

非静水圧水深積分 1 次元洪水流モデルの堰を越える流れへの適用

九州工業大学大学院 学生会員 ○山西威毅・九州工業大学大学院 正会員 重枝 未玲

1. はじめに

近年、水深積分モデルの枠組みで3次元流れを取り扱える数値解析モデル、すなわち準3次元解析モデルの開発が行われている^{1),2),3),4)}。水深積分モデルは、3次元モデルとは異なり、鉛直方向の計算格子を必要としないため、実河道の解析を効率的に行うことが可能な有用なツールと考えられている。本研究は、鉛直方向流速と非静水圧分布を考慮できる準3次元解析モデルの構築を最終的な目的としている。ここでは、その初めとして、非静水圧を取り扱える1次元水深積分モデルを、堰を越える流れの実験結果へ適用し、3次元の流れに対する再現精度を検証したものである。

2. 解析モデルの概要

非静水圧水深積分1次元洪水流モデルでは、図-1に示すように、 x , z 方向の流速 u と

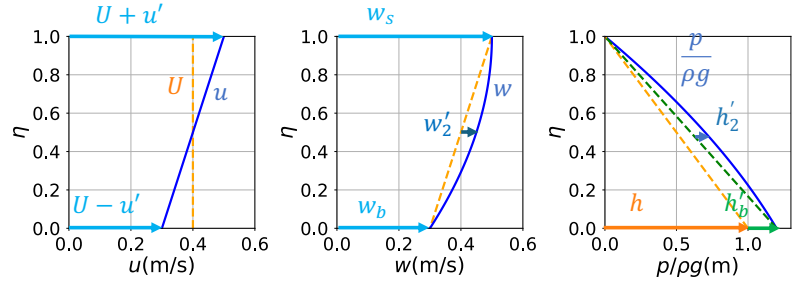


図-1 流速と圧力の水深方向分布

w の水深方向分布に式(1), (2)を、圧力
の水深方向分布に式(3)を用いる。基礎
方程式は、式(4)の水深平均された連続
の式、運動方程式と半水深を原点とし
た運動方程式の重み付き残差方程式、
式(5)の半水深を原点とした連続の式の
重み付き残差方程式、式(6), (7)の水面、
底面での運動学的条件の計8式である。
これらは鉛直2次元の連続の式と Reyno

$$u = U + u'(2\eta - 1) \quad \dots (1)$$

$$w = w_b(1 - \eta) + w_s\eta + w_2'4\eta(1 - \eta) \quad \dots (2)$$

$$p = \rho g(h + h_b')(1 - \eta) + \rho gh_2'4\eta(1 - \eta) \quad \dots (3)$$

$$\partial U / \partial t + \partial E / \partial x = M + S + P. \quad \dots (4)$$

$$h \cdot \partial z_b / \partial t - h/2 \cdot \partial U h / \partial x + \partial / \partial x \cdot u' h^2 / 6 + U h \partial z / \partial x = W h \quad \dots (5)$$

$$w_s = \partial z_b / \partial t - \partial U h / \partial x + u_s \cdot \partial (h + z_b) / \partial x \quad \dots (6)$$

$$w_b = \partial z_b / \partial t + u_b \cdot \partial z_b / \partial x. \quad \dots (7)$$

$$W = 1/2 \cdot w_b + 2/3 \cdot w_2' + 1/2 \cdot w_s \quad \dots (8)$$

$$U = \begin{pmatrix} h \\ U h \\ W h \\ u' h \\ w' h \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} U^2 h + 1/2 \cdot g h^2 \\ U W h \\ U u' h \\ U w' h \end{pmatrix}; P = \begin{pmatrix} 0 \\ -\partial(1/2 \cdot g h_b' h + 2/3 \cdot g h_2' h) / \partial x - g h_b' \cdot \partial z_b / \partial x \\ g h_b' \\ -g h_b' / 2 \cdot \partial h / \partial x + g h / 2 \cdot \partial h_b' / \partial x - 4 g h_2' \cdot \partial z / \partial x \\ 8 g h_2' \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 \\ -1/3 \cdot \partial u'^2 h / \partial x \\ -1/6 \cdot \partial u' w' h / \partial x \\ -u' h \cdot \partial U / \partial x \\ w' h \cdot \partial U / \partial x + 24/45 \cdot \partial w_2' u' h / \partial x + 24 u' w_2' / 45 \cdot \partial h / \partial x - 2 u' h \cdot \partial W / \partial x - u' w' h \cdot \partial h / \partial x \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ -g h \cdot \partial z_b / \partial x - g h S_f \\ \partial / \partial x (\bar{\tau}_{xz} / \rho \cdot h) - g h S_f \cdot \partial z_b / \partial x - \sigma_{zb} / \rho \\ 3 g h S_f - 6 \bar{\tau}_{xz} / \rho \\ -2 u' w' h \cdot \partial z_b / \partial x + \bar{w}^2 - 6 g h S_f \cdot \partial z_b / \partial x + 12 \bar{\tau}_{xz} / \rho \cdot \partial z / \partial x + 6 \sigma_{zb} / \rho - 12 \bar{\sigma} / \rho \end{pmatrix}$$

