

コンクリート版の疲労解析シート「SKY」の紹介

①コンクリート舗装の疲労設計の考え方

公益社団法人 土木学会

舗装工学委員会

コンクリート舗装小委員会 構造設計・理論分科会

本資料の構成

1. 設計の考え方

- ・コンクリート舗装の設計の概要
- ・曲げ疲労曲線
- ・疲労設計の流れ

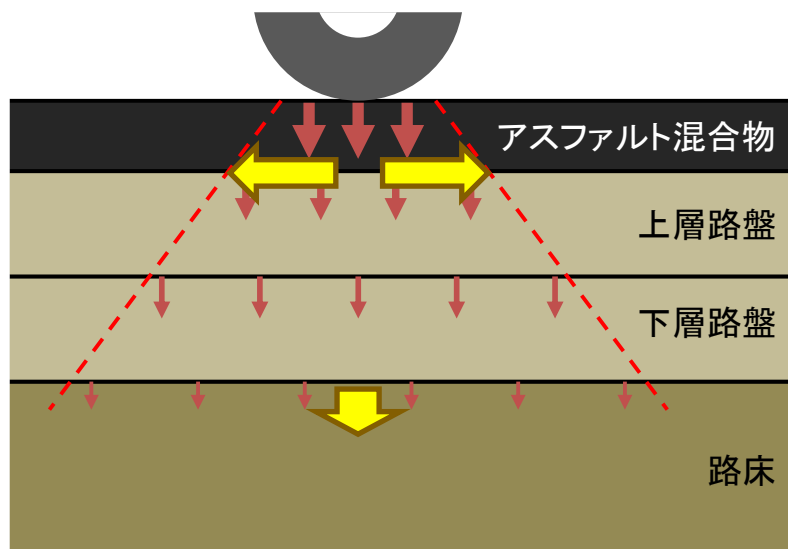
2. 応力の計算

- ・コンクリート版のモデル化
- ・温度応力の計算
- ・荷重応力の計算
- ・応力の発生回数の計算

3. まとめ

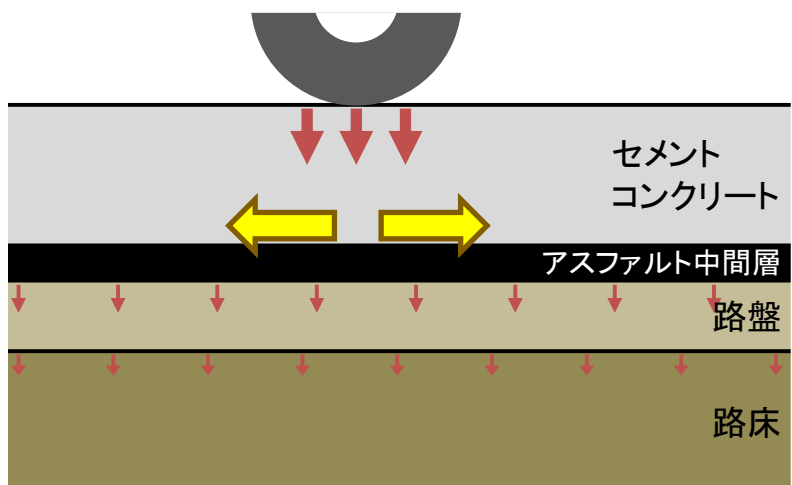
1. 設計の考え方

(一般的な)アスファルト舗装の(理論的)設計法との違い



アスファルト舗装

アスファルト混合物層下面の**引張ひずみ**によるひび割れや路床上面の圧縮ひずみによる大きな変形が生じないように、アスコン層と路盤の厚さを設計



コンクリート舗装

SKYの対象

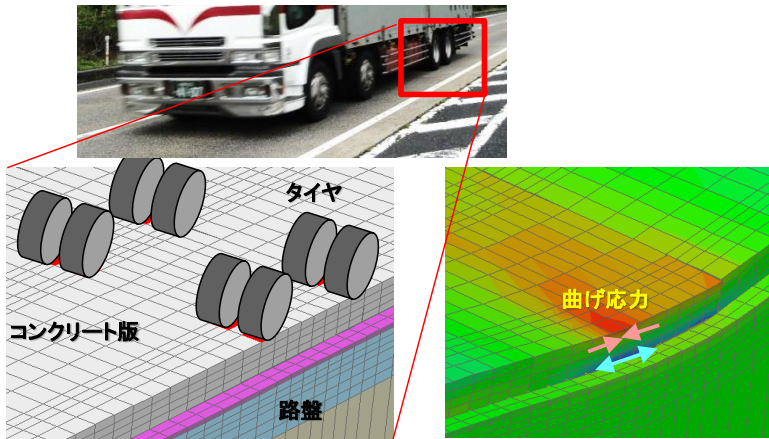
② ①で設定した路盤以下の支持力の元、交通荷重や温度に対して生じる**応力**により、設計期間コンクリート舗装にひび割れが生じない版厚を設計

① 設定した路盤以下の支持力(路盤K値)を満足するように路盤厚を設計

版厚設計の基本(1)

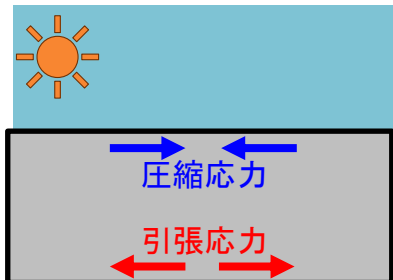
コンクリート版に発生する，交通荷重による応力（荷重応力）とコンクリート版内の温度差による応力（温度応力）の繰り返しにより，疲労破壊ひび割れが発生

荷重応力

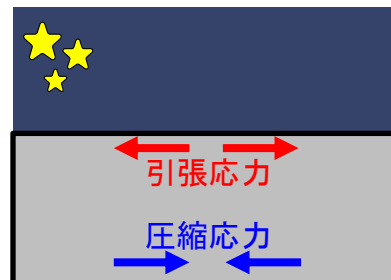


温度応力

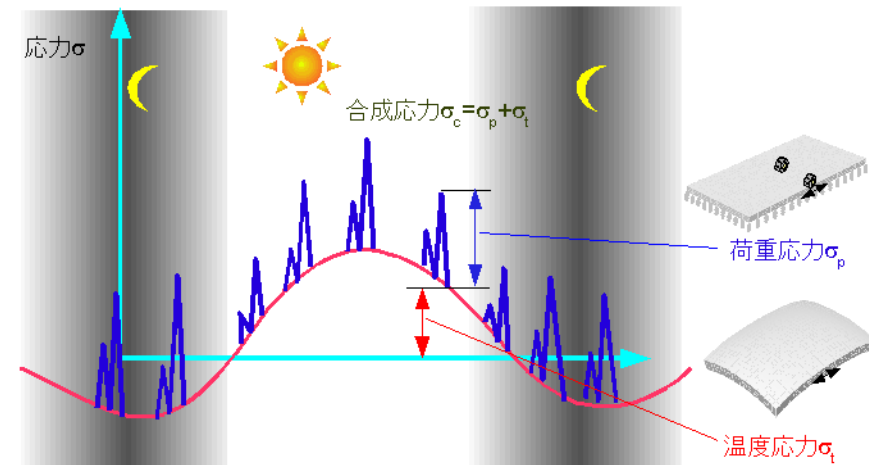
温度差正



温度差負

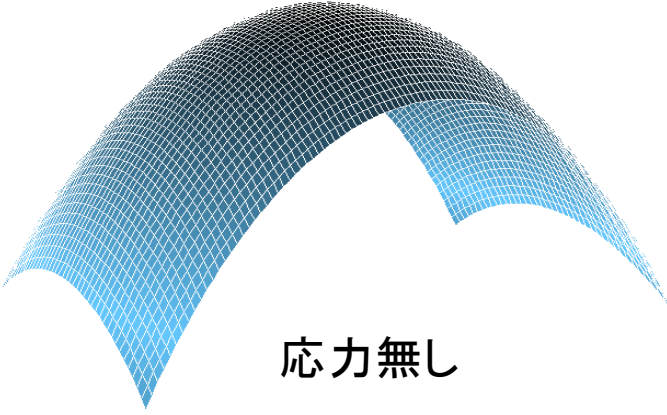
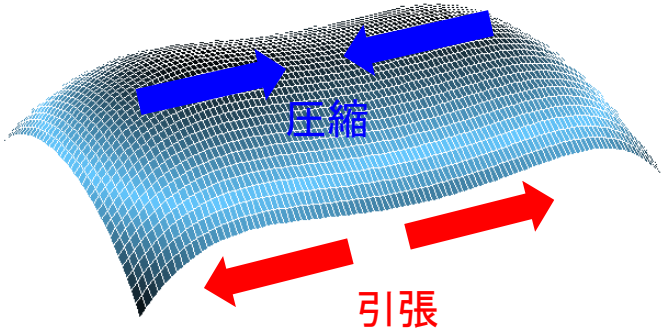
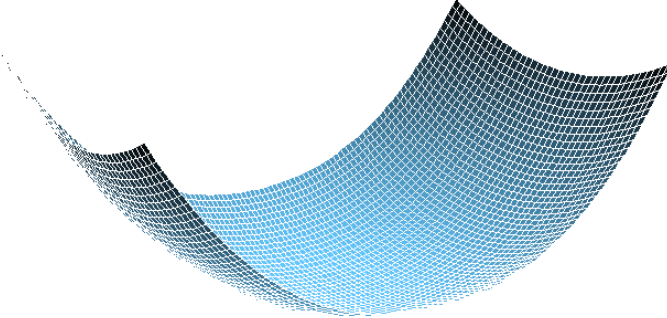
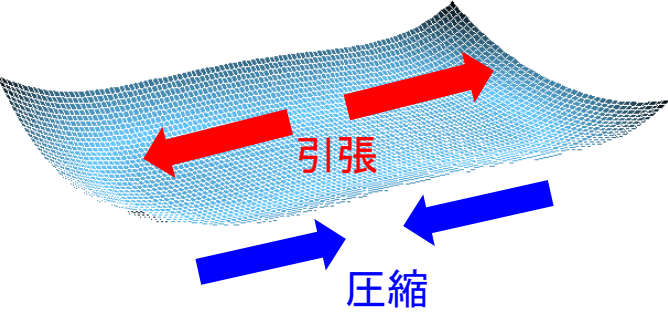


合成応力



版厚設計の基本(2)

温度応力

	(自重などの)拘束なし	(自重などの)拘束あり
温度差正	 応力無し	 圧縮 引張
温度差負	 応力無し	 引張 圧縮

曲げ疲労曲線と疲労度(1)

