。さらに、土試料の違いによる影響などを考察することで、浸透力や安全率の値を適切に評価できる分割数を決定していきたい。

5. おわりに

本論文では、体積力法と水圧法の計算結果の精度向上のため、斜面安定解析における不飽和域の浸透力の計算方法について見直し、分割数の違いによる浸透力と安全率への影響を考察した。

本論文の検討結果から得られた知見を以下にまとめる。

- 1) 不飽和域の浸透力の値は、分割数に応じてその値が変化することがわかった。分割数が少ない場合、不飽和域のすべり土塊の平均飽和度が小さくなり浸透力の値が過小評価されることが確認された。また、本論文の範囲では、分割数は少なくとも 50 分割 (2cm 間隔) あれば不飽和域の浸透力の値は大きく変化しないことが分かった。
- 2) 不飽和浸透を考慮した無限斜面法において、分割数を変動させながら斜面安定解析を行った。本論文の範囲では、体積力法と水圧法のどちらにおいても、分割数が少ない場合は細かく設定した場合に比べて、安全率が大きくなった。また、安全率の計算においても、分割数は少なくとも 50 分割 (2cm 間隔) 以上に設定すると安全率の値が収束することがわかった。さらに、分割数の違いは体積力法と水圧法の安全率が一致しないという課題には影響しないことも示唆された。今後の展望として、異なる地下水位の高さにおける検討や、土試料の違いによる影響などの考察をしていく。さらに、体積力法と水圧法の安全率が一致しないという課題の解決のため、

影響面積を決定する係数 α の決定方法についても検討する。

参考文献

- 1) Duncan, J. M.: State of the art: Limit equilibrium and finite element analysis of slopes, ASCE Journal of Geotechnical Engineering, Vol.122, No.7, pp.577-596, 1996.
- 2) Kitamura, R., Sako, K.: Contribution of "Soils and foundation" to studies on rainfall-induced slope failure, Soils and Foundations, Vol.50, No.6, pp.955-964, 2010.
- 3) Zhang, L.L., Fredlund, D.G., Zhang, L.M. and Tang, W.H.: Numerical study of soil conditions under which matric suction can be maintained. Canadian Geotechnical Journal, Vol.41, No.4, pp.569-582, 2004.
- 4) Collins, B.D. and Znidarcic, D.: Stability analyses of rain-fall induced landslides, ASCE Journal of Geotechnical and Environmental Engineering, Vol.130, No.4, pp.362-372, 2004.
- 5) Chen, H.J. and Liu, S.H.: Slope failure characteristics and stabilization methods, Canadian Geotechnical Journal, Vol.44, No.4, pp.377-391, 2007.
- 6) Sako, K., Tabata, M., Kitamura, R., Niisaka, M.: Slope stability analysis by considering unsaturated seepage force in unsaturated slope, Proc. of the sixth International Conference on Unsaturated Soils (UNSAT2014), pp.1279-1285, 2014.
- 7) 津山雅徳, 酒匂一成, 伊藤真一, 北村良介: 不飽和土中の間隙水圧の影響を考慮した無限斜面法の改良に関する検討. 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.75, No.2(応用力学論文集 Vol.22), I_371-I_378, 2019.
- 8) 社団法人地盤工学会編: 入門シリーズ 14 斜面安定解析入門, pp.40-45.1989.
- 9) Sako, K., Kitamura, R.: A practical numerical model for seepage behavior of unsaturated soil, Soils and Foundations, Vol.46, No.5, pp.595-604, 2006.
- 10) Uto, R., Sako, K. and Kitamura, R.: A study on slope stability analysis considered seepage force, buoyance and apparent cohesion of unsaturated soils, proceedings of the first joint seminar on landslide, flood disasters and the environmental issues, No. S2-2, 2017.

(2022. 5. 30 受付)