u の偏差成分, w_s , w_b : 水面, 底面での w , w_2' : 半水深の流速 w の偏差成分, h_b' : 底面での静水圧からの圧力
水頭差, h_2' : 半水深での線形非静水圧分布からの圧力水頭差, $\bar{\tau}_{xz} / \rho = \kappa / 6 \cdot \sqrt{g h |S_f|} \cdot h(2u' / h)$, $\tau_b / \rho = g h S_f$, $S_f =$
 $n^2 (U_{nu}^2 + W^2) / h^{4/3} \cdot \text{sgn}(U_{nu})$, $U_{nu} = \{1 + 3 / (2\kappa) \sqrt{g n^2 / h^{1/3}}\} U - u'$, $\bar{\sigma}_z / \rho = 2 \cdot \kappa / 6 \cdot \sqrt{g h |S_f|} \cdot h(w_s - w_b / h)$, n : Manni
ngの粗度係数, $\text{sgn}(a)$: a が正の場合には1を負の場合には-1を返す関数, $\eta = (z - z_b) / h$, u_s : 水面での $u(= U + u')$,
 u_b : 面での $u(= U - u')$, κ : カルマン定数($=0.41$)である。本解析モデルの未知量は, h , U , u' , w_s , w_b , w_2' ,
 h_b' , h_2' の8つである。方程式は式(4)~(7)の計8つで、未知量と方程式は同数となるので解くことが可能となる。

解析手順は次の通りである。既知量は, n と z_b , 時刻 t の h , U , W , u' である。まず, h , U , W , u' と式(6),
(7), (8)から時刻 t での w_s と w_b , w_2' を求める。次に、非静水圧項 P を除いた式(4)の解析を行い、 U^* を求める。
次に、時刻 $t + \Delta t$ の h , U , W , u' , w' も当然ながら式(5)と式(6)-式(7)を満たすので、 $U^{t+\Delta t} = U^* - \Delta t \cdot P$ が、
式(5)と式(6)-式(7)を満たすように時刻 t の h_b' , h_2' の収束計算と $U^{t+\Delta t}$ の修正を同時に行い、時刻 $t + \Delta t$ の h , U ,
 W , u' と、時刻 t での h_b' , h_2' を求める。式(6), (7)の計算には中央差分を、式(4)の計算には流束差分法を用い
た。収束計算には、式(5)から h_{bi}^m を式(6)-(7)- w'^m から h_{2i}^m を求めた後、 $U^{t+\Delta t} = U^* - \Delta t \cdot P^m$ を計算し、式(5)の絶
対値と式(6)-(7)- w'^{m+1} の絶対値との差が 10^{-5} を満たすまで繰り返し計算を実施した。

