

令和2年12月11日(金) 第6回水工学オンライン連続講演会

# 水理学・水文学の学理の進展と実装への橋渡し

中央大学工学部  
教授 山田 正

# 講演内容

- 数学・物理学をつくった人びと
- 統計学をつくった人びと
- 水文学への不確実性の導入
- 信頼区間・予測区間に基づく水文頻度解析
- 宇宙線ミュオン粒子を使った土木構造物の内部構造可視化の技術の開発
- 水文学的アプローチによる内部被ばく量の計算法
- 一様流中の空洞とくぼみが及ぼす流速場の変化
- 非線形を考慮した水面波の屈折に関する研究
- 悪戦苦闘中の乱流理論
- 私の研究に対する思い出と若手研究者へのメッセージ

# 数学・物理学をつくった人びと

# 数学・物理学をつくった人びと

ガリレオ ガリレイ  
(伊)  
(Galileo Galilei)  
1564 - 1642



ヨハネス・ケプラー (独)  
(Johannes Kepler)  
1571-1630



ピエール・ド・フェルマー (仏)  
(Pierre de Fermat)  
1607-1665



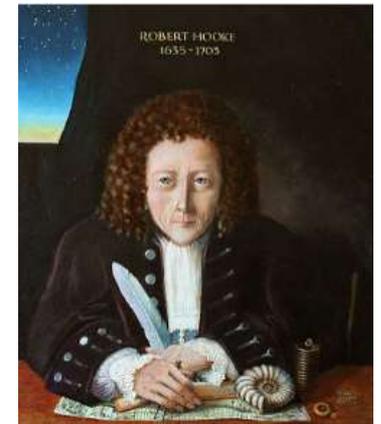
エヴァンジェリスタ・トリチェリ  
(伊)  
(Evangelista Torricelli)  
1608-1647



クリスティアーン・ホイヘンス  
(蘭)  
(Christiaan Huygens)  
1629-1695

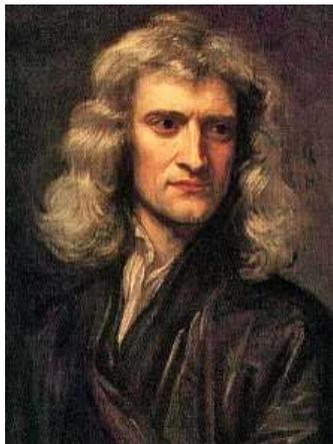


ロバート・フック (英)  
(Robert Hooke)  
1635-1703



# 数学・物理学をつくった人びと

アイザック・ニュートン(英)  
(Sir Isaac Newton)  
1642-1727



ヨハン・ベルヌーイ(スイス)  
(Johann Bernoulli)  
1667-1748



レオンハルト・オイラー(スイス)  
(Leonhard Euler)  
1707-1783



ゴットフリート・ヴィルヘルム・  
ライプニッツ(独)  
(Gottfried Wilhelm Leibniz)  
1646-1716



ダニエル・ベルヌーイ(スイス)  
(Daniel Bernoulli)  
1700-1782



ジョゼフ＝ルイ・ラグランジュ  
(仏)  
(Joseph-Louis Lagrange)  
1736-1813



# 数学・物理学をつくった人びと

ピエール=シモン・ラプラス (仏)  
(Pierre-Simon Laplace)

1749-1827



アドリアン=マリ・ルジャンドル (仏)  
(Adrien-Marie Legendre)

1752-1833



フリードリヒ・ヴィルヘルム・  
ベッセル (独)

(Friedrich Wilhelm Bessel)

1784-1846



クロード・ルイ・マリー・  
アンリ・ナヴィエ (仏)  
(Claude Louis Marie Henri Navier)

1785-1836



マイケル・ファラデー (英)  
(Michael Faraday)

1791-1867



ガスパール=ギュスターヴ・  
コリオリ (仏)  
(Gaspard-Gustave Coriolis)

1792-1843



# 数学・物理学をつくった人びと

カール・グスタフ・ヤコブ・  
ヤコビ(独)  
(Carl Gustav Jacob Jacobi)  
1804-1851



ジェームズ・プレスコット・  
ジュール(英)  
(James Prescott Joule)  
1818-1889



ヘルマン・ルートヴィヒ・  
フェルディナント・  
フォン・ヘルムホルツ(独)  
(Hermann Ludwig Ferdinand  
von Helmholtz)  
1821-1894



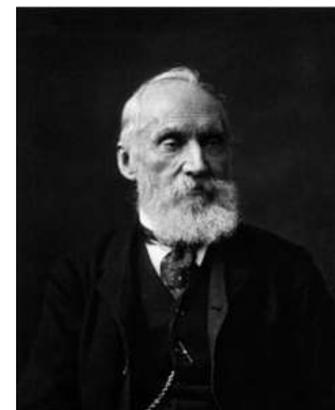
ウィリアム・ローワン・ハミルトン(英)  
(Sir William Rowan Hamilton)  
1805-1865