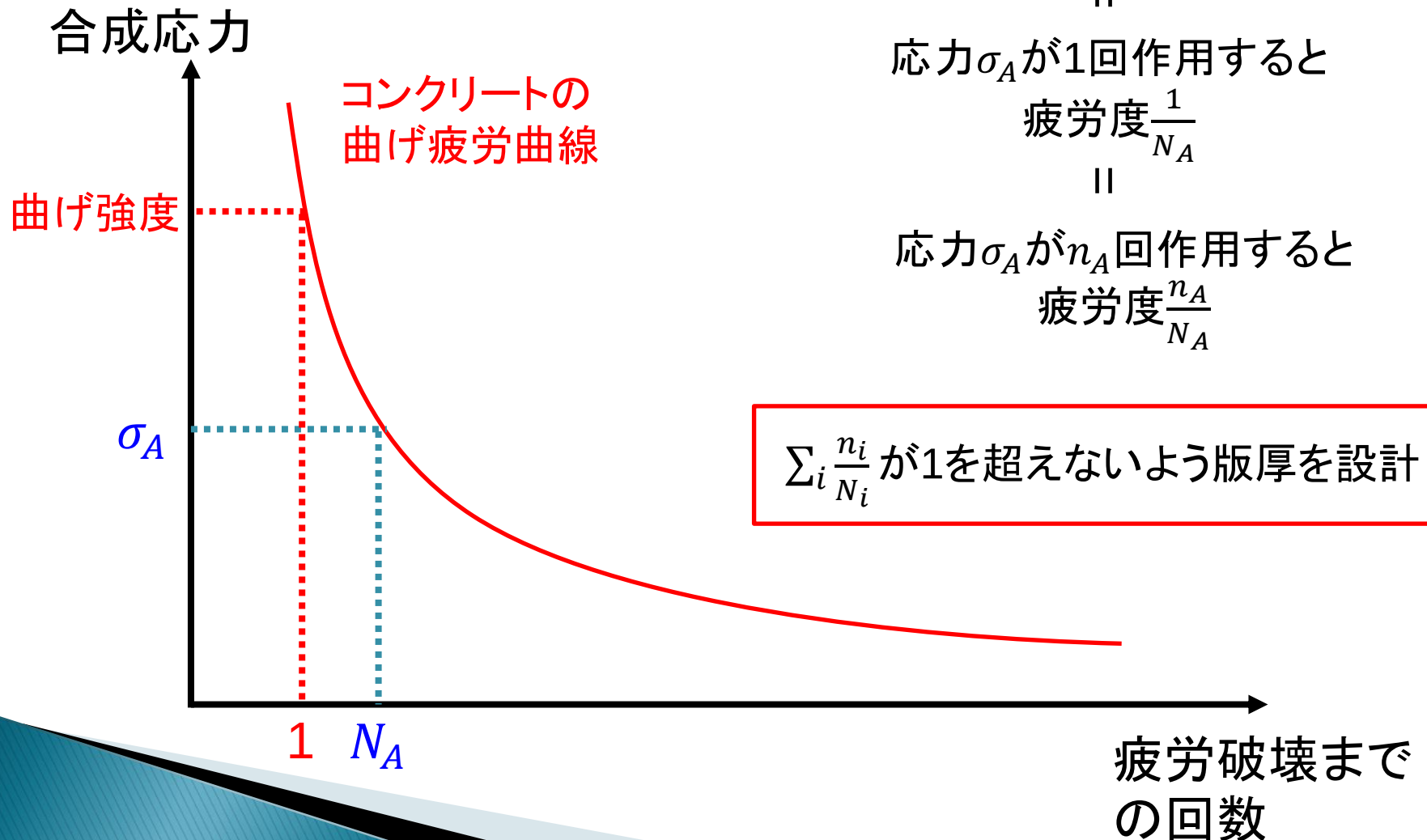
応力 σ_A が N_A 回繰り返し作用すると疲労破壊

||

応力 σ_A が1回作用すると
疲労度 $\frac{1}{N_A}$

||

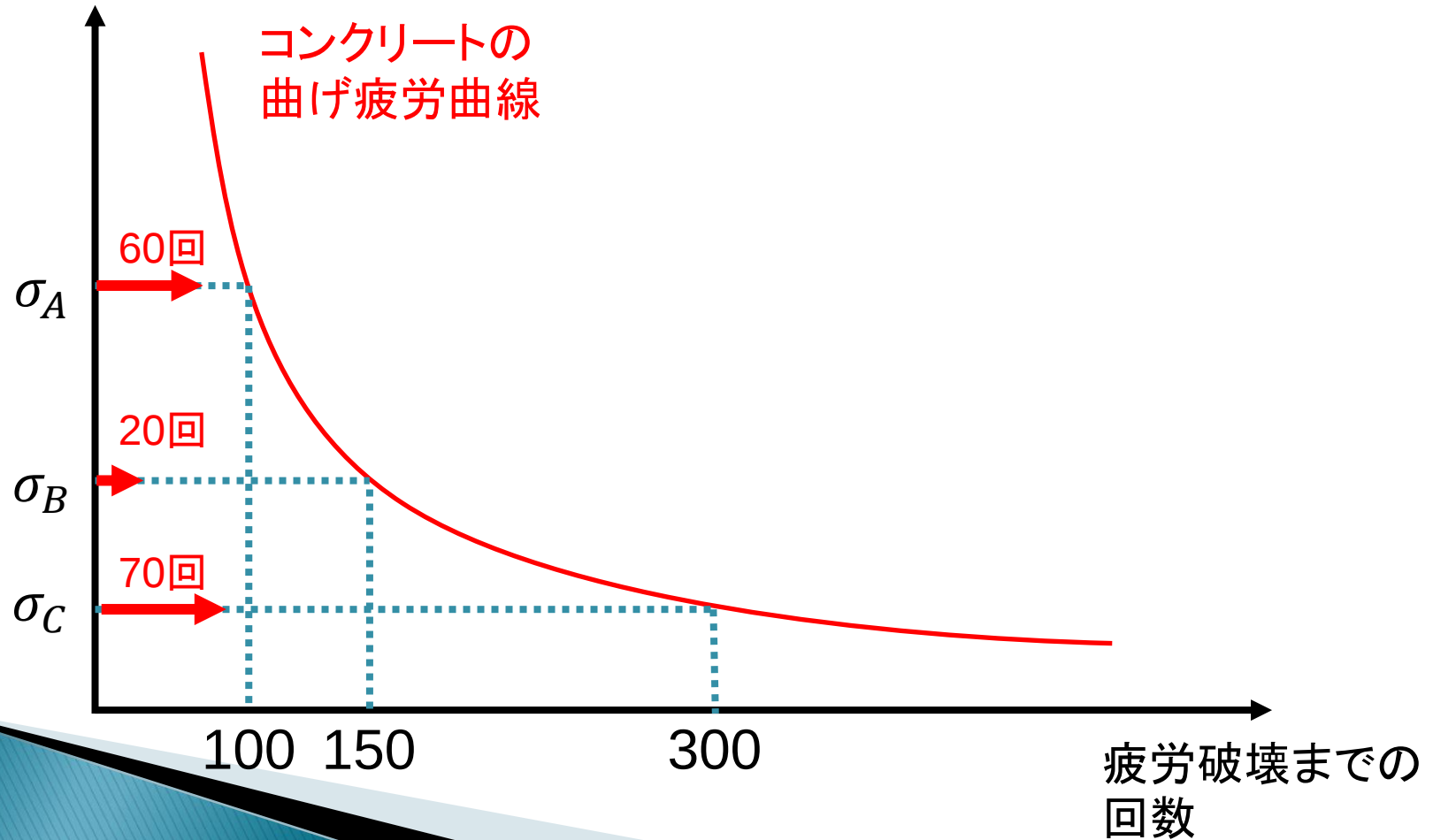
応力 σ_A が n_A 回作用すると
疲労度 $\frac{n_A}{N_A}$



例題1

コンクリート版が下のような破壊基準曲線に従う場合、
応力 σ_A が60回、応力 σ_B が20回、応力 σ_C が70回生じた時、
コンクリート版は壊れる？

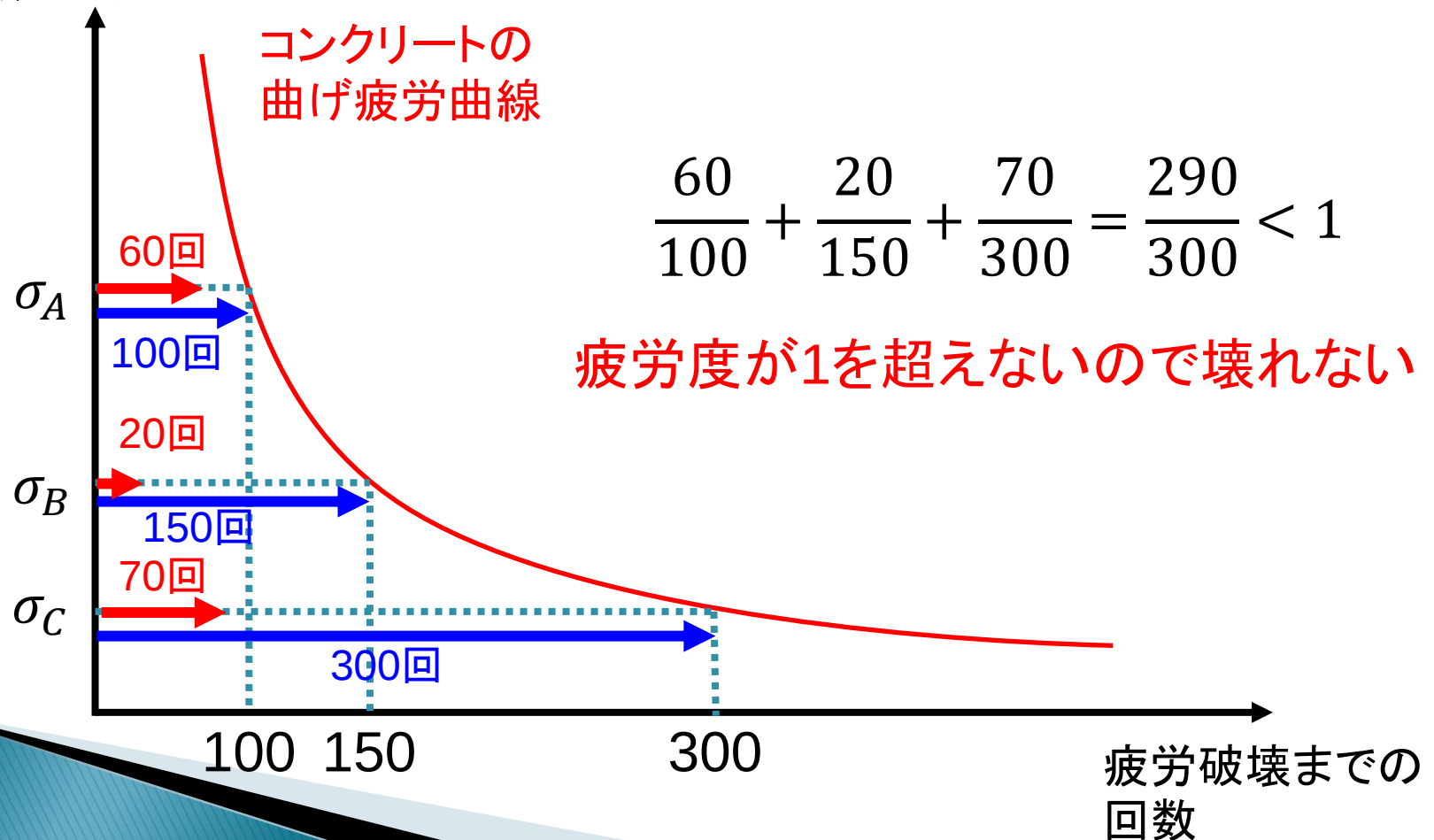
合成応力



例題1: 解答

コンクリート版が下のような破壊基準曲線に従う場合、
応力 σ_A が60回、応力 σ_B が20回、応力 σ_C が70回生じた時、
コンクリート版は壊れる？

合成応力



曲げ疲労曲線と疲労度(2)

2007年版 舗装標準示方書(土木学会)

$$\log_{10} N_d = \frac{a - \frac{\sigma_{rd}}{f_{bm,h}}}{b} \cdot \frac{1}{\gamma_{cr}}$$

$$a = 1.11 + 0.00165P_f$$

$$b = 0.09722 + 0.0021P_f$$

N_d : 設計曲げ疲労回数

σ_{rd} : 繰返し最大曲げ応力[MPa]

$f_{bm,h}$: 版厚 h の平均曲げ強度[MPa]

γ_{cr} : 疲労寿命に関する材料係数

P_f : 疲労破壊確率

(通常0.1%)

2014年版 舗装標準示方書(土木学会)

$$\log_{10} N_d = \left(a - b \frac{\sigma_{rd}}{f_{bd,h}} \right) \cdot \frac{1}{\gamma_{cr}}$$

応力レベル

応力レベル0.8未満の場合

$$a = 4.15894z + 0.03637h + 7.70519$$

$$b = 4.58784z + 0.04546h + 5.46363$$

応力レベル0.8以上(1.0以下)の場合

$$a = 0.17544z + 10.88440$$

$$b = -0.39153z + 9.43763$$

N_d : 設計曲げ疲労回数

σ_{rd} : 繰返し最大曲げ応力[MPa]

h : 版厚[mm]

$f_{bd,h}$: 版厚 h の設計曲げ強度[MPa]

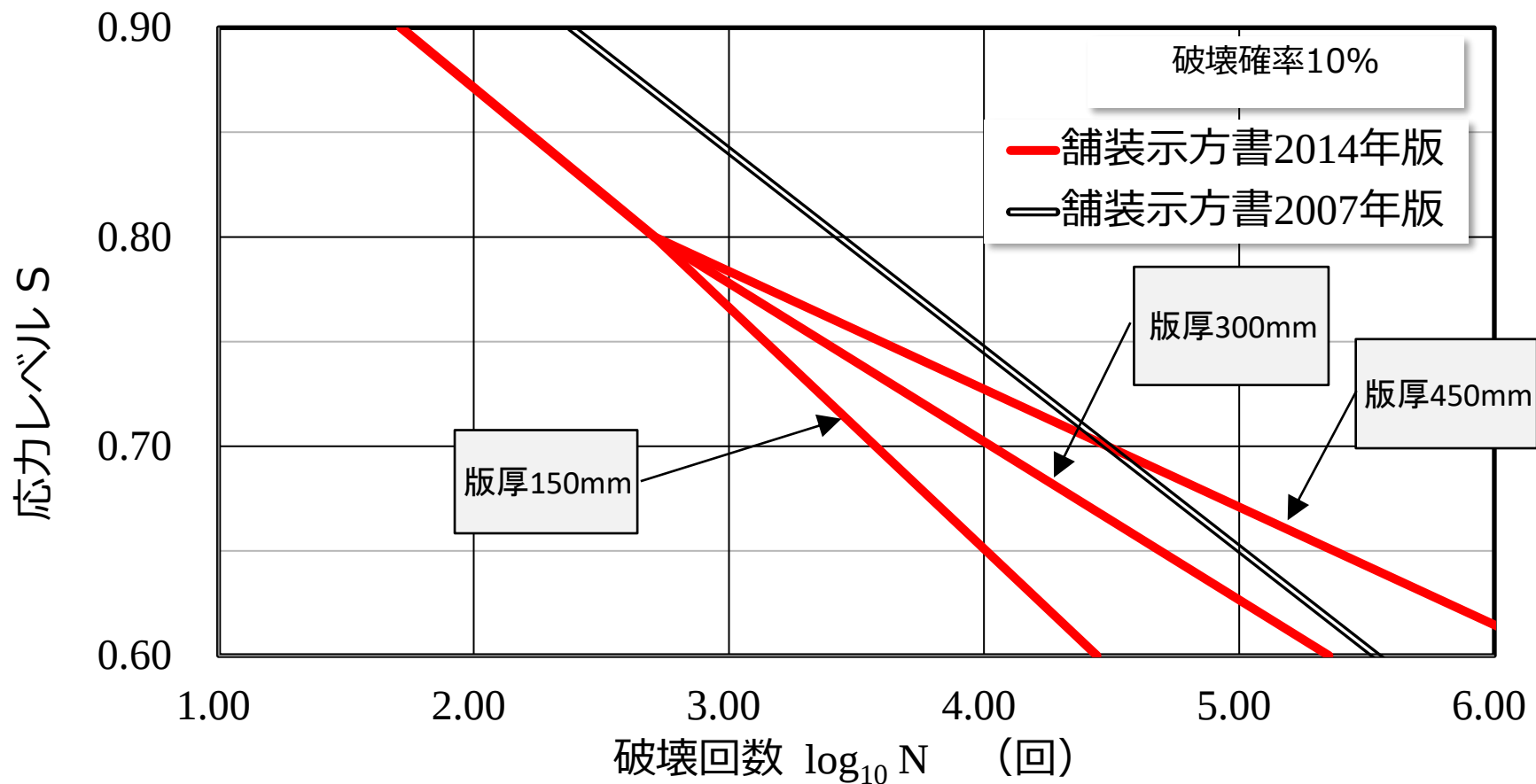
γ_{cr} : 疲労寿命に関する材料係数

P_f : 疲労破壊確率

(通常0.1)

$$z = 5.79P_f^3 - 8.68P_f^2 + 6.67P_f - 1.89$$

曲げ疲労曲線と疲労度(3)



例題2

設計曲げ強度4.4MPa、厚さ25cmのコンクリート版に曲げ
応力3.3MPaの応力が300回生じた際の疲労度は？
(コンクリートの材料係数は1.0、破壊確率10%とする)

2014年版 舗装標準示方書

$$\log_{10} N_d = \left(a - b \frac{\sigma_{rd}}{f_{bd,h}} \right) \cdot \frac{1}{\gamma_{cr}}$$