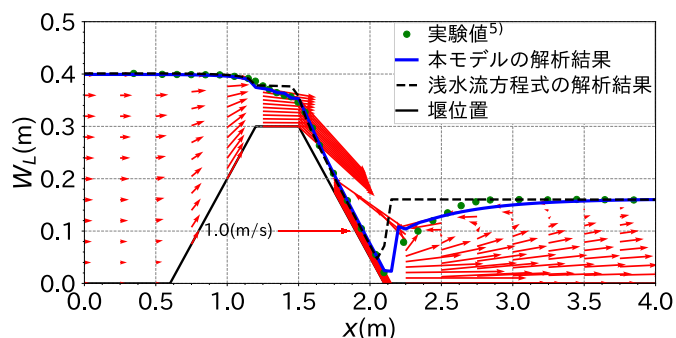


図-2 Case1の水面形状の解析結果と実験値の比較

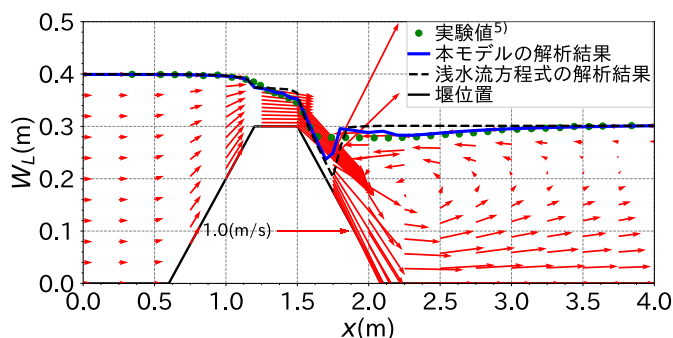


図-3 Case2の水面形状の解析結果と実験値の比較

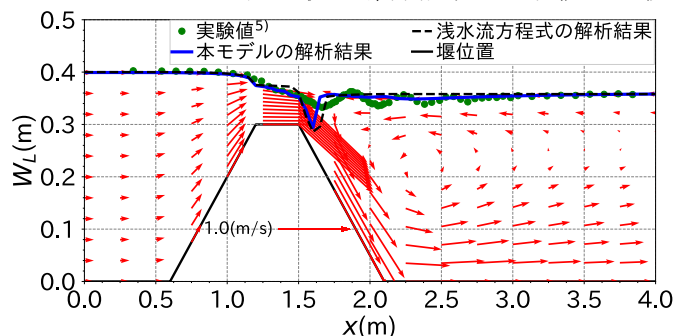


図-4 Case3の水面形状の解析結果と実験値の比較

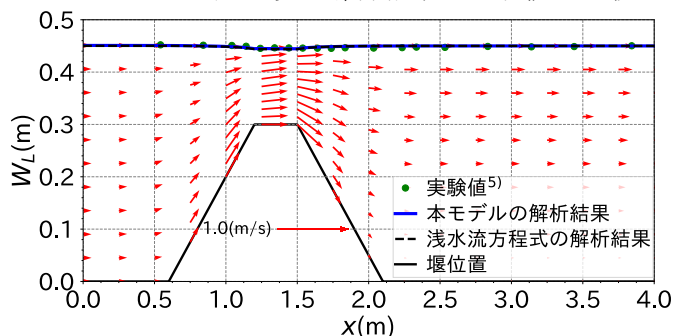


図-5 Case4の水面形状の解析結果と実験値の比較

3. 結果と考察

本モデルを、堰を越える流れの実験結果⁵⁾に適用し、その再現精度について検証した。実験では、高さ0.3 m、長さ1.5 m、天端幅0.3 m、法面勾配が1:2の堰が設置された幅0.499 m、高さ0.7 m、長さ7 mの長方形水路が用いられている。水路上流端より単位幅流量 $q = 0.0532 \text{ m}^2/\text{s}$ を流入させ、下流端の水深を変化させることで、流れの状態を、完全越流状態(Case1)、不完全越流状態(Case2, Case3)及び潜り越流状態(Case4)の4通りに変化させている。不完全越流状態のCase2では、表面渦を伴い堰の法面に沿った主流速が現れる流れを、Case3では底面渦を伴い水表面に沿った主流速が現れる流れを発生させている。解析では、計算格子間隔 $\Delta x = 0.05 \text{ m}$ 、粗度係数 $n = 0.012 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$ 、クーラン数 $C_r = 0.8$ を用いた。

図-2～5に、水面形の解析結果と実験値との比較と流速ベクトルを示す。図中には、浅水流方程式に基づく水面形の解析結果もあわせて示している。これらより、(1)完全越流状態である図-2では、跳水の高さや発生位置、流れは再現可能であること、(2)潜り越流状態である図-5では、水面形や流れは再現可能であること、(3)不完全越流状態である図-3では、表面渦を伴い堰の法面に沿った主流速が現れる流れを再現可能であること、などが確認できる。一方で、(4)不完全越流状態である図-4では、天端での水面形は再現可能であるものの、堤防裏法の水面形の再現精度が低下していることが確認できる。特に実験で発生した水表面に沿った主流速の流れの再現ができていない。これは、流速分布には線形分布を用いており、堰周辺の流速分布を再現できていないためと考えられる。この点については、今後改善したいと考えている。

4. おわりに

本研究では、非静水圧を取り扱える水深積分1次元洪水流モデルを構築し、堰を越える流れの実験結果に適用し、その再現精度を検証した。その結果、本モデルが堰を越える流れの実験結果を概ね再現できることが確認された。一方で、不完全越流状態の流れの再現性は低く、仮定した流速分布の見直しの必要性も確認された。今後は非構造格子を用いた準3次元モデルとし、より実用的なモデルに改善したいと考えている。

謝辞：本研究を実施するに当たり、科学研究費基盤研究(B)(課題番号：23H01663、研究代表者：川尻峻三)の助成を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献：1) 赤穂・石川：土木学会論文集B1(水工学), Vol.67, No.4, pp.I_1207-I_1212, 2011. 2) 坂本ら：土木学会論文集B1(水工学), Vol.68, No.4, pp.I_841-I_846, 2012. 3) 竹村・福岡：土木学会論文集B1(水工学), Vol.75, No.1, pp.61-80, 2019. 4) 内田・福岡：土木学会論文集B1(水工学), Vol.71, No.2, pp.43-62, 2015. 5) Fritz, H. M. and Hager, W.H.: *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.124, No.9, pp.963-971, 1998.