ジョージ・ガブリエル・  
ストークス(アイルランド)  
(Sir George Gabriel Stokes)  
1819-1903

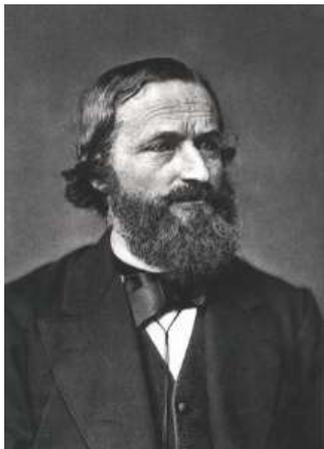


ウィリアム・トムソン(英)  
(William Thomson)  
1824-1907



# 数学・物理学をつくった人びと

グスタフ・ロベルト・  
キルヒホフ(露)  
(Gustav Robert Kirchhoff)  
1824-1887



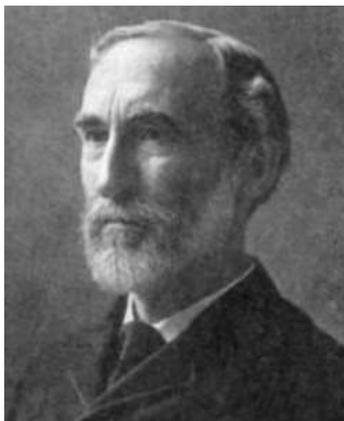
ジェームズ・クラーク・マクスウェル  
(英)  
(James Clerk Maxwell)  
1831-1879



アレクサンドル・  
ギュスターヴ・エッフェル(仏)  
(Alexandre Gustave Eiffel)  
1832-1923



ジョサイア・ウィラード・  
ギブズ(米)  
(Josiah Willard Gibbs)  
1839-1903



ジョン・ウィリアム・  
ストラット(英)  
(John William Strutt)  
1842-1919



ニコライ・ジュコーフスキー(露)  
(Nikolai Joukowski)  
1847-1921



# 数学・物理学をつくった人びと

カール・フェルディナント・  
ブラウン(独)  
(Karl Ferdinand Braun)  
1850-1918



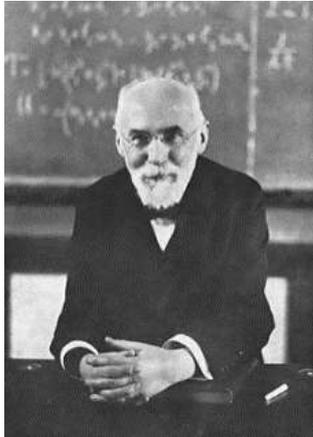
マルティン・ヴィルヘルム・  
クッタ(独)  
(Martin Wilhelm Kutta)  
1867-1944



ルートヴィヒ・プラントル  
(独)  
(Ludwig Prandtl)  
1875-1953



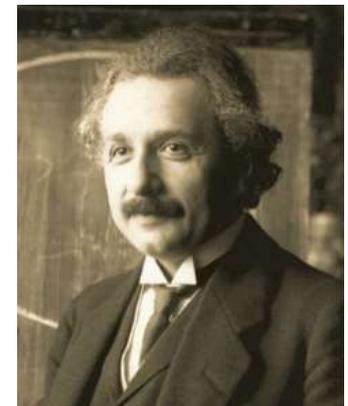
ヘンドリック・アントーン・  
ローレンツ(オランダ)  
(Hendrik Antoon Lorentz)  
1853-1928



ポール・ランジュヴァン(仏)  
(Paul Langevin)  
1872-1946



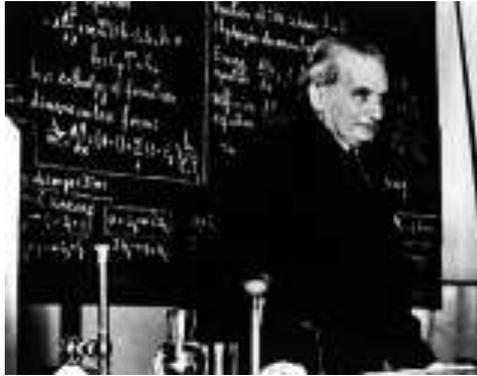
アルベルト・アインシュタイン  
(独)  
(Albert Einstein)  
1879-1955



写真はWikipediaより引用

# 数学・物理学をつくった人びと

セオドア・フォン・カルマン  
(ハンガリー)  
(Theodore von Kármán)  
1881-1963



ニールス・ボーア  
(デンマーク)  
(Niels Henrik David Bohr)  
1885-1962



エルヴィン・シュレーディンガー  
(オーストリア)  
(Erwin Schrödinger)  
1887-1961



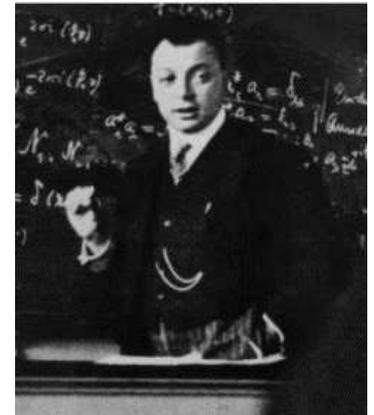
アマーリエ・エミー・ネーター (独)  
(Amalie Emmy Noether)  
1882-1935



