

非静水圧水深積分1次元洪水流モデルによるダム破壊流れの数値解析

九州工業大学大学院・学生会員 ○山西 威毅・九州工業大学大学院 正会員 重枝 未玲

1. はじめに

近年、水深積分モデルの枠組みで三次元流れを取り扱うことができる数値解析モデル、いわゆる準3次元解析モデルの開発が行われている^{1),2),3),4)}。静水圧分布近似したモデル^{1),2)}や近年では非静水圧を取り扱えるモデルも開発されている^{3),4)}。水深積分モデルは、通常の3次元モデルとは異なり鉛直方向の計算格子を必要としないため、実河道の解析を効率的に行うことが可能な有用なツールと考えられる。本研究は、鉛直方向流速と非静水圧分布を考慮できる準3次元解析モデルの構築を最終的な目的としている。ここでは、流下および鉛直方向流速分布を三次関数で近似し非静水圧を取り扱える1次元非静水圧水深積分モデルを新たに構築するとともに、ダム破壊流れの実験結果に基づき、その再現精度を検証した。

2. 解析モデルの概要

本研究で開発したモデルの基礎方程式は図-1に示すように、 x, z 方向の流速 u と w の水深方向分布に式(1)を、圧力分布に式(2)を用いて、鉛直2次元の連続の式とReynolds方程式を水深積分することで求められる。基礎方程式は、式(3)に示す水面での運動方程式、式(4)に示す水深平均された連続の式、運動方程式と半水深を原点とした運動方程式の重み付き残差方程式、式(5)に示す半水深を原点とした連続の式の重み付き残差方程式、式(6)に示す水面、底面での運動学的条件である。式(4)と(5)は、連続の式とReynolds方程式を水深積分することで得られる方程式である。ここに、 h :水深、 z_b :河床位、 U, W : x, z 方向の水深平均流速、 w_s, w_b :水面、底面での w, u_s, u_b : x, z 方向の水面位置での流速の偏差成分、 u'_b, w'_b : x, z 方向の底面での流速の偏差成分、 h'_b :底面での静水圧からの圧力水頭差、 h'_2 :半水深での線形非静水圧分布からの圧力水頭差、 $u' = 3u'_s + u'_b, w' = 3w'_s + w'_b, \bar{\tau}_{zx} = \tau_{zxb}/2, \tau_{zxb}/\rho = ghS_{fx}, \tau_{zxb}/\rho = ghS_f, S_{fx} = n^2U|U|/h^{4/3}, S_f = n^2(U^2 + W^2)/h^{4/3}, n$:Manningの粗度係数である。