応力レベル

応力レベル0.8未満の場合

$$a = 4.15894z + 0.03637h + 7.70519$$

$$b = 4.58784z + 0.04546h + 5.46363$$

応力レベル0.8以上(1.0以下)の場合

$$a = 0.17544z + 10.88440$$

$$b = -0.39153z + 9.43763$$

$$z = 5.79P_f^3 - 8.68P_f^2 + 6.67P_f - 1.89$$

N_d : 設計曲げ疲労回数

σ_{rd} : 繰り返し最大曲げ応力[MPa]

h : 版厚[mm]

$f_{bd,h}$: 版厚 h の設計曲げ強度[MPa]

γ_{cr} : 疲労寿命に関する材料係数

P_f : 疲労破壊確率

(通常0.1)

例題2: 解答

設計曲げ強度4.4MPa、厚さ25cmのコンクリート版に曲げ
応力3.3MPaの応力が300回生じた際の疲労度は？
(コンクリートの材料係数は1.0、破壊確率10%とする)

$$\text{応力レベル} \frac{3.3}{4.4} = 0.75$$

$$\log_{10} N_d = \left(a - b \frac{\sigma_{rd}}{f_{bd,h}} \right) \cdot \frac{1}{\gamma_{cr}} \quad \leftarrow 1.0$$

$$\log_{10} N_d = (11.374 - 10.846 \cdot 0.75) \cdot \frac{1}{1.0} \approx 3.240$$

$$\Leftrightarrow N_d = 10^{3.240} \approx 1737.8$$

応力レベル0.8未満の場合

$$a = 4.15894z + 0.03637h + 7.70519 \approx 11.374$$

$$b = 4.58784z + 0.04546h + 5.46363 \approx 10.846$$

応力レベル0.8以上(1.0以下)の場合

$$a = 0.17544z + 10.88440$$

$$b = -0.39153z + 9.43763$$

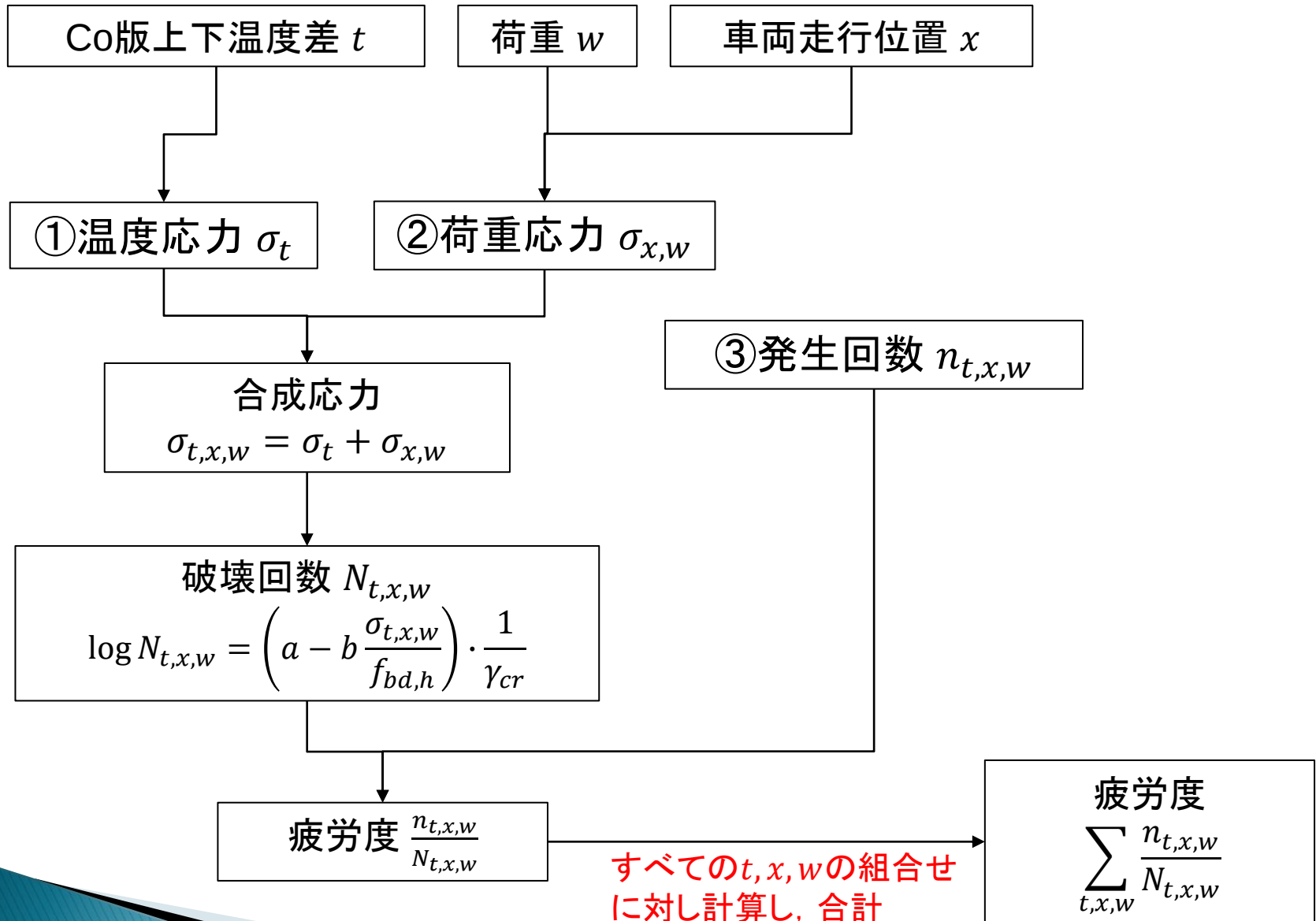
$$z = 5.79P_f^3 - 8.68P_f^2 + 6.67P_f - 1.89 \approx -1.304$$

↑ 0.1

よって疲労度は

$$\frac{300}{1737.8} \approx 0.173$$

コンクリート版の疲労設計の流れ

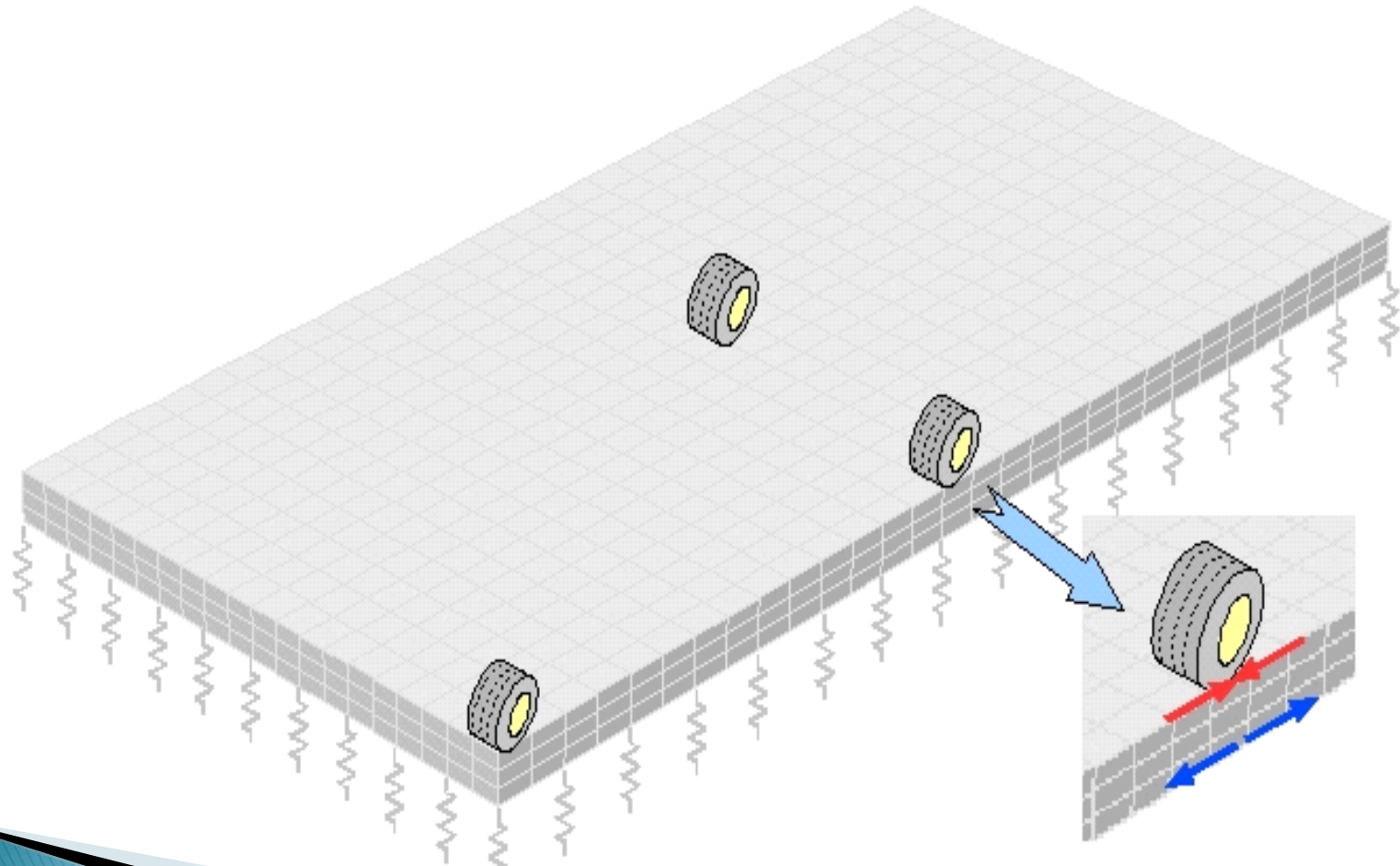


1を超える→設計期間内に破壊

2. 応力の計算

コンクリート版のモデル化

- ・応力を計算するために、コンクリート版をモデル化
- ・路盤以下は、路盤K値による1次元バネとしてモデル化

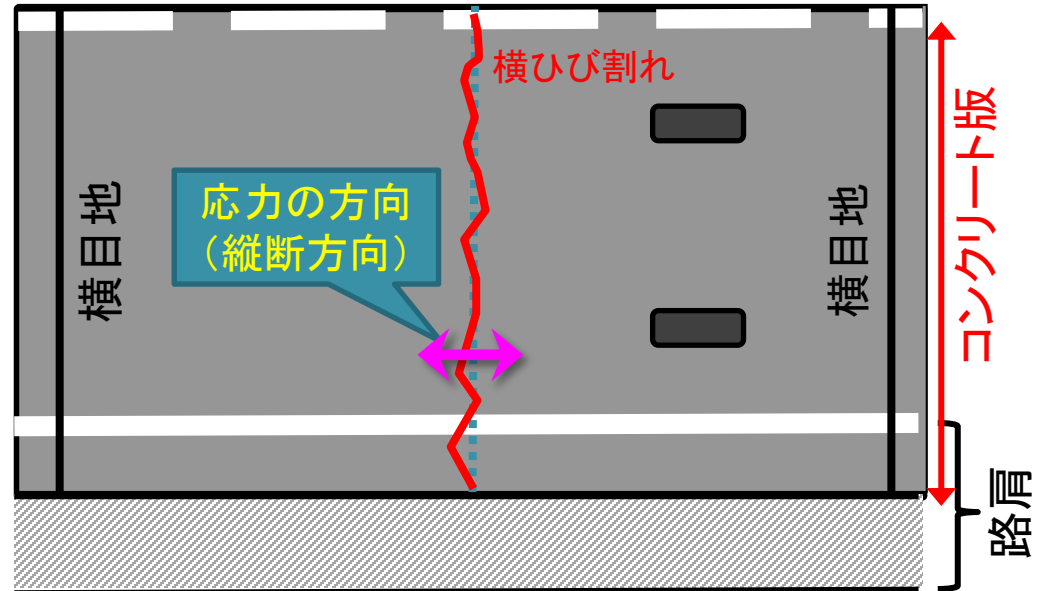


1次元バネ：路盤K値

普通コンクリート舗装 と 連続鉄筋コンクリート舗装

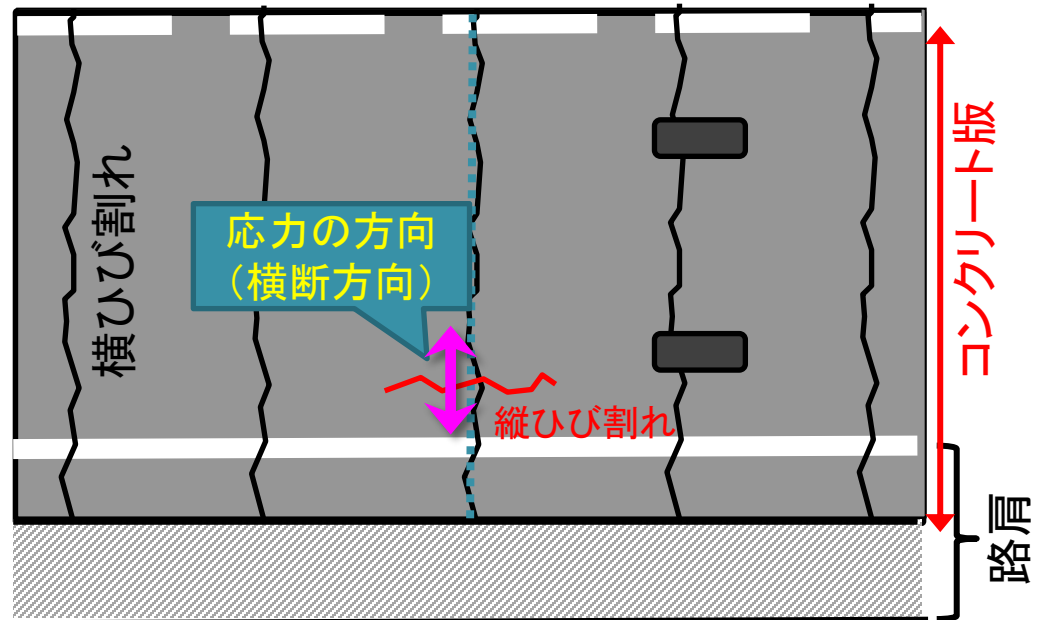
普通コンクリート(JPC)版

コンクリート版中央(長手方向)
の縦断方向応力を計算



連続鉄筋コンクリート(CRC)版

(設計上許容された)横ひび割れ
直上の横断方向応力を計算

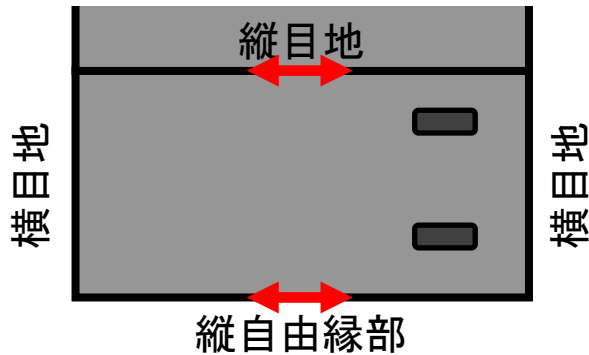


疲労計算シート(SKY)の特長

- ・ガイドブックでは、応力の算出位置(着目点)を1箇所にとって計算
- ・今回の計算シートでは、横断直線状の任意の箇所の応力を計算可能

普通コンクリート(JPC)版

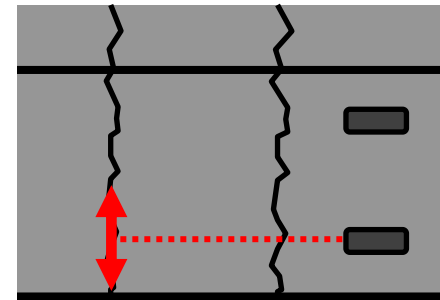
着目点: 縦自由縁部または縦目地



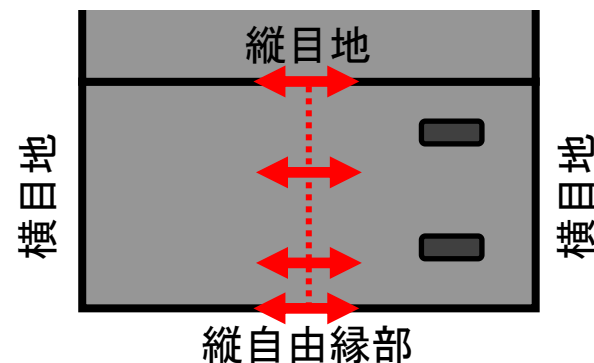
従来
(ガイドブック)