ジェフリー・  
イングラム・テイラー (英)  
(Sir Geoffrey Ingram Taylor)  
1886-1975



ヴォルフガング・エルンスト・  
パウリ (スイス)  
(Wolfgang Ernst Pauli)  
1900-1958



# 数学・物理学をつくった人びと

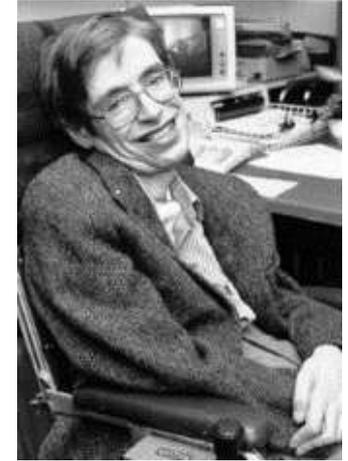
ヴェルナー・カール・ハイゼンベルク (独)  
(Werner Karl Heisenberg)  
1901-1976



ジョン・フォン・ノイマン  
(オーストリア)  
(John von Neumann)  
1903-1957



スティーヴン・ウィリアム・  
ホーキング (英)  
(Stephen William Hawking)  
1942-2018



ポール・エイドリアン・モーリス・  
ディラック (英)  
(Paul Adrien Maurice Dirac)  
1902-1984



ジェームス・ライトヒル (英)  
(Sir James Lighthill)  
1924-1998



# 統計学をつくった人びと

# 統計学をつくった人びと

ピエール・ド・フェルマー(仏)  
(Pierre de Fermat)  
1607 - 1665



ヨハン・ベルヌーイ(スイス)  
(Johann Bernoulli)  
1667-1748



トーマス・ベイズ(英)  
(Thomas Bayes)  
1702-1761



ブлез・パスカル(仏)  
(Blaise Pascal)  
1623-1662



アブラム・ド・モアブル(仏)  
(Abraham de Moivre)  
1667 - 1754



ピエール=シモン・ラプラス(仏)  
(Pierre-Simon Laplace)  
1749-1827

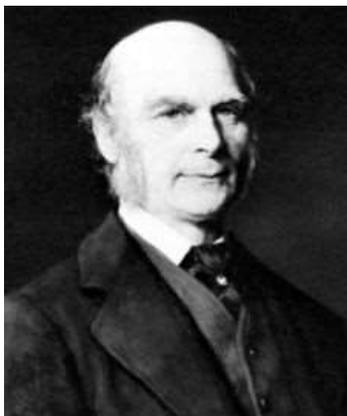


# 統計学をつくった人びと

シメオン・ドニ・ポアソン(仏)  
(Siméon Denis Poisson)  
1781-1840



フランシス・ゴルトン(英)  
(Sir Francis Galton)  
1822-1911



カール・ピアソン(英)  
(Karl Pearson)  
1857-1936



アンリ・レオン・ルベグ(仏)  
(Henri Leon Lebesgue)  
1875-1941



ウィリアム・シーリー・ゴセット  
(英)  
(William Sealy Gosset)  
1876-1937



ジョン・メイナード・ケインズ(英)  
(John Maynard Keynes)  
1883 - 1946



# 統計学をつくった人びと

リヒャルト・フォン・ミーゼス  
(オーストリア)

(Richard von Mises)

1883-1953



パフヌーティ・リヴォーヴィッチ・  
チェビシェフ(露)

(Pafnuty Lvovich Chebyshev)

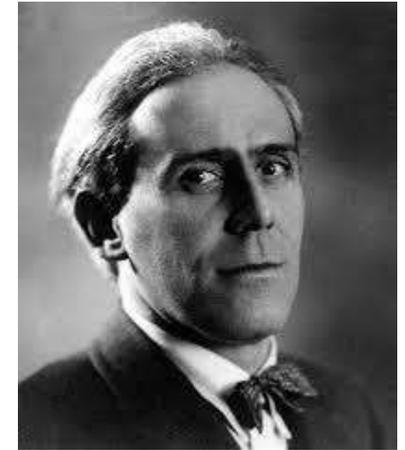
1821-1894



エミール・ユリウス・ガンベル(独)

(Emil Julius Gumbel)

1891-1966



ウラジミール・スミルノフ(露)

(Vladimir Smirnov)

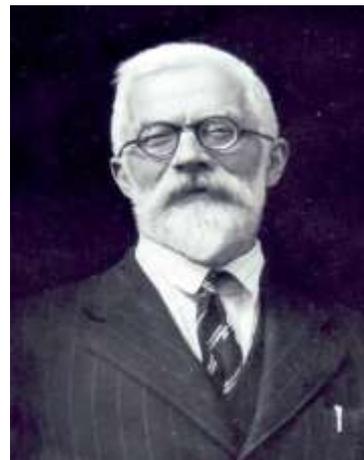
1887-1974



ロナルド・エイルマー・フィッシャー(英)

(Sir Ronald Aylmer Fisher)

1890 - 1962



イエジ・ネイマン(ポーランド)

(Jerzy Neyman)