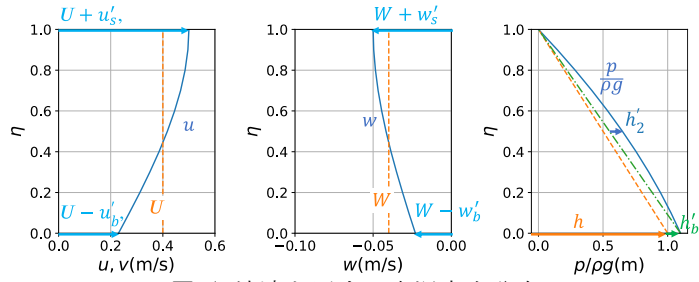


図-1 流速と圧力の水深方向分布

$$\begin{aligned}
 u &= U + u'_s(-8\eta^3 + 15\eta^2 - 6\eta) + u'_b(4\eta^3 - 9\eta^2 + 6\eta - 1) \cdots(1) \\
 w &= W + w'_s(-8\eta^3 + 15\eta^2 - 6\eta) + w'_b(4\eta^3 - 9\eta^2 + 6\eta - 1) \\
 p &= \rho g(h + h'_b)(1 - \eta) + \rho g h'_2 4\eta(1 - \eta) \cdots(2) \\
 \partial(U + u'_s)/\partial t + (U + u'_s) \cdot \partial(U + u'_s)/\partial x &= \cdots(3) \\
 &\quad - g(h + 4h'_2 + h'_b)/h \cdot \partial(h + z_b)/\partial x - gS_f \\
 \partial U/\partial t + \partial E/\partial x + \mathbf{M} + \mathbf{N} + \mathbf{S} + \mathbf{S}_b + \mathbf{P} &= \mathbf{0} \cdots(4) \\
 h \cdot \partial \bar{z}/\partial t + 1/20 \cdot \partial u' h^2/\partial x + Uh \cdot \partial \bar{z}/\partial x &= Wh \cdots(5) \\
 w_s &= \partial(h + z_b)/\partial t + u_s \cdot \partial(h + z_b)/\partial x \cdots(6) \\
 w_b &= \partial z_b/\partial t + u_b \cdot \partial z_b/\partial x
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} U \\ Wh \\ u'h \\ w'Uh \end{pmatrix}; \mathbf{E} = \begin{pmatrix} Uh \\ UWh \\ u'Uh \\ w'Uh \end{pmatrix}; \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 \\ \partial\{1/2 \cdot gh'_b h + 2/3 \cdot gh'_2 h\}/\partial x + gh'_b \cdot \partial z_b/\partial x \\ -gh'_b \\ 5/3 \cdot gh'_b \cdot \partial h/\partial x - 5/3 \cdot gh \cdot \partial h'_b/\partial x + 40/3 \cdot gh'_2 \cdot \partial \bar{z}/\partial x \\ -40/3 \cdot gh'_2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g/2 \cdot \partial S_{fx} h^2/\partial x \\ 2/7 \cdot (12u_s'^2 + 2u_s' u_b' + 3u_b'^2) \cdot \partial h/\partial x \\ 2/7 \cdot (12w_s' u_s' + u_s' u_b' + w_b' u_s' + 3w_b' u_b') \cdot \partial h/\partial x + 5/3 \cdot g \cdot \partial S_{fx} h^2/\partial x - 10/3 ghS_{fx} \cdot \partial h/\partial x \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 \\ \partial\{(12u_s'^2 + 2u_s' u_b' + 3u_b'^2)h/35\}/\partial x \\ \partial\{(12w_s' u_s' + u_s' u_b' + w_b' u_s' + 3w_b' u_b')h/35\}/\partial x \\ 2/(7h) \cdot \partial\{(3u_s'^2 - u_s' u_b' - 2u_b'^2)h^2\}/\partial x \\ 1/(7h) \cdot \partial\{(6u_s' - u_b')w_s' - (u_s' + 4u_b')w_b'\}h^2/\partial x + u' h \cdot \partial W/\partial x - w' h \cdot \partial U/\partial x \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ gh \cdot \partial z_b/\partial x \\ -ghS_{fx} \cdot \partial z_b/\partial x \\ 4/7 \cdot (12u_s'^2 + 2u_s' u_b' + 3u_b'^2) \cdot \partial z_b/\partial x \\ 4/7 \cdot (12w_s' u_s' + u_s' u_b' + w_b' u_s' + 3w_b' u_b') \cdot \partial z_b/\partial x \end{pmatrix}; \mathbf{S}_b = \begin{pmatrix} 0 \\ ghS_{fx} \\ 0 \\ -4/7 \cdot (12u_s' u_b' + u_s' u_b' + w_b' u_s' + 3w_b' u_b') \\ -4/7 \cdot (12w_s'^2 + 2w_s' w_b' + 3w_b'^2) \end{pmatrix}$$

ここに、 $\eta = (z - z_b)/h$ である。本解析モデルの未知量は、 $h, U, W, u_s, u_b, w_s, w_b, h'_b, h'_2$ の9つである。方程式は式(3)～式(6)の計9つで、未知量と方程式は同数となるので解くことが可能となる。

解析手順は次の通りである。既知量は、 n と z_b 、時刻 t の h, U, W, u_s, u_b である。まず、 h, U, W, u_s, u_b と式(6)から時刻 t での $w'_s = w_s - W, w'_b = W - w_b$ を求める。次に、非静水圧項 \mathbf{P} を除いた式(4)の解析を行い、 \mathbf{U}^* を求める。時刻 $t + \Delta t$ の $h, U, W, u_s, u_b, w'_s, w'_b$ も当然ながら式(5)と式(6)を満たすので、 $\mathbf{U}^{t+\Delta t} = \mathbf{U}^* - \Delta t \cdot \mathbf{P}$ が、式(5)と(6)を満たすように時刻 t の h'_b, h'_2 の収束計算と $\mathbf{U}^{t+\Delta t}$ を修正を同時に行うことで、時刻 $t + \Delta t$ の $h, U, W, u_s, u_b, w'_s, w'_b$ と、時刻 t での h'_b, h'_2 を求める。式(3)の計算には風上差分を、式(4)の計算には流束差分法を、式(5)と(6)の離散化には中心差分を用い、収束計算にはNewton-Raphson法を用いた。

3. 結果と考察

本モデルをダム破壊流れの実験^{5,6)}に適用し、その再現精度について検証した。Ozmen-Cagatay & Kocamannの実験⁵⁾では上流端から4.65mの位置にゲートが設置された長さ9m、幅0.3mの水平水路が用いられている。ゲート上流の貯水槽に水深 $h_r=0.25m$ で水を貯めた後、ゲートを瞬間的に開放することでダム破壊流れを発生させている。ゲート下流の氾濫原の水深 h_f は $h_f/h_r=0.0, 0.1, 0.4$ の3通りに設定されている。Stansby et al.の実験⁶⁾では上流端から9.76mの位置にゲートが設置された長さ15.24m、幅0.4mの水平水路が用いられている。