連続鉄筋コンクリート(CRC)版

着目点: 横ひび割れ上の車輪最頻通過位置

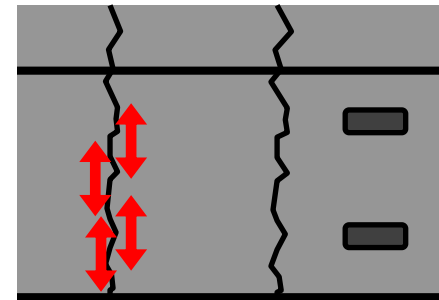


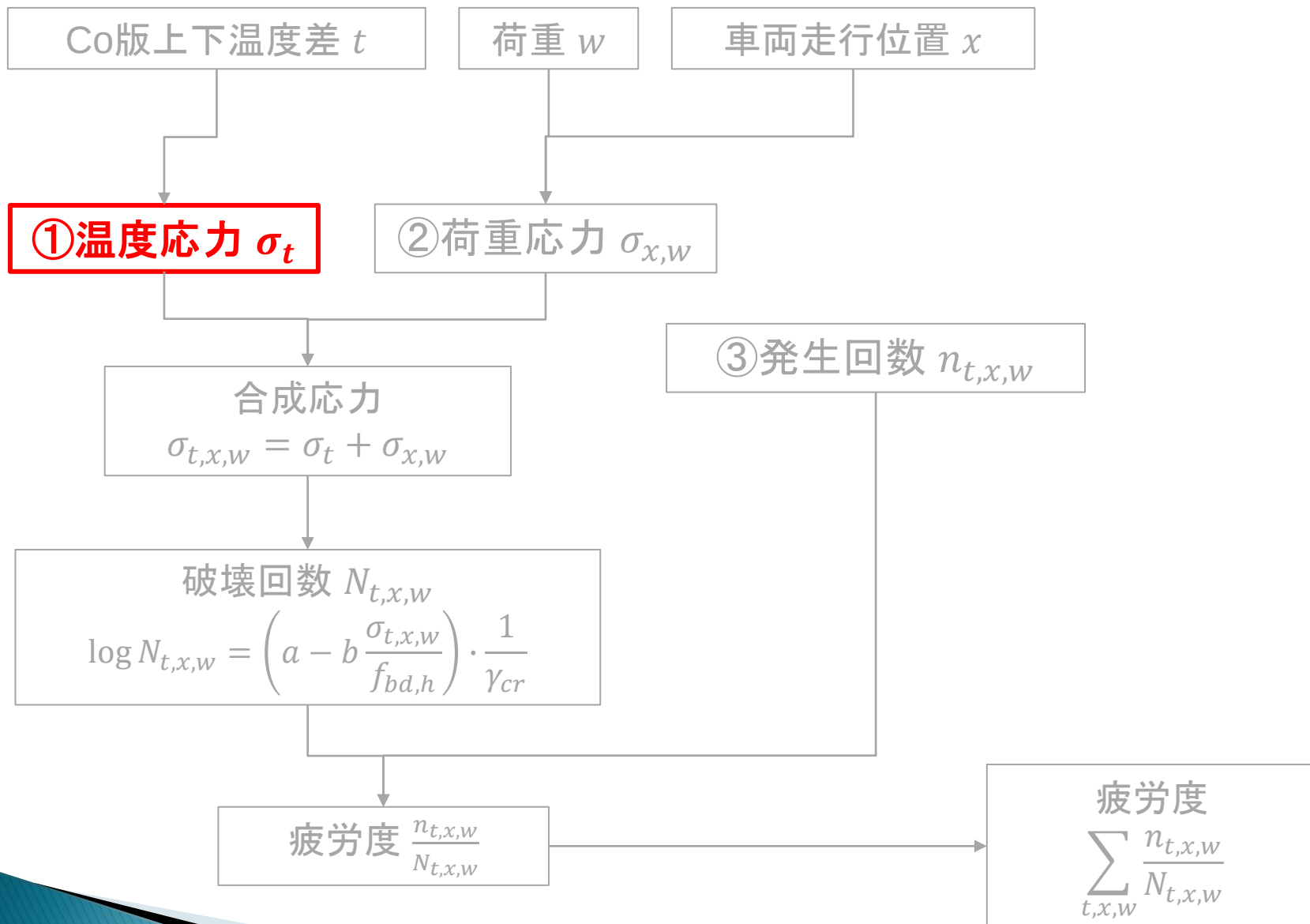
着目点: 版中央直線上の任意の箇所



今回

着目点: 横ひび割れ上の任意の箇所



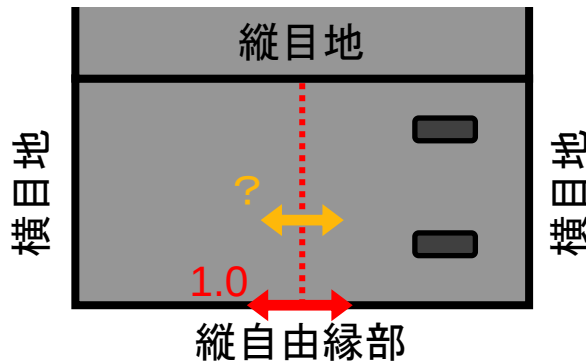


温度応力の計算①

- 温度応力の基準値に対する比率をFEMによって計算

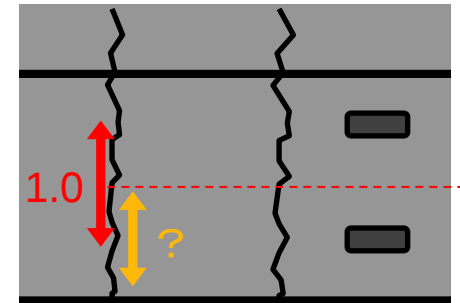
普通コンクリート(JPC)版

縦自由縁部を1として計算



連続鉄筋コンクリート(CRC)版

横断方向版央部を1として計算



- 温度応力の基準値は以下の式(岩間式)で算出

$$\sigma_{te} = 0.35 \times Cw \times \alpha \times E_c \times \theta'$$

σ_{te} : 温度応力 (MPa) Cw : そり拘束係数

α : コンクリートの温度膨張係数 ($/^{\circ}\text{C}$)

E_c : コンクリートの弾性係数 (MPa)

θ' : コンクリート版上下面の温度差 ($^{\circ}\text{C}$)

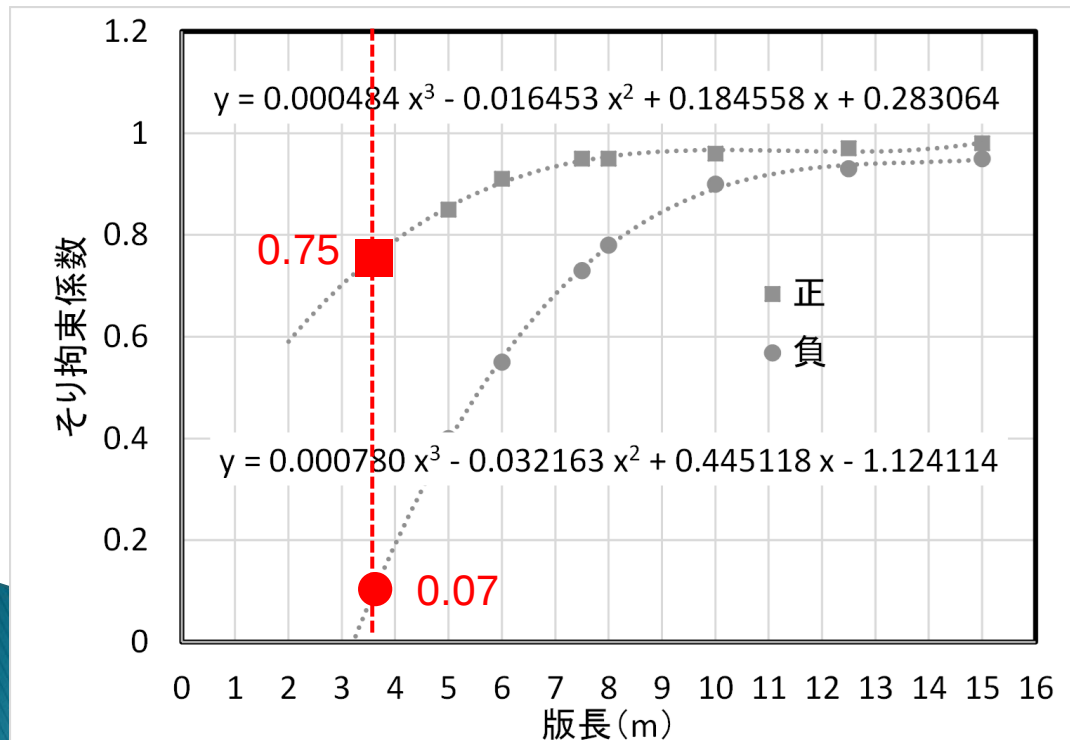
温度応力の計算②

そり拘束係数 C_w

普通コンクリート舗装, 横目地間隔10mの場合

収縮目地間隔(m)		5.0	6.0	7.0	8.0	10.0	12.5	15.0
C_w	温度差 正	0.85	0.91	0.95	0.95	0.96	0.97	0.98
	温度差 負	0.40	0.55	0.73	0.78	0.90	0.93	0.95