1894-1981



# 統計学をつくった人びと

エゴン・シャープ・ピアソン(英)  
(Egon Sharpe Pearson)  
1895-1980



エイブラハム・ウォールド  
(ハンガリー)  
(Abraham Wald)  
1902-1950



アンドレイ・コルモゴロフ(露)  
(Aurei Kolmogorov)  
1903-1987



伊藤 清(日)  
(Ito Kiyoshi)  
1915-2008



レオナルド・ジミー・サヴェージ(米)  
(Leonard Jimmie Savage)  
1917 - 1971



カリヤンプディ・  
ラダクリシュナ・ラオ(印)  
(Calyampudi Radhakrishna Rao)  
1920-



# 統計学をつくった人びと

赤池 弘次(日)  
(Akaike Hirotugu)  
1927-2009



# 水文学への不確実性の導入

- 決定論と確率過程論
- 降雨流出解析

# 水文学への不確実性の導入

- 決定論と確率過程論
- 降雨流出解析

# 決定論と確率過程論（確率論）

決定論：原因と結果が一意的に決まる。

ニュートン力学は、決定論的因果律を発見することこそが科学であるという考え方の代表例である。

確率過程論(確率論)：原因と結果の間に不確定な要素が存在し、確定的には決まらない。

やってみなければor起こってみなければわからない不確実な事象を扱うのが確率過程論。

物理学→ハイゼンベルクの不確定性原理

両者の間には昔から哲学論争が存在するが、ここで言いたいのは、**二者択一の問題ではなく（どちらかが正しいという問題ではなく）**、その人の世界に対する認識や信念の問題、対象とする事象のスケールに関する複雑な問題である。

# 不確実性の分類

## 不確実性

社会的・経済的・自然的現象自体.

→物理的不確実性

地震, 地盤沈下, 降雨などの気象

上記の現象に関する人間の知識.

→不可知性

人間の知識不足, 認識不足, 忘失

上記の現象に対する人間の行動.

→意思決定に伴う不確実性

住民：避難判断の意思決定時の行動

管理者：避難指示発令・レベルの意思決定

# ニュートン力学と量子力学

ニュートン力学 (決定論, 因果律)  
ニュートンの運動の第二法則:  $m\alpha=f$

量子力学 (確率論的解釈)  
シュレディンガー方程式:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+V\right)\psi$$

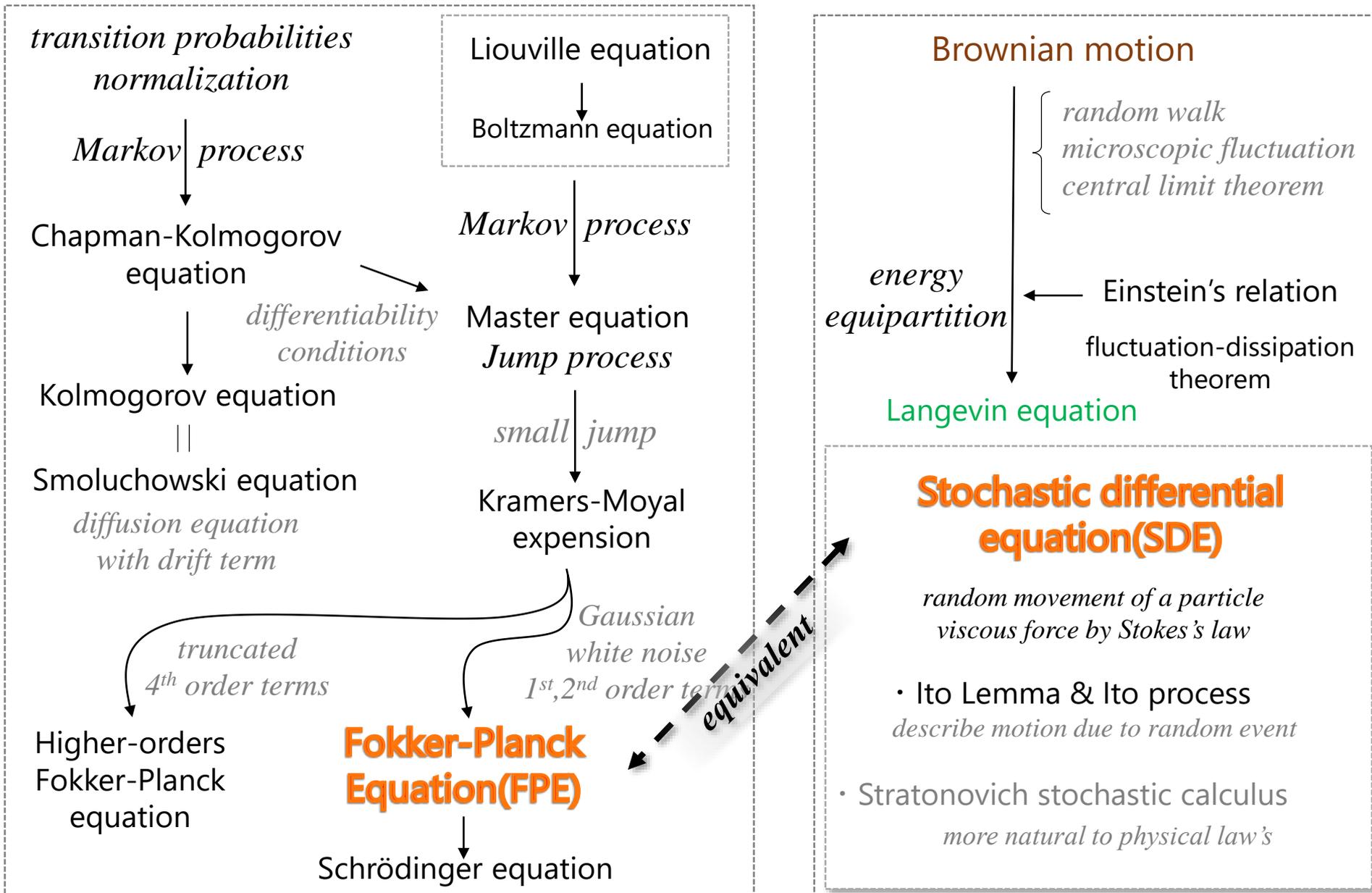
流れの方程式  
(Navier-Stokes方程式  
不定流, etc.)