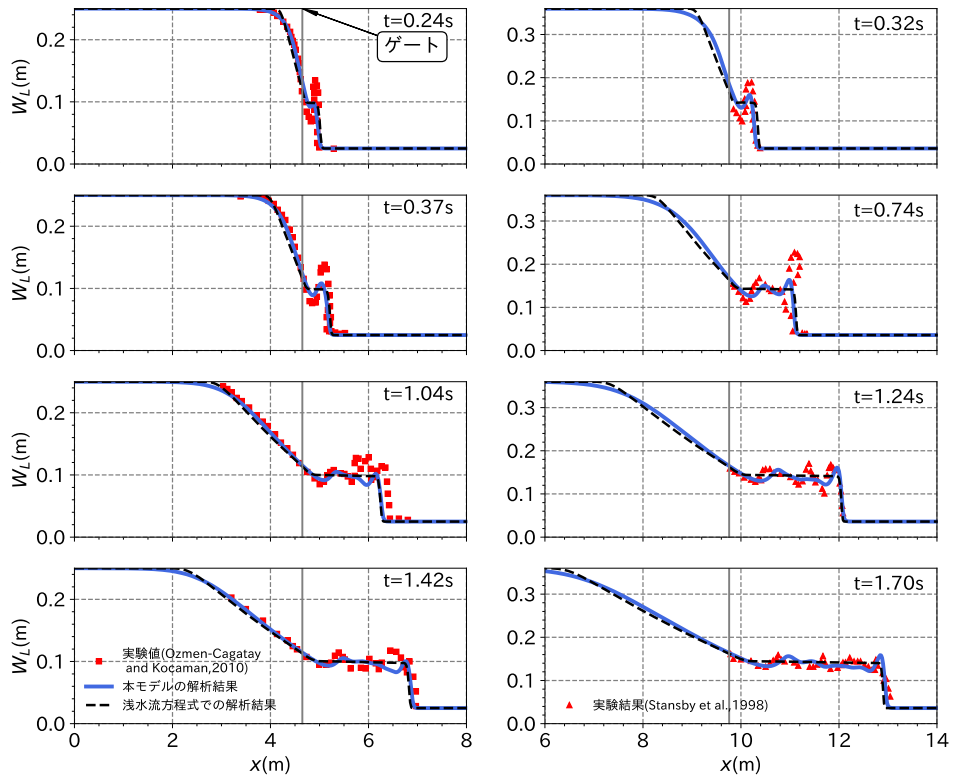


図-2 実験値と解析結果との比較

同実験では貯水槽水深 $h_r=0.1m, 0.36m$ の2通り、 $h_f/h_r=0.0, 0.1, 0.45$ の3通りに設定されている。

図-2に実験値と解析結果との比較を示す。実験結果には、Ozmen-Cagatay & Kocamann⁵⁾の $h_f/h_r=0.1$ 、Stansby et al.⁶⁾の $h_r=0.36m, h_f/h_r=0.1$ ケースを用い、計算格子間隔 Δx には、それぞれ $0.025m, 0.02m$ を粗度係数 $n=0.01m^{-1/3}s$ 、クーラン数 $C_r=0.5$ を用いた。この条件は、図中のゲート付近で限界流となり、常・射混在流れが生じるため、計算の実行が困難な条件となる。図中には、浅水流方程式に基づく解析結果もあわせて示している。これらより、(1)いずれの解析も、数値振動が発生せずに、安定して解析を実施できていること、(2)フロントの伝播速度や平均的な水位を概ね再現できていること、(3)ゲート解放直後を除き、水面形を概ね再現していること、(4)鉛直方向流速を考慮していない浅水流に基づく解析に比べ再現精度が向上していること、などが確認できる。一方で、Ozmen-Cagatay & Kocamann⁵⁾の実験結果との比較では、ゲート解放直後の再現精度が低下した。計算格子間隔 Δx を小さくすると再現精度が向上したが、さらに小さくすると、時刻 t での h'_b, h'_2 の収束計算が収束されなかったため、式(5)と(6)の収束計算法の更なる改善が必要と考えられる。

以上から、鉛直方向流速と非静水圧分布を考慮した本モデルは、浅水流方程式に基づく解析法に比べ実験結果の再現性が向上すること、浅水流方程式に基づく解析法は、局所的な水位上昇の再現精度は低下するが、大局的には実験結果を再現できることが確認された。

4. おわりに

本研究では、非静水圧を取り扱える1次元水深積分モデルを新たに構築するとともに、ダム破壊流れの実験結果に適用し、その再現精度を検討した。その結果、本モデルが浅水流方程式に基づく解析結果に比べ、ダム破壊流れの実験結果の再現性が向上することが確認された。一方で、解析法の見直しにより収束性の改善の必要性も確認された。今後は、平面2次元モデルへの拡張と河床変動解析の組み込みを実施したいと考えている。

謝辞：本研究は科学研究費基盤研究(B) (23H01663)の助成を受けたものである。ここに感謝の意を表す。

参考文献：1) 赤穂・石川：土木学会論文集B1(水工学) Vol.67, No.4, pp.I_1207-I_1212, 2011. 2) 坂本ら：土木学会論文集B1(水工学) Vol.68, No.4, pp.I_841-I_846, 2012. 3) 竹村・福岡：土木学会論文集B1(水工学) Vol.75, no.1, pp.61-80, 2019. 4) 内田・福岡：土木学会論文集B1(水工学) Vol.71, no.2, pp.43-62, 2015. 5) Ozmen-Cagatay, H. & Kocaman, S.: *Journal of Hydraulic Research*, Vol.48, pp.603-611, 2010. 6) Stansby, P. K. et al.: *Journal of Fluid Mechanics* Vol.374, pp.407-424, 1998.