※連続鉄筋コンクリート(CRC)版は, 版の幅を収縮目地間隔として取り扱い, 近似式から係数を求める



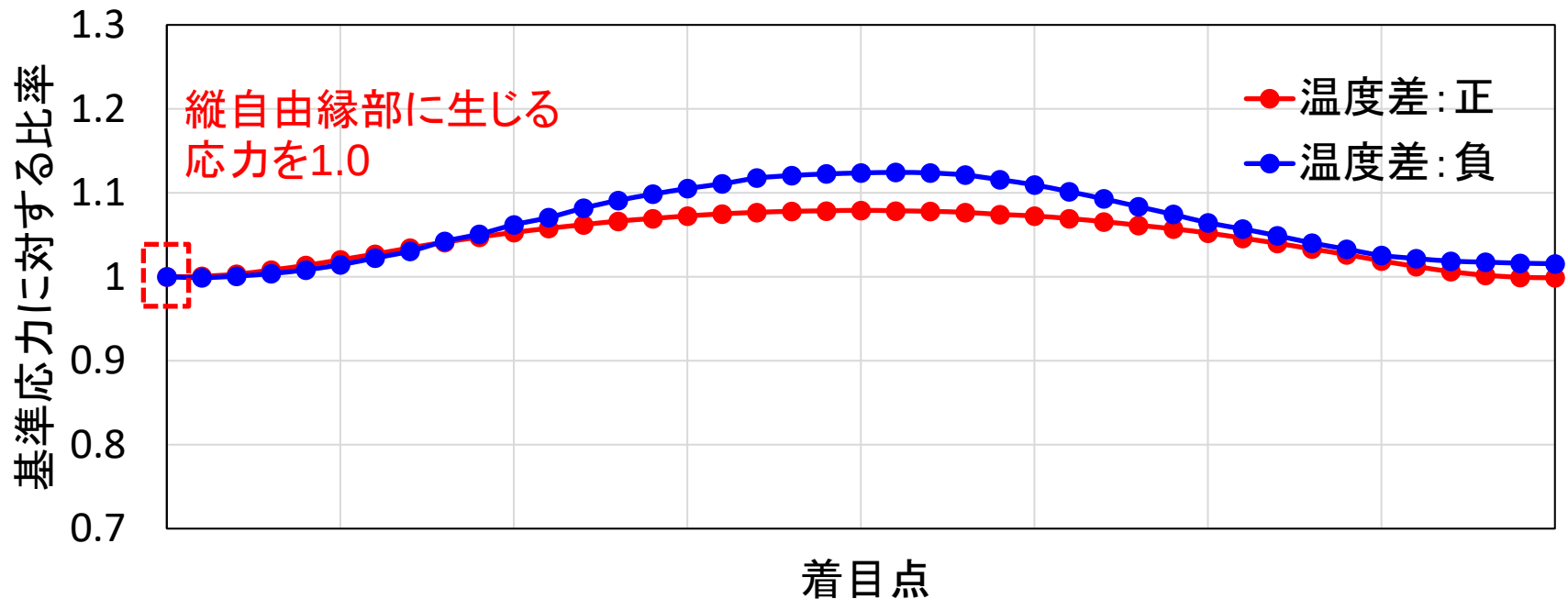
例えば, 版幅3.5mの場合

C_w (温度差正): 0.75

C_w (温度差負): 0.07

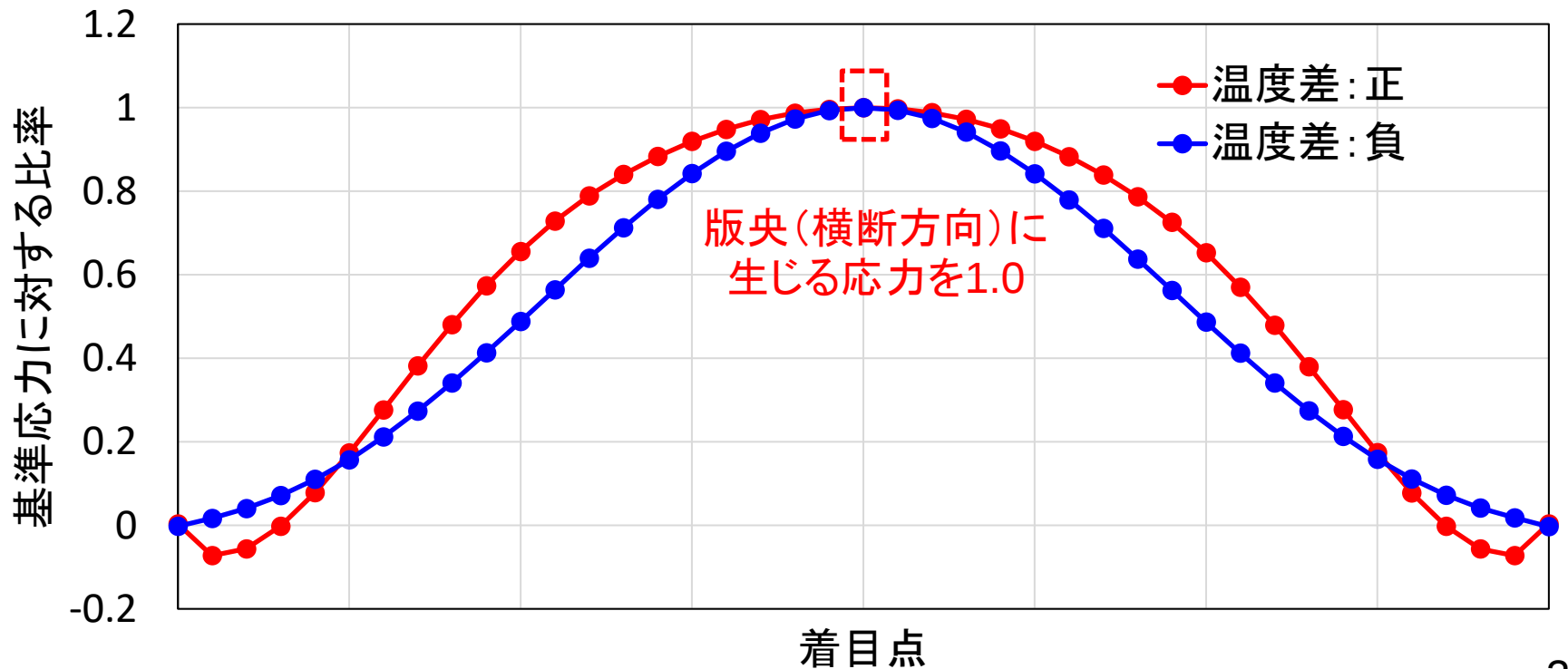
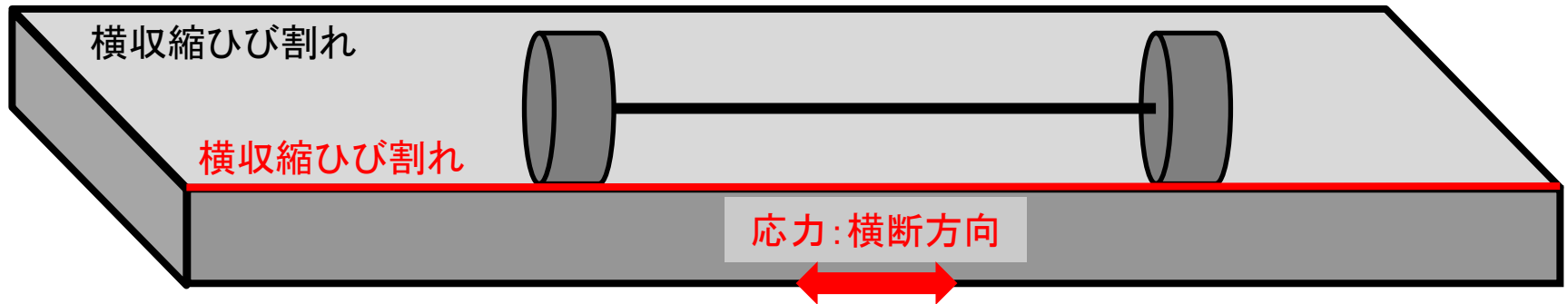
温度応力の計算③

普通コンクリート(JPC)版



温度応力の計算④

連続鉄筋コンクリート(CRC)版



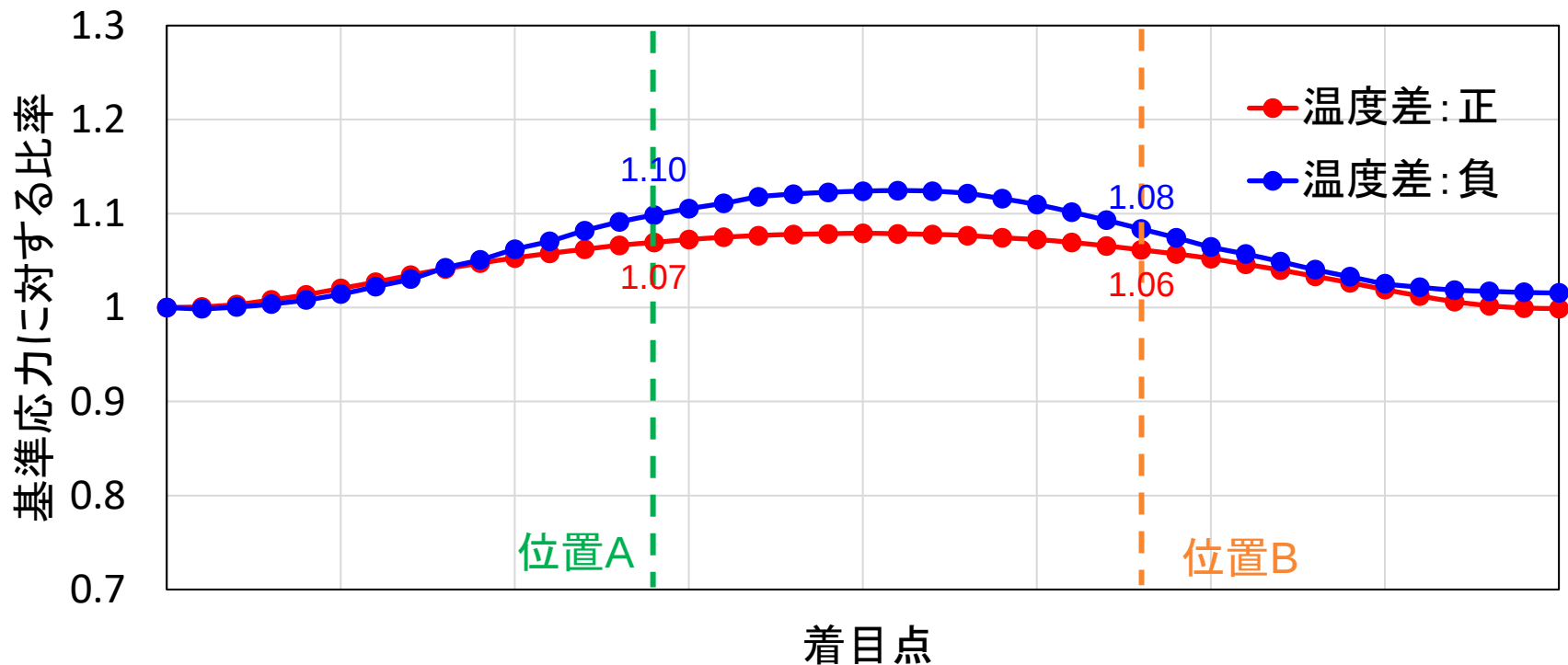
例題3

弾性係数35,000MPa、横目地間隔10mの普通コンクリート版に

①10°Cの温度差が生じた際の、位置Aの温度応力は？

②-5°Cの温度差が生じた際の、位置Bの温度応力は？

ただし、コンクリートの線膨張係数は $1.0 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ とする。



例題3: 解答

弾性係数35,000MPa、横目地間隔10mの普通コンクリート版に

①10°Cの温度差が生じた際の、位置Aの温度応力は？

②-5°Cの温度差が生じた際の、位置Bの温度応力は？

ただし、コンクリートの線膨張係数は $1.0 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ とする.

(1) 基準応力を算出

$$\sigma_{te} = 0.35 \times Cw \times \alpha \times E_c \times \theta'$$

1.0 × 10⁻⁵ 10、-5
↓ ↓
温度差正: 0.96 35,000
温度差負: 0.90

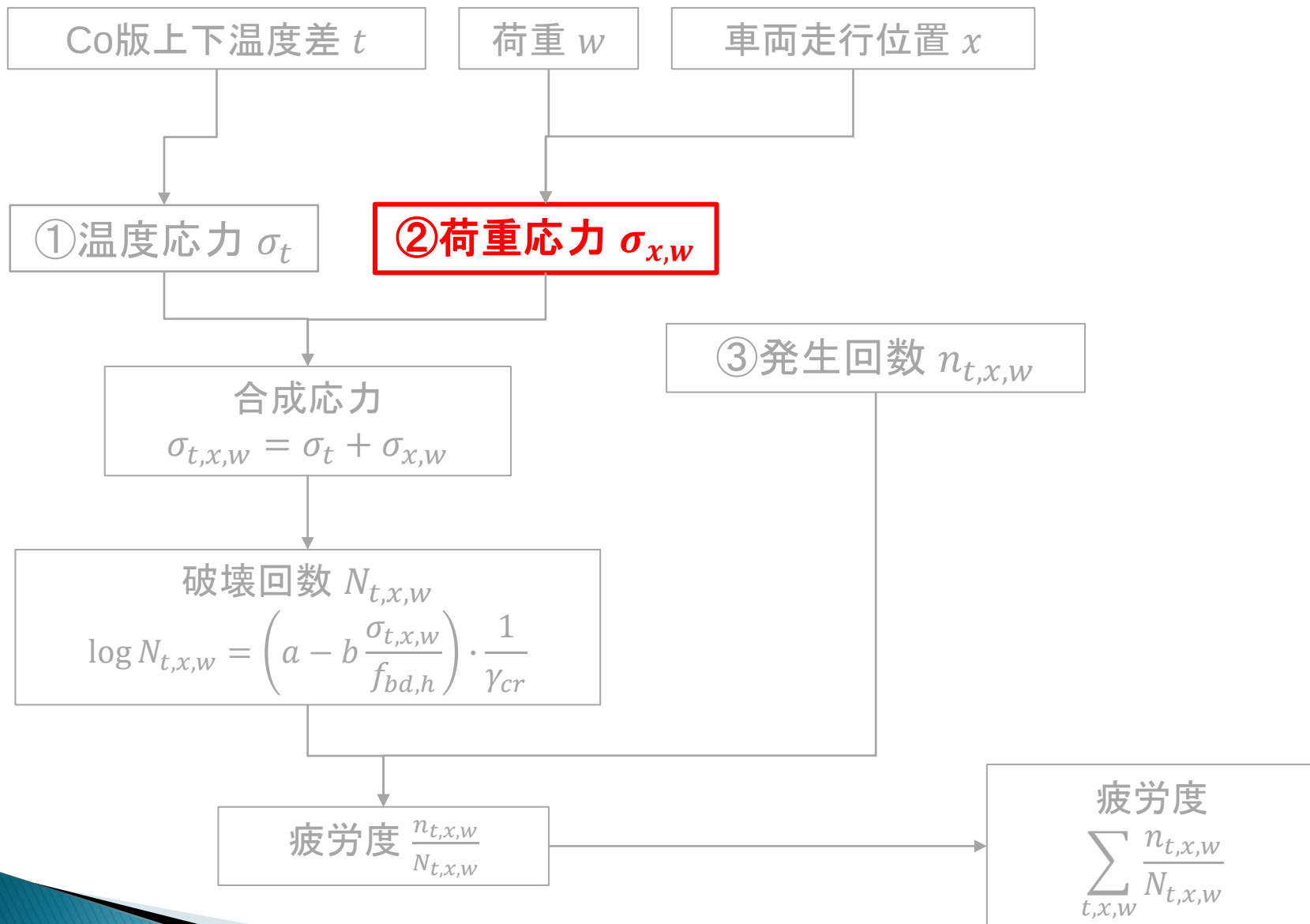
温度差10°C: $\sigma_{te} \approx 1.176[\text{MPa}]$