粒子の速度分布の方程式  
Boltzmann方程式  
分布に関する方程式

流出現象の方程式  
(例: タンクモデル, 貯留関数法,  
応答関数, 集中型モデル,  
分布型モデル)

Ito calculus=Fokker-Planck  
方程式に基づく本研究で提  
案する式

# 確率過程的モデルの関係図



# 確率過程的モデルの関係図

*transition probabilities  
normalization*

Liouville equation

Boltzmann equation

**1827** ブラウン運動(R.Brown1827):

花粉から飛び出た微粒子の媒質中のランダムな動き

**1905** アインシュタインの関係式(A.Einstein1905):

**1908** ランジュバン方程式(P.Langevin1908):

ブラウン運動を形式的に表現

$$\frac{dv}{dt} = K(v) + b(v)R(t)$$

**1910** ペランの実験(J.Perrin1910):

ブラウン粒子の変位の拡散係数Dは、 $D=k_B T/6\pi a\eta$ に従うことがペランによって実験的に証明された

**1921** ウィーナー過程(N.Wiener1921):

確率過程的な時系列を数理モデル化

**1942** 確率微分方程式, Ito Calculus(伊藤清1942):

ランジュバン方程式の数学的意味付けを行い, 確率微分積分の概念を用いて解析的に解けるようにした

**Brownian motion**

*random walk  
microscopic fluctuation  
central limit theorem*

*energy  
equipartition*

← Einstein's relation

fluctuation-dissipation  
theorem

**Langevin equation**

**Stochastic differential  
equation(SDE)**

*random movement of a particle  
viscous force by Stokes's law*

• Ito Lemma & Ito process  
*describe motion due to random event*

• Stratonovich stochastic calculus  
*more natural to physical law's*

Fokker-Planck  
equation

**Equation(FPE)**

Schrödinger equation

# 確率過程的モデルの関係図

*transition probabilities  
normalization*

*Markov process*

Chapman-Kolmogorov  
equation

*differentiability  
conditions*

Kolmogorov equation

||

Smoluchowski equation

*diffusion equation  
with drift term*

*truncated  
4<sup>th</sup> order terms*

Higher-orders  
Fokker-Planck  
equation

**Fokker-Planck  
Equation(FPE)**

Schrödinger equation

Liouville equation

Boltzmann equation

*Markov process*

Master equation  
*Jump process*

*small jump*

Kramers-Moyal  
expansion

*Gaussian  
white noise  
1<sup>st</sup>, 2<sup>nd</sup> order terms*

- 1838 リウヴィル方程式/定理(Liouville1838):  
確率分布の時間発展を記述した最初の方程式
- 1872 ボルツマン方程式(Boltzmann1872):  
気体中の粒子間(2粒子)の衝突を考えた速度  
分布関数の時間発展を記述する方程式
- 1906 チャップマン・コルモゴロフ方程式  
(Smoluchowski1906):  
マルコフ過程における遷移確率を記述する  
方程式
- 1913 フォッカー・プランク方程式  
1918 (Fokker1913,Planck1918):  
確率密度関数の時間発展を記述する方程式
- 1931 コルモゴロフの前向き方程式  
(Kolmogorov1931):  
Fokker-Planck方程式がマルコフ過程に  
成り立つことが示された

# 確率過程論

確率過程(確率経路)：確率微分方程式(SDE)  
(1本1本の見本路を見る世界)

