# 扁平非一様格子を導入した LBM の開発

東京都立大学 都市基盤環境学域 学生会員 ○笠原 豪 東京都立大学 都市基盤環境学域 正会員 哲也 新谷

# 1. はじめに

湖沼や沿岸域のような水域では水温や塩分に起因 する密度流が生じており,物質の輸送や混合に影響 を与えていると考えられていることから動態の解明 が必要である。湖沼や沿岸域のような水域の空間ス ケールは水平方向には数 km と広大であるのに対して 鉛直方向には数m-数十m程度と比較的小さい。その ため計算効率の観点から鉛直2次元または3次元解析 を実施する場合水平方向に大きく鉛直方向に小さい 扁平な格子を用いる必要がある. 圧力を陰的に解く 従来の解析手法では扁平な格子を用いる場合に収束 性が悪化する問題がある. そのため本研究では陽的 に非静水圧効果を考慮した解析が可能な格子ボルツ マン法(Lattice Boltzmann Method:以下LBMとする)によ る密度流解析モデルを開発しており、正方格子・立 方格子を基準とする LBM を拡張し扁平格子の適用を 行ってきたり、しかしこのモデルでは補間処理に起因 すると思われる顕著な数値拡散の影響が見られ、非 一様解像度格子を利用する場合に保存性に問題があ ると思われる.

本研究では前述の扁平格子を利用する LBM で見ら れた数値拡散の影響の抑制のためにより多くの点を 用い、また流出入量を考慮することで非一様解像度 格子を利用する際の保存性の向上を図った.

## 2. 数值手法

ここでは本研究で扱う LBM における 2 次元モデル での補間処理について説明する. 図-1 での格子Bにお ける流出入量について考える.本研究では LBM の粒 子移動速度を $c = \Delta z / \Delta t$ としているため、水平方向に 関しては図-1 中に赤で示される流出量fg<sup>out</sup>と青で示 される流入量 $f_B^{in}$ を Lagrange 補間によって算出し、以 下のように次の時間n+1の粒子の分布量を算出する.

 $f_{B}^{n+1} = f_{B}^{n} - \left(f_{B}^{out} - f_{B}^{in}\right) / r_{B,x}$ (1)ここで $r_{B,x}$ は格子Bでの格子アスペクト比 $r_x = \Delta x / \Delta z$ であり,図-1よりここでは $r_{B,x} = 4$ である.また $f_B^{in}$ は格子Aからの流出量f<sup>out</sup>としても考慮され、その際





**図-3** 交換密度流解析結果(上:前回,下:今回) には $r_{Ax} = 2$ として式(1)と同様に流量を考慮する.こ の処理により閉じた計算領域内においては流出量の 総量と流入量の総量は等しくなるため粒子の総量は 保存される.補間処理に用いる点数は5点とし、3点 を利用した前回のモデルより高次の内挿補間処理を 行うことで高次精度化を図る.

#### 3. 数値拡散に関する改善の検証

Härteletal.<sup>2)</sup>によって行われた交換密度流のDNS解析 を参考に数値拡散に関する改善の検証を行う.計算 寸法は図-2に示すように0.8×0.1mとし、密度差が 1kg/m<sup>3</sup>となるように塩水と淡水を左右に半分ずつ満 たす. ここでは時間解像度 $\Delta t = 0.001s$ , 鉛直空間解 像度 $\Delta z = 0.001m$ , アスペクト比r<sub>x</sub>を4として前回の モデルと本研究で開発したモデルで解析を実行し K-H不安定渦の形成具合に着目する.

図-3 にt = 25sでの解析結果の比較図を示す. 図-3 より,前回のモデルでは K-H 不安定渦の形成がほと んど見られず、本研究で改善したモデルでは比較的 渦の形成がなされていることが確認できる. 今回の モデルでは補間点の数を5点としているが、4点以上 の場合ではほとんど同様の結果が得られている.補 間点を3点としている前回のモデルの結果ではおよそ 空間1次精度を得らえており、補間点を4点以上とし た場合では空間2次精度の結果が得られている.また 完全移流をベースとする標準的なLBMは空間2次精 度の解が得られる手法であることから、本研究での 手法では補間点数-2次の空間精度が得られる可能性 が考えられる.

## 4. 非一様解像度格子を利用した解析

次に非一様解像度格子を利用することによる効率 性と現象の再現性を確認するため,Boegman et al.<sup>3</sup>で 行われた斜面上での内部波の砕波実験の再現につい て、文献内の null8 を参考に解析を行う.解析寸法の 概要を図4 に示す.ここでは鉛直空間解像度を全領 域で $\Delta z = 0.1$ cm とし、水平空間解像度に関しては全 領域で $\Delta x = 0.2$ cm とする casel と、図4 での左端を x = 0 として空間解像度を表-1 のように $\Delta x =$ 0.2cm~6.0cmで設定する case2 の 2 ケースで解析を行 う.この時、両ケースにおいて斜面上の全ての格子 で $\Delta x = 0.2$ cmとなる.またこの解析では塩水と淡水 の密度差は20kg/m<sup>3</sup>となるように設定する.

図-5 にt = 72.5sにおける解析結果を示す.図-5 よ り各ケースでは既往研究で見られるような K-H 不安 定渦がほとんど同様に形成されていることが確認で きる.次に各ケースでの解析時間と計算格子数を図-6に示す.図-6より非一様解像度格子を用いる case2 で は解析時間・計算格子数が共に casel のおおよそ 3 割 程度であることが確認できる.以上より,非一様解 像度格子を利用し特に斜面上に高解像度格子を適用 することで効率的に現象を再現することができた.

### 5. まとめ・今後の課題

本研究では高次内挿処理の実装により扁平格子を 利用した LBM による流体解析モデルにおいて生じて いた数値拡散誤差の抑制を行い,粒子並進時に流出 入量を考慮することによって保存性を確保し非一様 解像度格子での解析を実現した.前者に関しては交 換密度流の解析により性能検証を行い,補間点を多 くしたことにより数値拡散が改善されることが確認





表-1 case2 における各領域での水平空間解像度







 $(\pm : case1, \top : case2)$ 



図-6 解析時間と計算格子数の比較

された.後者に関しては斜面を有する場合の内部波 の砕波実験の再現解析を行い、斜面に高い空間解像 度を集中させることにより計算領域内の保存性を保 ちつつ効率的な解析が行えることを示した.本研究 の一部の内容は土木学会論文集に投稿中である.

#### REFERENCES

- 笠原・新谷:土木学会論文集, Vol. 81, No. 16, 24-16198, 2025.
- 2) Härtel et al : J. Fluid Mechanics, Vol. 418, p. 189-212, 2000.
- Boegman et al. : Limnology and Oceanography, Vol. 50, No. 5, pp. 1620-1637, 2005.