温度差-5°C: $\sigma_{te} \approx -0.551[\text{MPa}]$

(2) 基準応力に比率をかけて応力を計算

① $1.176 \times 1.07 \approx 1.258[\text{MPa}]$

② $-0.551 \times 1.08 \approx -0.595[\text{MPa}]$

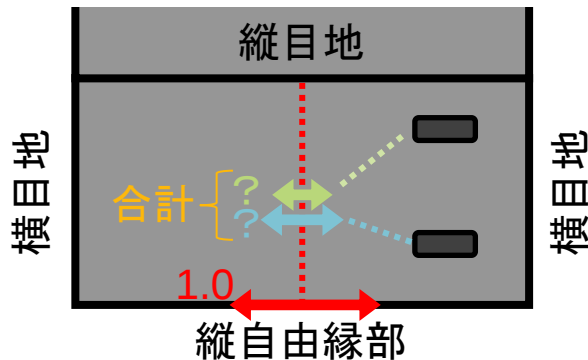


荷重応力の計算①

- ・着目点毎の荷重応力の基準値に対する比率をFEMによって計算
- ・左右の輪荷重による比率を合計して着目点毎の比率を算出

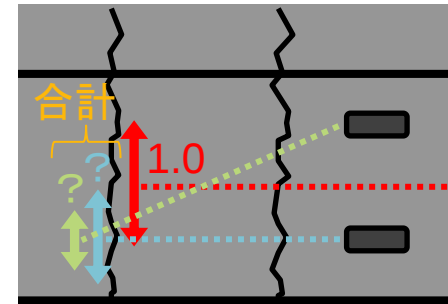
普通コンクリート(JPC)版

縦自由縁部に車輪が載荷した場合の応力を1として計算



連続鉄筋コンクリート(CRC)版

横断方向版中央部に車輪が載荷した場合の応力を1として計算



- ・自由縁部の荷重応力は、Westergaardの縁部載荷公式(修正式)で算出

$$\sigma_e = (1 + 0.54\nu) \cdot C \cdot \frac{F}{h^2} \cdot \left\{ \log_{10} \left(\frac{l}{10} \right) - 0.75 \log_{10} \left(\frac{r}{10} \right) - 0.18 \right\}$$

C :位置による係数、 F :輪荷重(N)、 l :剛比半径(mm)、
 h :コンクリート版厚(mm)、 r :タイヤ接地半径(mm)、
 ν :ポアソン比

荷重応力の計算②

位置による係数 C

種類	基準とする位置	C
普通コンクリート(JPC)版	縦自由縁部	2.12
連続鉄筋コンクリート(CRC)版	横ひび割れ部	$2.12 \times \text{応力低減係数}$ (0.6~0.7)

剛比半径 l : 載荷点直下から曲げモーメントが0になる位置(=たわみの変曲点=曲げ応力が0になる位置)までの距離

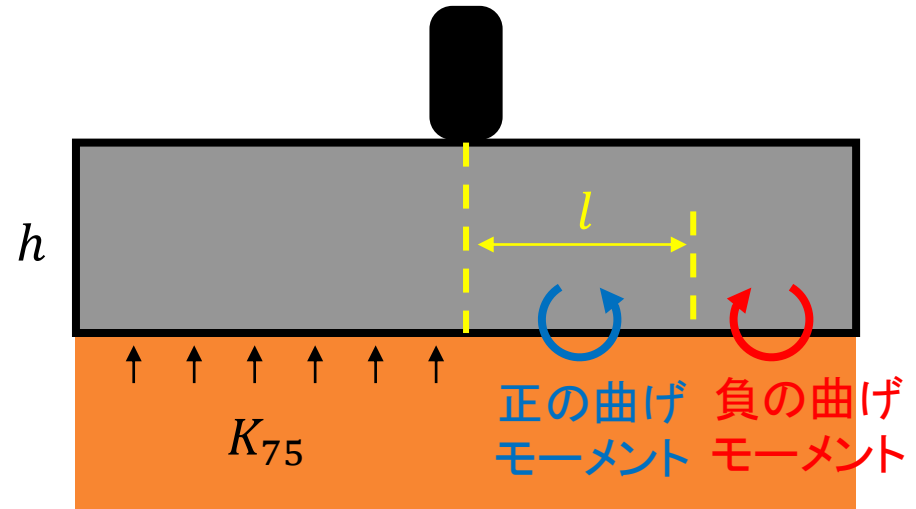
$$l = \sqrt[4]{\frac{E_c h^3}{12(1 - \nu^2)K_{75}}}$$

E_c : コンクリート版弾性係数(MPa)、

h : コンクリート版厚(mm)

ν : ポアソン比

K_{75} : 路盤反力係数(GPa/m)

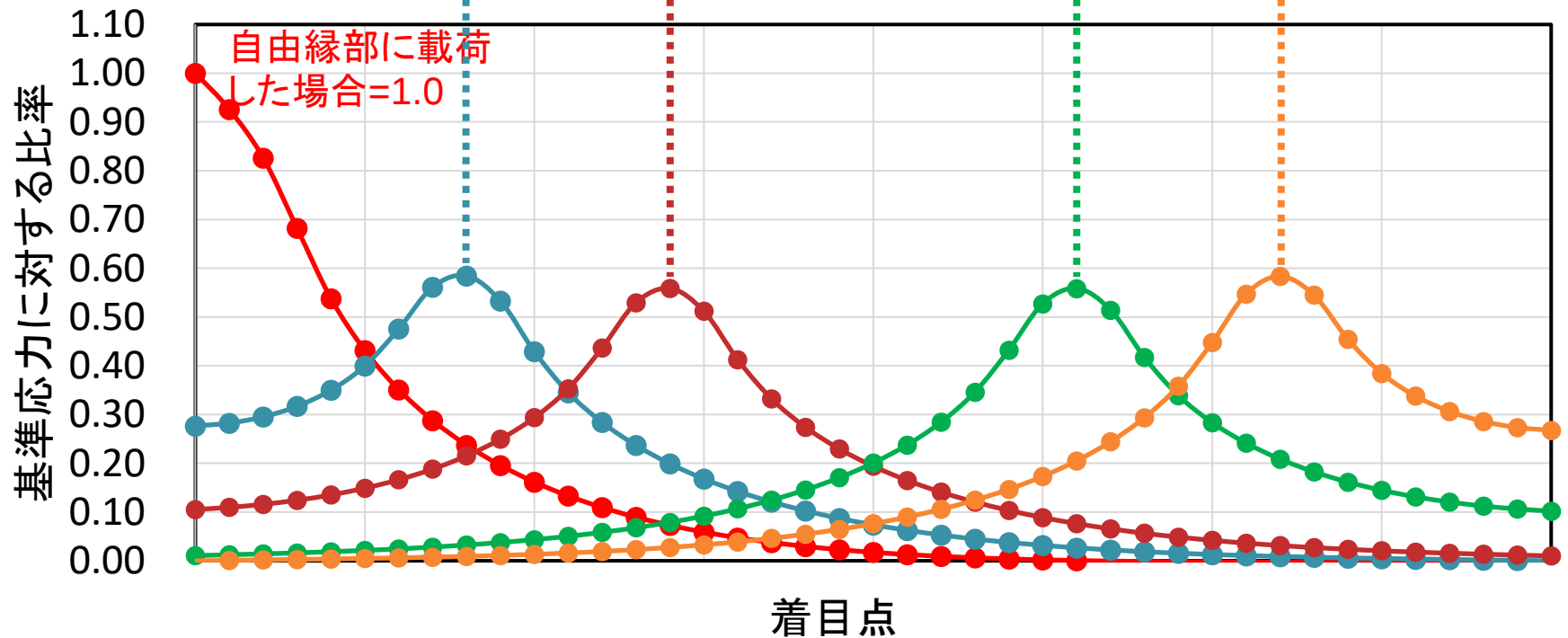
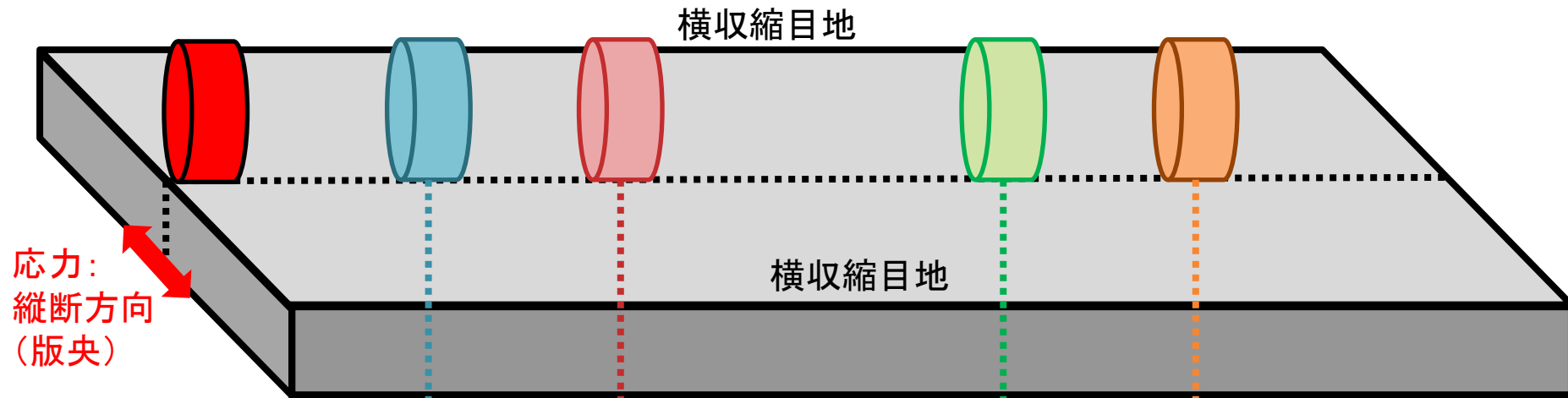


詳しくは...

坪川将丈、コンクリート舗装のWestergaard載荷公式及び剛比半径の考察、
国総研資料 第1196号、2022

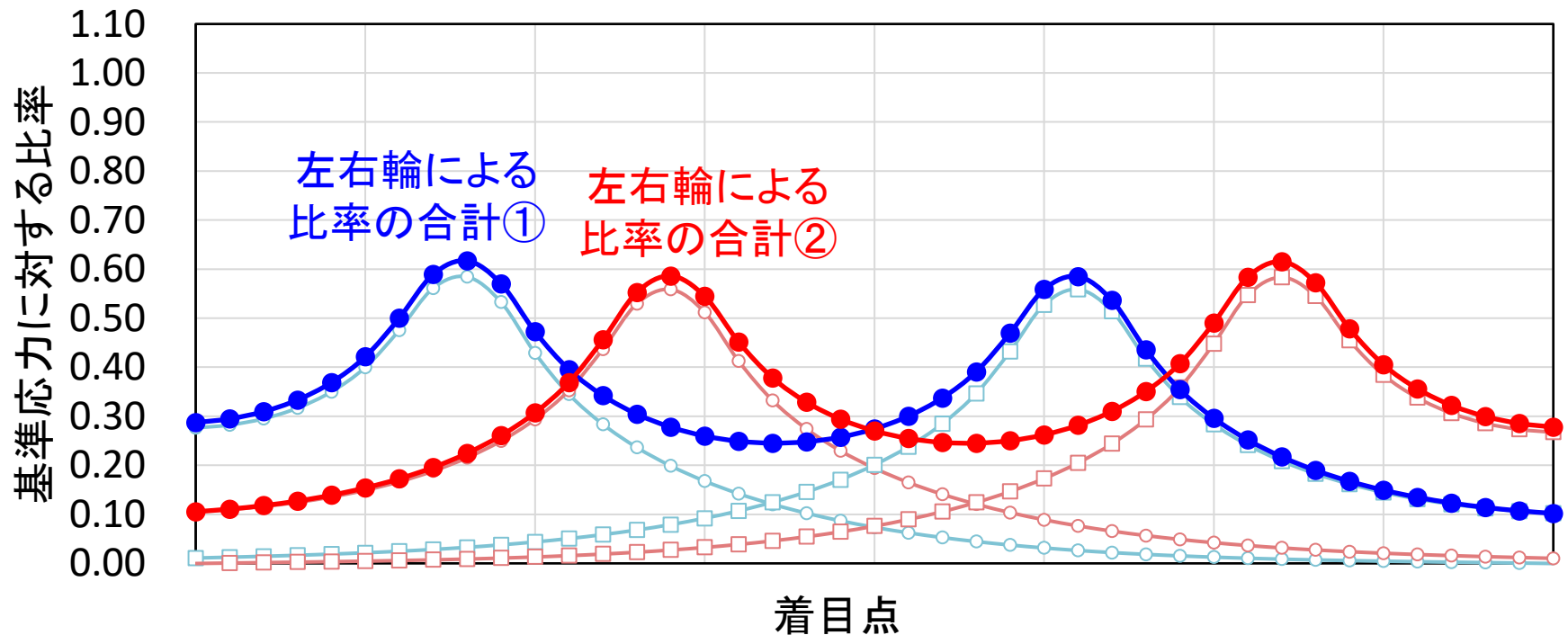
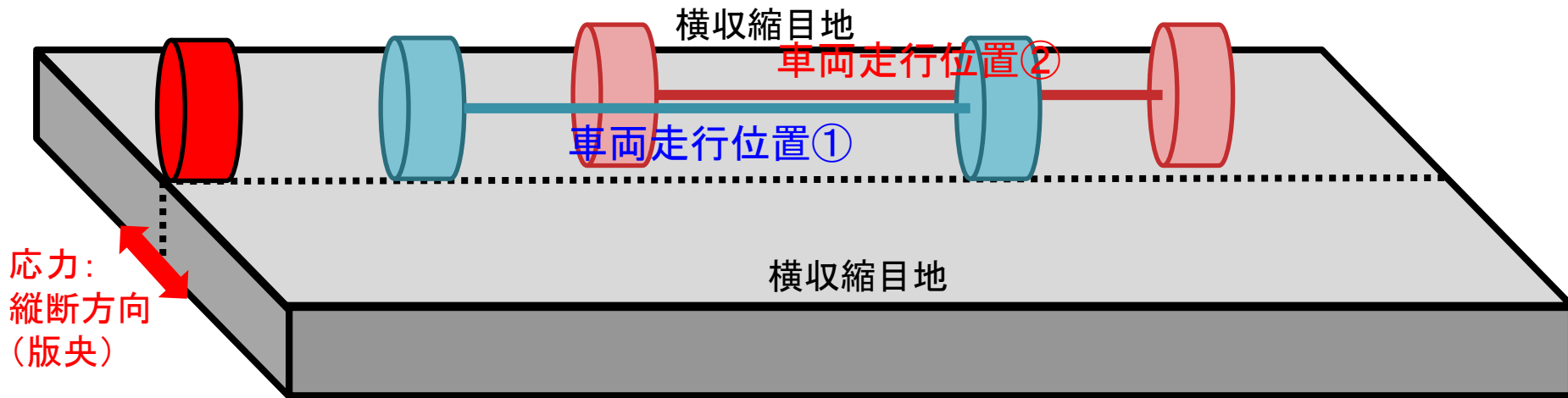
荷重応力の計算③