*Stochastic Differential Equation*

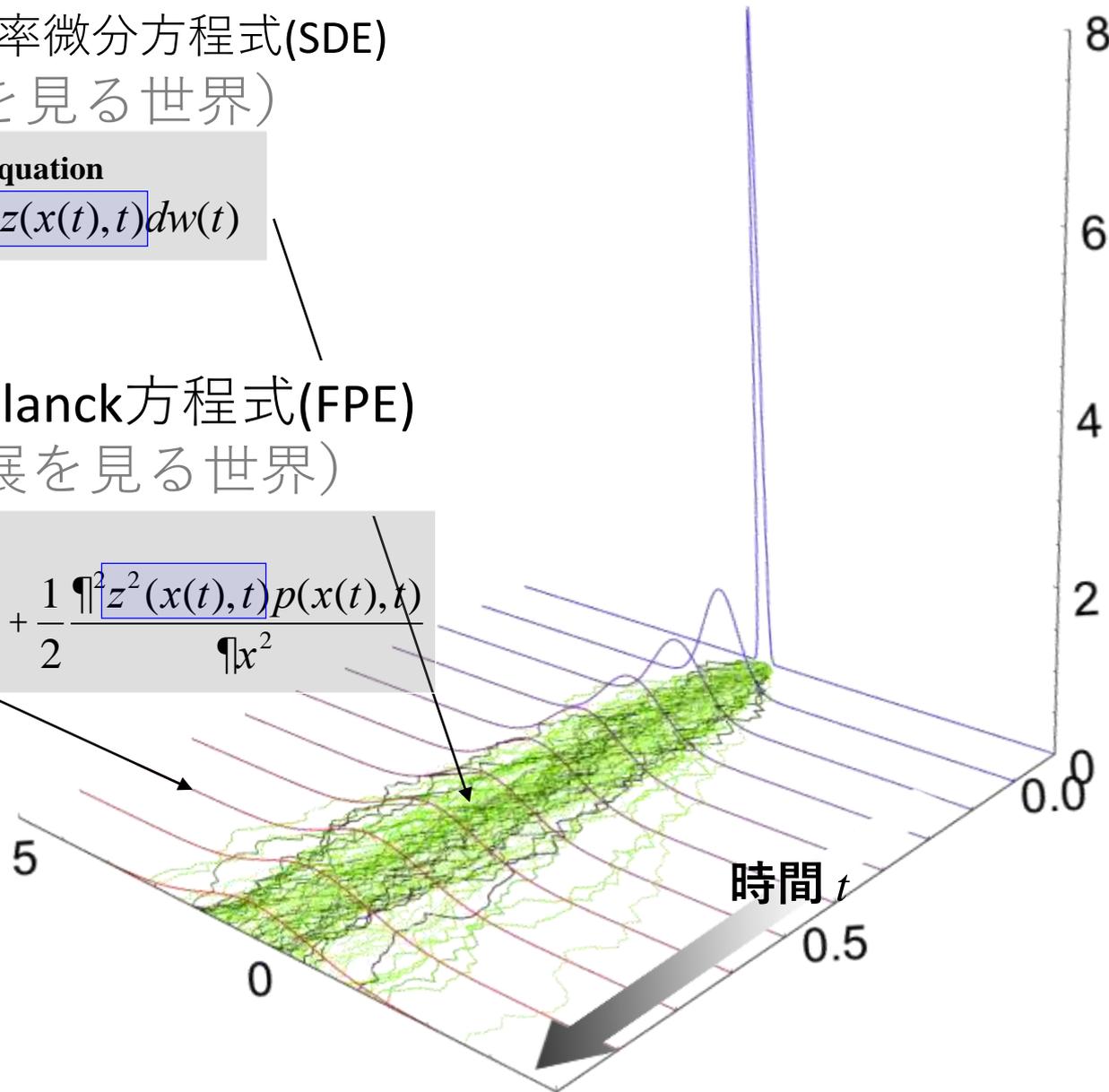
$$dx(t) = y(x(t), t)dt + z(x(t), t)dw(t)$$

確率密度関数：Fokker-Planck方程式(FPE)  
(分布関数の時間発展を見る世界)

*Fokker-Planck Equation*

$$\frac{\partial p(x(t), t)}{\partial t} = -\frac{\partial [y(x(t), t)p(x(t), t)]}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 [z^2(x(t), t)p(x(t), t)]}{\partial x^2}$$

確率過程:  $x(t)$



# 水文学への不確実性の導入

- 決定論と確率過程論
- 降雨流出解析

# Fokker-Planck方程式と確率微分方程式の関係

Langevin方程式：

$$\frac{dv}{dt} = K(v) + b(v)R(t)$$

Fokker-Planck方程式：

$$\frac{\partial p(v, t)}{\partial t} = - \frac{\partial K(v)p(v, t)}{\partial v} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 b(v)^2 D(v)p(v, t)}{\partial v^2}$$

対応する確率微分方程式は、

$$dv = K(v)dt + b(v)\sqrt{D(v)}dw(t)$$

# 流出の基礎式とSDEの関係

- ① 常微分方程式型の流出モデル

$$\frac{dq}{dt} = aq^b \{r - q\}$$

$$r(t) = \bar{r}(t) + r^{\zeta}(t)$$

②  $dq = aq^b \{\bar{r} - q\} dt + aq^b r^{\zeta} dt$

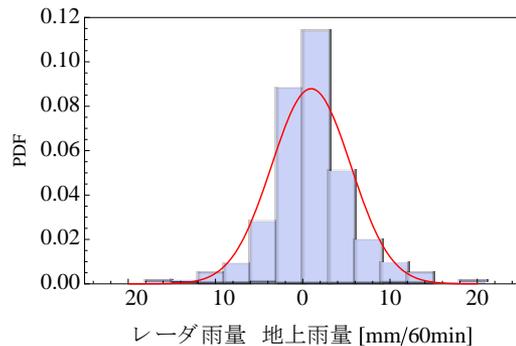
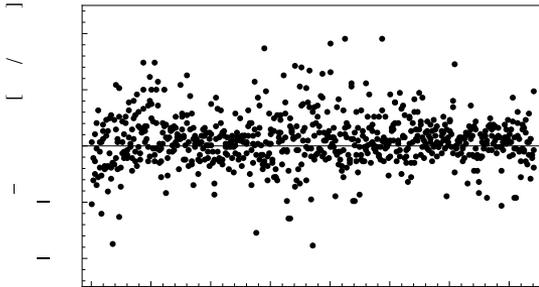
G.I.Taylorの拡散理論を応用すると、

③  $dq = aq^b \{\bar{r} - q\} dt + aq^b \sqrt{D_r} dw$

流出高に関する確率微分方程式を得る。

流出高に関するFokker-Planck方程式を得る。  $\sqrt{D_r} = s\sqrt{T_L}$

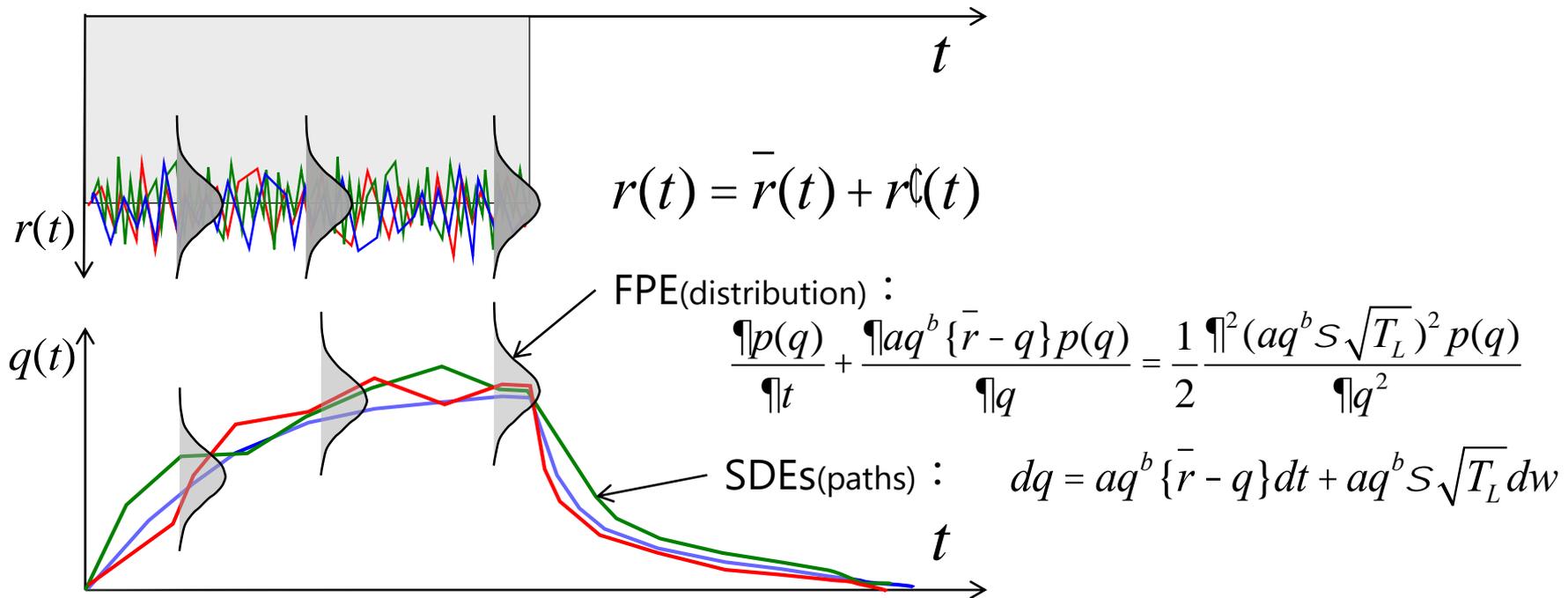
$$\frac{\partial p(q)}{\partial t} + \frac{\partial [aq^b \{\bar{r} - q\} p(q)]}{\partial q} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (aq^b s\sqrt{T_L})^2 p(q)}{\partial q^2}$$



# 流出高に関するSDEとFPEの関係

流出高のSDE : 
$$dq = aq^b \{\bar{r} - q\} dt + aq^b S \sqrt{T_L} dw$$

流出高のFPE : 
$$\frac{\partial p(q)}{\partial t} + \frac{\partial [aq^b \{\bar{r} - q\} p(q)]}{\partial q} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (aq^b S \sqrt{T_L})^2 p(q)}{\partial q^2}$$