普通コンクリート(JPC)版



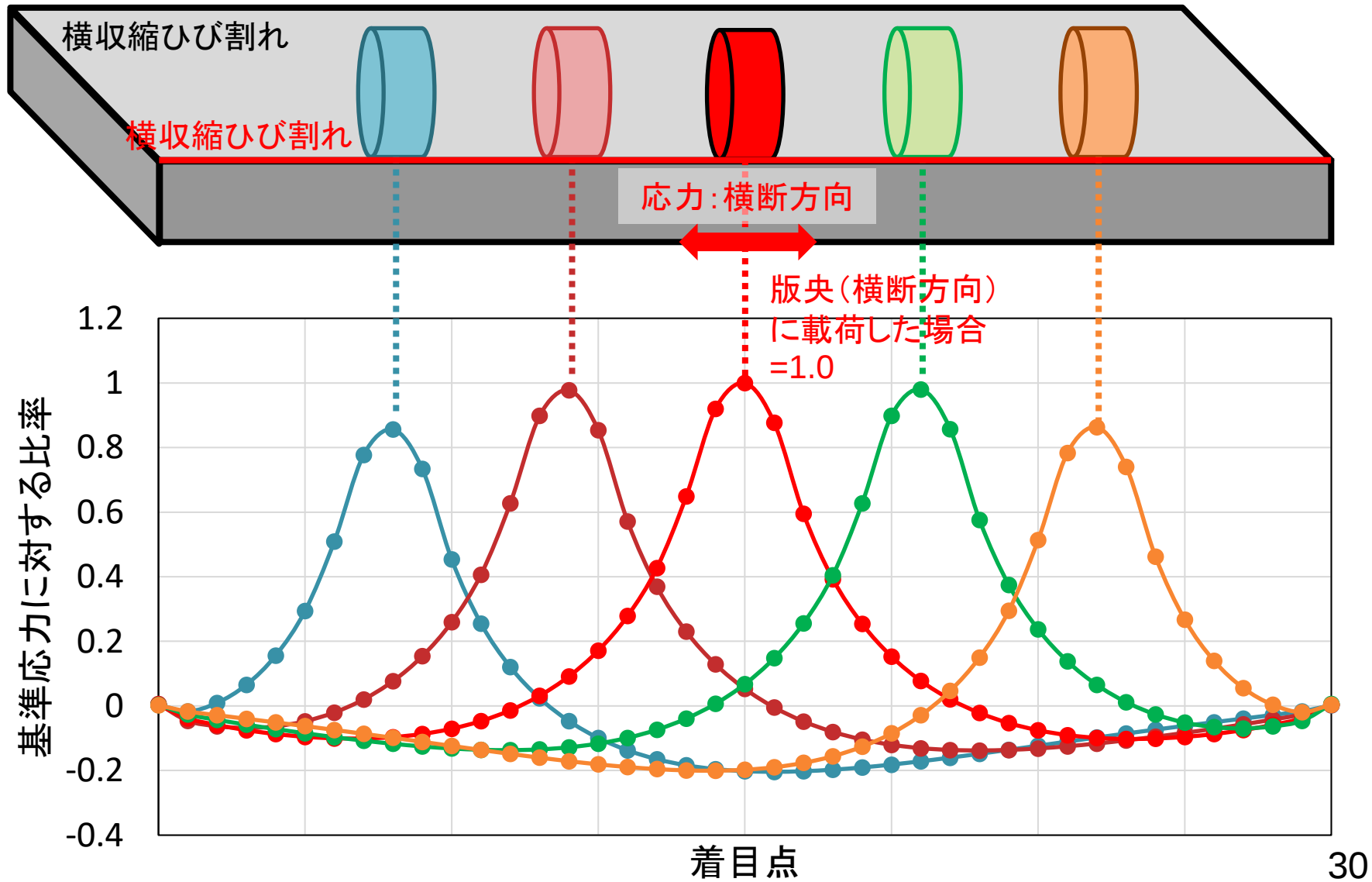
荷重応力の計算④

普通コンクリート(JPC)版



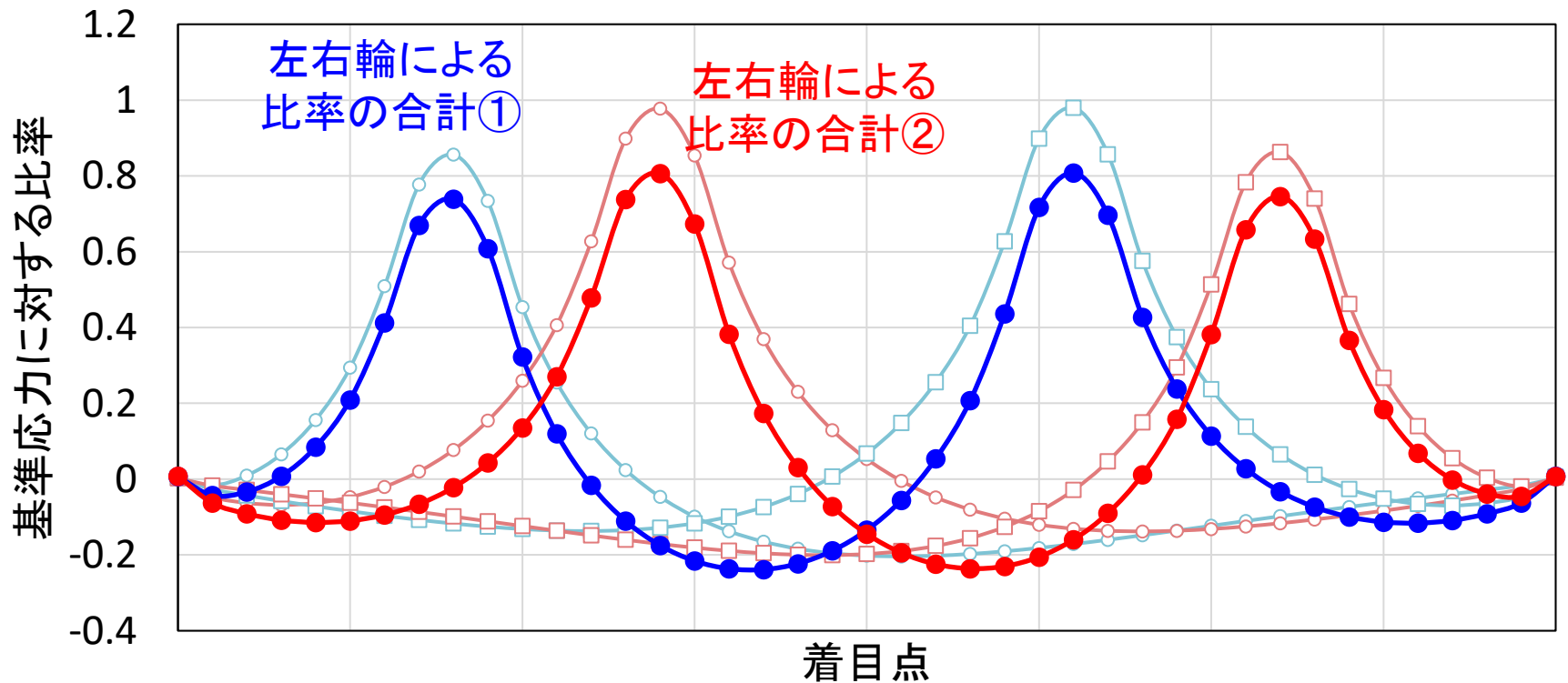
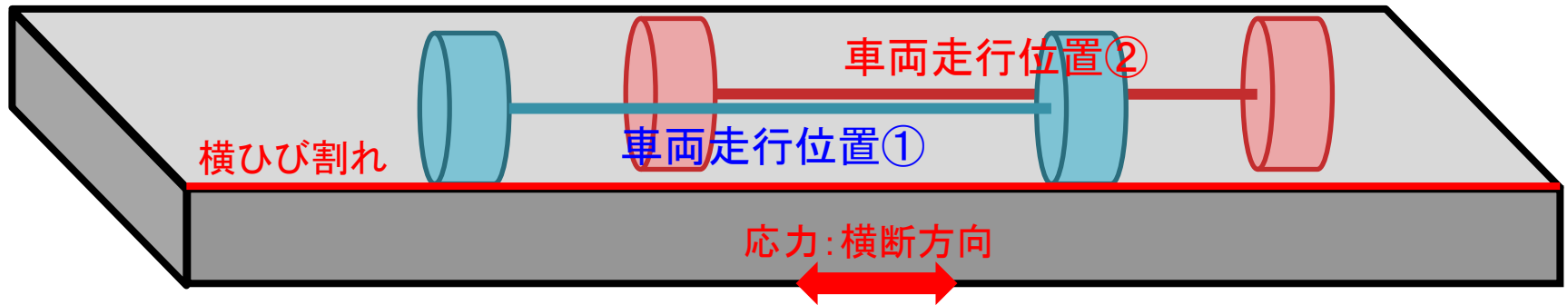
荷重応力の計算⑤

連続鉄筋コンクリート(CRC)版



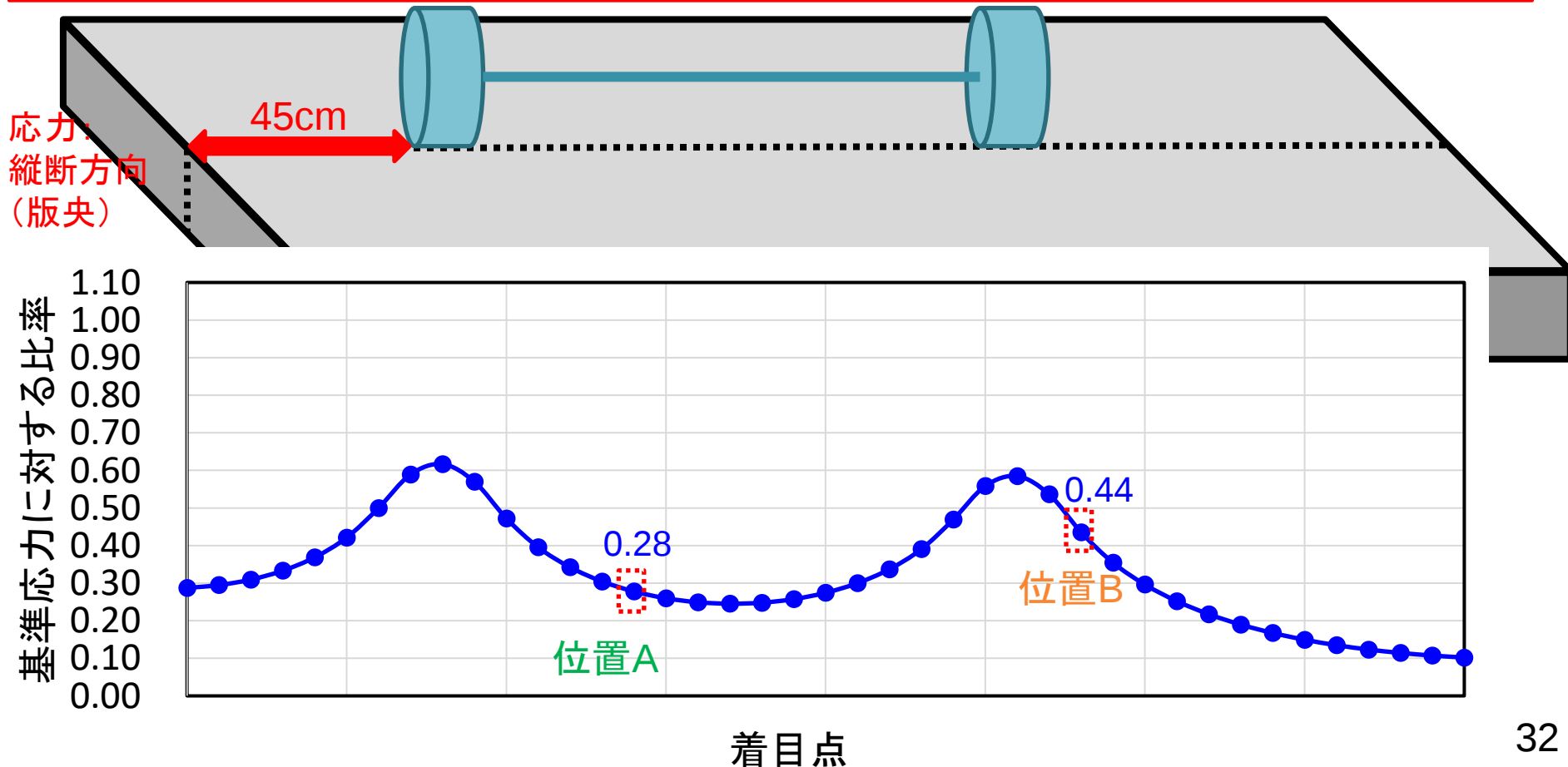
荷重応力の計算⑥

連続鉄筋コンクリート(CRC)版



例題4

版厚250mmの普通コンクリート版上で、左車輪が自由縁部から45cmの位置を走行するときに生じる荷重応力比分布がグラフのようになる。
このとき輪荷重49kN(軸重98kN)通過時の位置A及びBに生じる荷重応力は？
ただし、コンクリートの弾性係数:35,000MPa、ポアソン比:0.2、タイヤ接地圧:0.7MPa(≒タイヤ接地半径150mm)、路盤反力係数0.1GPa/mとする。



例題4: 解答

版厚250mmの普通コンクリート版上で、左車輪が自由縁部から45cmの位置を走行するときに生じる荷重応力比分布がグラフのようになる。
 このとき輪荷重49kN(軸重98kN)通過時の位置A及びBに生じる荷重応力は？
 ただし、コンクリートの弾性係数:35,000MPa、ポアソン比:0.2、タイヤ接地圧:0.7MPa(≒タイヤ接地半径150mm)、路盤反力係数0.1GPa/mとする。

(1) 基準応力を計算

$$\sigma_e = (1 + 0.54\nu) \cdot C \cdot \frac{F}{h^2} \cdot \left\{ \log_{10} \left(\frac{l}{10} \right) - 0.75 \log_{10} \left(\frac{r}{10} \right) - 0.18 \right\} \doteq 1.578 [\text{MPa}]$$

0.2 (ポアソン比)
 49,000[N] (輪荷重)
 2.12 (C)
 250[mm] (版厚 h)
 150[mm] (タイヤ接地半径 r)
 l (計算結果) ≐ 830[mm]

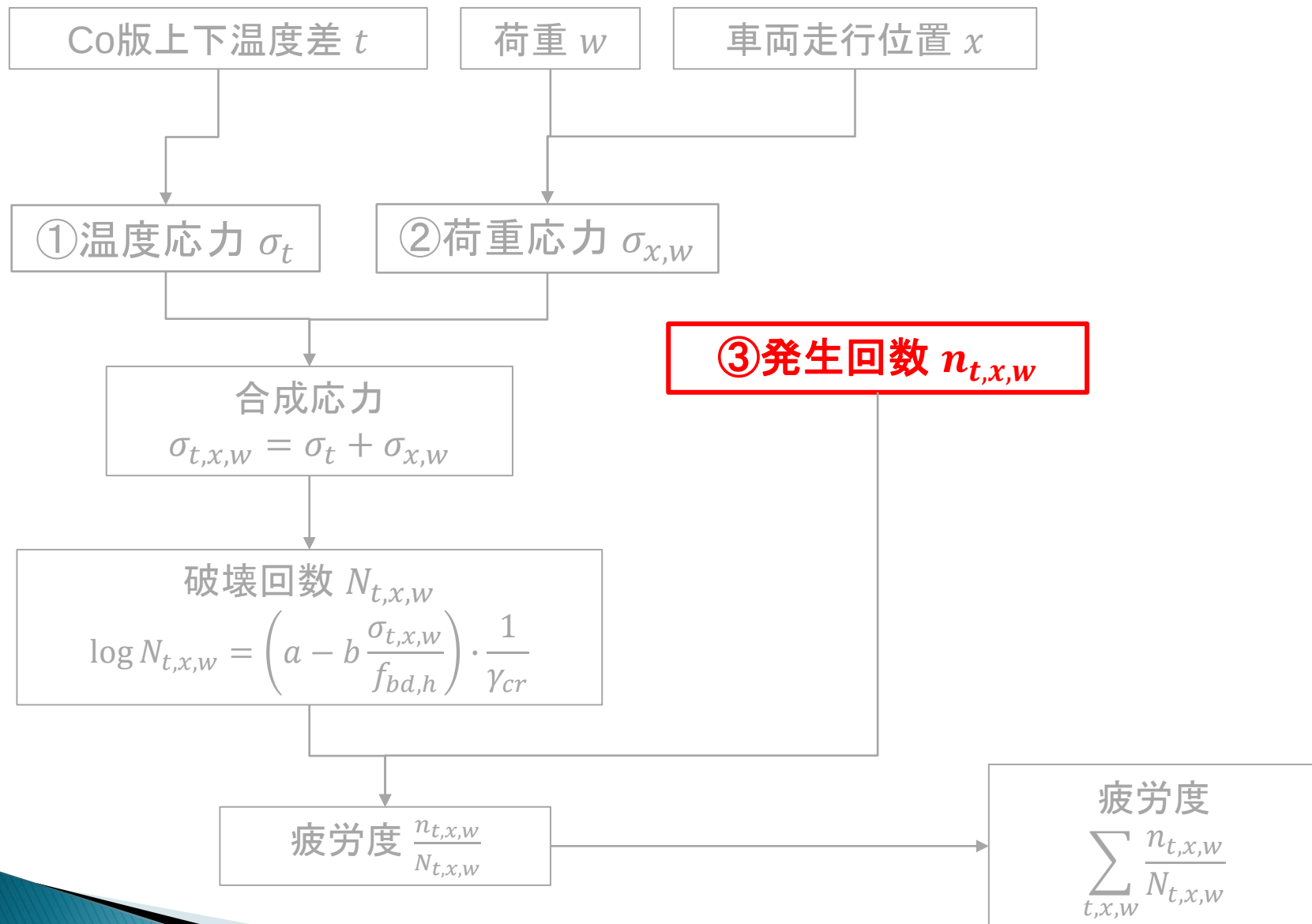
$$l = \sqrt[4]{\frac{E_c h^3}{12(1 - \nu^2) K_{75}}}$$

35,000[MPa] (弾性係数 E_c)
 250[mm] (版厚 h)
 0.2 (ポアソン比 ν)
 0.1[GPa] (路盤反力係数 K₇₅)

(2) 基準応力に応力比をかけて応力を計算

位置A: $1.578 \times 0.28 \approx 0.44 [\text{MPa}]$

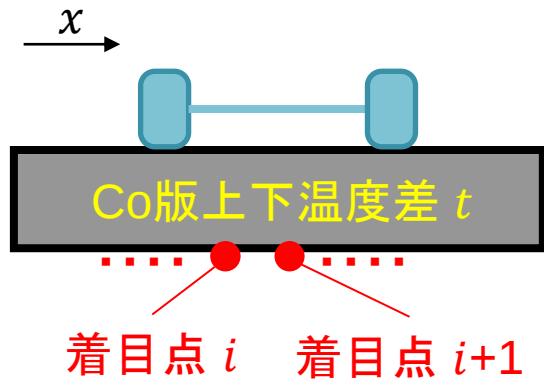
位置B: $1.578 \times 0.44 \approx 0.69 [\text{MPa}]$



応力発生回数の計算

設計期間の間に,

- ・Co版の上下温度差が t の時
- ・質量 w の車輪が位置 x を走行する回数 $n_{x,t,w}$ を求める



$$n_{x,t,w} = p_r \cdot p_t \cdot q_x \cdot N_w$$

$$r = \begin{cases} 1 & (\text{温度差正: 昼}) \\ 0 & (\text{温度差負: 夜}) \end{cases}$$

p_r : 昼夜率 (大型車の通行比率)

p_t : 上下温度差 t の発生確率

q_x : 車両走行位置 x の走行確率

N_w : 設計期間内の輪荷重 w の走行数

設計期間中に, 着目点 i に生じる合成応力($\sigma_t(i) + \sigma_{x,w}(i)$)の発生頻度を求めることができる

→ 曲げ疲労曲線により着目点 i の疲労度の計算が可能

例題5

設計期間内に、温度差3°Cの時に、49kNの輪荷重が左車輪走行位置45cmを通過する回数は？

温度差(正負)	大型車比率
温度差 正	0.7
温度差 負	0.3

温度差		発生頻度
温度差 正 (昼)	19°C(18~19.9)	0
	17°C(16~17.9)	0
	15°C(14~15.9)	0.002
	13°C(12~13.9)	0.016
	11°C(10~11.9)	0.037
	9°C(8~9.9)	0.085
	7°C(6~7.9)	0.11
	5°C(4~5.9)	0.15
	3°C(2~3.9)	0.2
	1°C(0~1.9)	0.39
温度差 負 (夜)	-1°C(-2~-0.1)	0.6
	-3°C(-4~-2.1)	0.335
	-5°C(-6~-4.1)	0.063
	-7°C(-8~-6.1)	0.002
	-9°C(-10~-8.1)	0

左車輪走行位置 (縦自由縁部からの距離)	走行頻度
15cm	0.1
30cm	0.15
45cm	0.25
60cm	0.25
75cm	0.15
90cm	0.1

輪荷重(kN)	設計期間の輪数
9.8	72,985,400
19.6	17,651,400
29.4	13,154,600
39.2	7,154,000
49.0	3,686,500
58.8	2,401,700
68.6	1,328,600
78.4	591,300
88.2	262,800
98.0	138,700

解答5

設計期間内に、温度差3°Cの時に、49kNの輪荷重が左車輪走行位置45cmを通過する回数は？

温度差(正負)	大型車比率
温度差 正	0.7
温度差 負	0.3

温度差		発生頻度
温度差 正 (昼)	19°C(18~19.9)	0
	17°C(16~17.9)	0
	15°C(14~15.9)	0.002
	13°C(12~13.9)	0.016
	11°C(10~11.9)	0.037
	9°C(8~9.9)	0.085
	7°C(6~7.9)	0.11
	5°C(4~5.9)	0.15
	3°C(2~3.9)	0.2
	1°C(0~1.9)	0.39
温度差 (夜)	-1°C(-2~-0.1)	0.6
	-3°C(-4~-2.1)	0.225

左車輪走行位置 (縦自由縁部からの距離)	走行頻度
15cm	0.1
30cm	0.15
45cm	0.25
60cm	0.25
75cm	0.15
90cm	0.1

輪荷重(kN)	設計期間の輪数
9.8	72,985,400
19.6	17,651,400
29.4	13,154,600
39.2	7,154,000
49.0	3,686,500
58.8	2,401,700
68.6	1,238,600

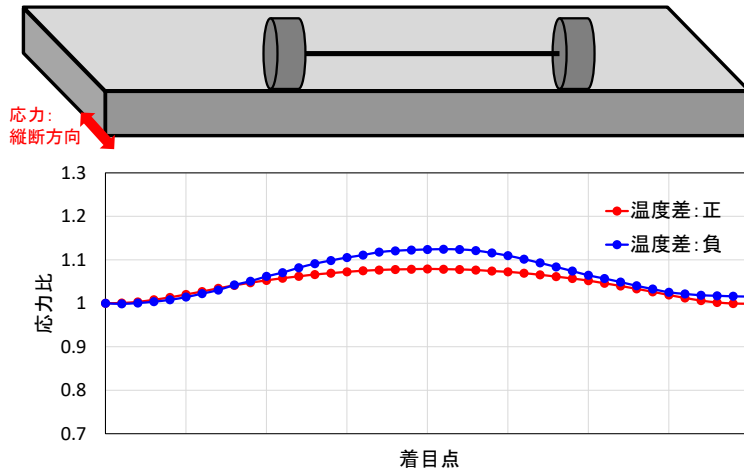
$$0.7 \times 0.2 \times 0.25 \times 3,686,500 = 129,027.5 \text{ 回通過}$$

解答5(補足1)

設計期間内に、温度差3°Cの時に、49kNの輪荷重が左車輪走行位置45cmを通過する場合に生じる応力は？

温度応力

- ① 温度応力分布から着目点毎の温度応力の基準値に対する比率を計算



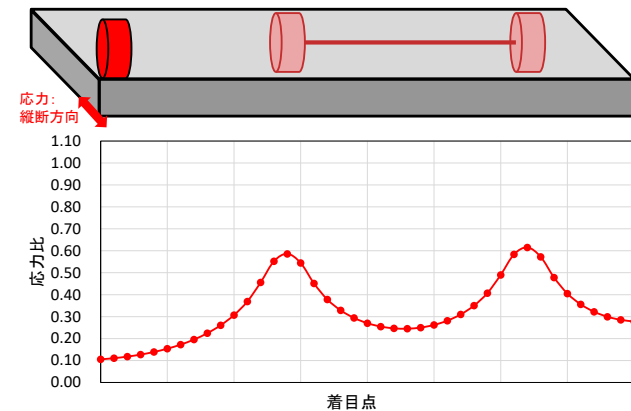
- ② 岩間式で温度応力の基準値を計算

$$\sigma_{te} = 0.35 \times Cw \times \alpha \times E_c \times \theta'$$

θ'に3°Cを代入

荷重応力

- ③ 左車輪走行位置45cmの時の着目点毎の基準値に対する比率を算出



- ④ Westergaardの縁部載荷公式(修正式)で荷重応力の基準値を計算

$$\sigma_e = (1 + 0.54\nu) \cdot C \cdot \frac{F}{h^2} \cdot \left\{ \log_{10} \left(\frac{l}{10} \right) - 0.75 \log_{10} \left(\frac{r}{10} \right) - 0.18 \right\}$$

Fに49kNを代入

① × ② + ③ × ④ = 着目点毎の合成応力

解答5(補足2)

設計期間内に、温度差3℃の時に、49kNの輪荷重が左車輪走行位置45cmを通過する回数は？

温度差(正負)

大型車比率

12 × 6 × 10 = 720パターン
の組合せに対して疲労度を計算

温度差 正 (昼)	19℃(18～19.9)	0
	17℃(16～17.9)	0
	15℃(14～15.9)	0.002
	13℃(12～13.9)	0.016
	11℃(10～11.9)	0.037
	9℃(8～9.9)	0.085
	7℃(6～7.9)	0.11
	5℃(4～5.9)	0.2
	3℃(2～3.9)	0.39
	1℃(0～1.9)	0.6
	-1℃(-2～-0.1)	0.335
	-3℃(-4～-2.1)	0.063
温度差 負 (夜)	-5℃(-6～-4.1)	0.002
	-7℃(-8～-6.1)	0
	-9℃(-10～-8.1)	0

温度条件: 12パターン

左車輪走行位置 (縦自由縁部からの距離)	走行頻度
15cm	0.1
30cm	0.15
45cm	0.25
75cm	0.15
90cm	0.1

走行位置: 6パターン

輪荷重(kN)	設計期間の輪数
9.8	72,985,400
19.6	17,651,400
29.4	13,154,600
39.2	7,154,000
49.0	500
58.8	700
68.6	1,328,600
78.4	591,300
88.2	262,800
98.0	138,700

荷重条件: 10パターン

4. まとめ

設計の全体像

岩間式

Westergaard式(修正式)

温度応力の基準値

荷重応力の基準値

平板FEMで計算

着目点*i*における基準応力に対する比率

平板FEMで計算

車輪位置*x*, 着目点*i*における基準応力に対する比率

温度応力 $\sigma_t(i)$

荷重応力 $\sigma_{x,w}(i)$

設計曲げ強度

$f_{bk,h}$

着目点*i*の合成応力
 $\sigma_{t,x,w}(i) = \sigma_t(i) + \sigma_{x,w}(i)$

曲げ疲労曲線

$$\log_{10} N_d = \left(a - b \frac{\sigma_{rd}}{f_{bd,h}} \right) \cdot \frac{1}{\gamma_{cr}}$$

応力発生頻度

$n_{t,x,w}$

着目点*i*の疲労度

$$\sum_{t,x,w} \frac{n_{t,x,w}}{N_d(\sigma_{t,x,w}(i))}$$

昼夜間走行比率
温度差分布
輪荷重分布
走行位置分布

疲労解析と新しい技術基準との親和性について

従来の設計の考え方

設計期間が固定(20年)

→20年間の応力の繰返しで疲労度が1を超えないように照査
疲労度が1を超えないギリギリのラインを探す設計

技術基準改定後

構造に対して性能保持想定期間を算出

→20年間で疲労度0.8であれば, 25年で疲労度1になるので性能保持
想定期間を25年として計算可能

疲労解析の導入でより柔軟な設計が可能に！

それでは・・・

実際にSKY(エクセルシート)を使って
計算してみましょう！