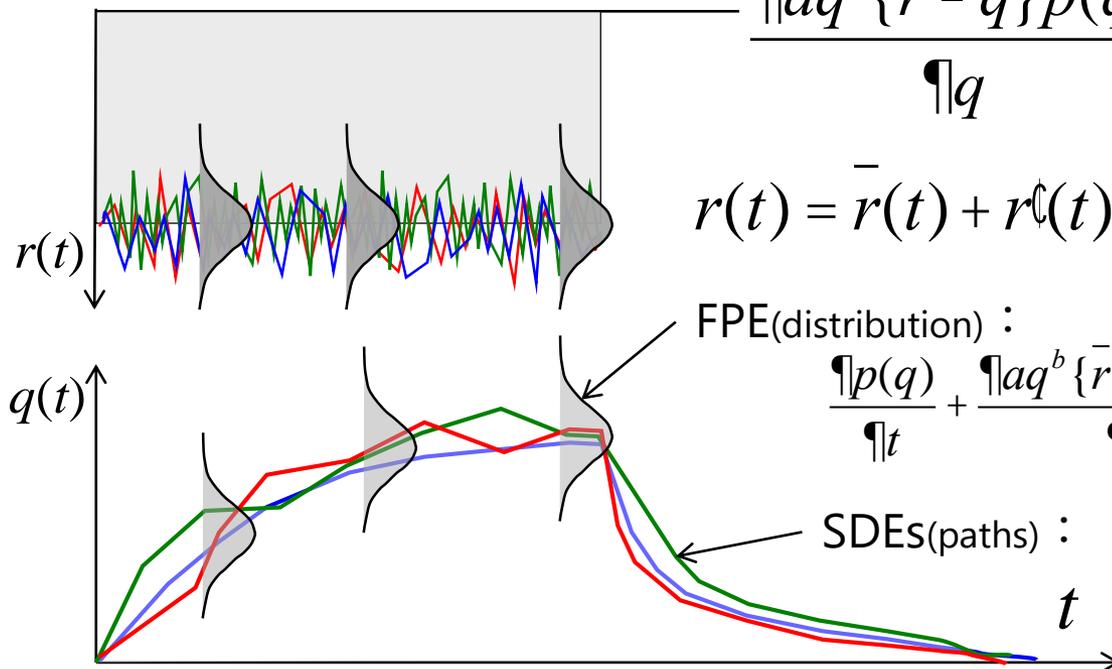
# Fokker-Planck方程式の解析解 (定常時)

$$\frac{\partial p(q)}{\partial t} + \frac{\partial [aq^b \{\bar{r} - q\} p(q)]}{\partial q} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (aq^b S \sqrt{T_L})^2 p(q)}{\partial q^2}$$

分布が定常状態の場合を考える



$$\frac{\partial [aq^b \{\bar{r} - q\} p(q)]}{\partial q} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (aq^b S \sqrt{T_L})^2 p(q)}{\partial q^2}$$



$$r(t) = \bar{r}(t) + r^c(t)$$

FPE(distribution) :

$$\frac{\partial p(q)}{\partial t} + \frac{\partial [aq^b \{\bar{r} - q\} p(q)]}{\partial q} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (aq^b S \sqrt{T_L})^2 p(q)}{\partial q^2}$$

SDEs(paths) :  $dq = aq^b \{\bar{r} - q\} dt + aq^b S \sqrt{T_L} dw$

# 流量・水位の確率密度関数

$$\frac{\int aq^b \{\bar{r} - q\} p(q) \int q}{\int q} = \frac{1}{2} \frac{\int (aq^b S \sqrt{T_L})^2 p(q) \int q^2}{\int q^2} \Rightarrow \frac{\int G(q) p(q) \int q}{\int q} = \frac{\int F(q) p(q) \int q^2}{\int q^2}$$

$G(q) = aq^b \{\bar{r} - q\}$ ,  $F(q) = \frac{1}{2} (aq^b S \sqrt{T_L})^2$  として1回積分すると

$$G(q)p(q) = \frac{\int F(q)p(q) \int q}{\int q} + C$$

$p(q)$ について解くと

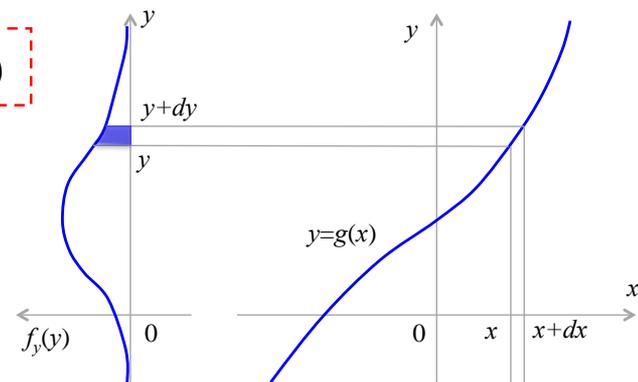
$$p(q) = p_0 \frac{1}{F(q)} e^{\int \frac{G(q)}{F(q)} dq}$$

確率密度関数：  $p(q) = p_0 \frac{2}{(aq^b S \sqrt{T_L})^2} e^{\frac{2\bar{r}}{aS^2 T_L} \frac{q^{1-b}}{1-b} - \frac{2}{aS^2 T_L} \frac{q^{2-b}}{2-b}}$  となる。

# 流量の確率密度関数から水位の確率密度関数へ変換

確率変数 $X$ の確率密度関数を $f_x(x)$ とする。このとき $X$ の関数 $Y=g(X)$ で与えられる確率変数 $Y$ の確率密度関数 $f_y(y)$ を求める。

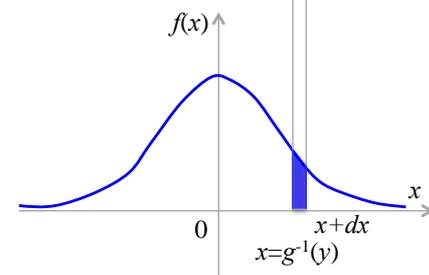
$$\begin{aligned}
 f_y(y)dy &= P(y \leq Y \leq y + dy) && Y=g(X) \rightarrow X=g^{-1}(Y) \\
 &= P(g^{-1}(y) \leq X \leq g^{-1}(y + dy)) \\
 &= P\left(g^{-1}(y) \leq X \leq g^{-1}(y) + \frac{dg^{-1}(y)}{dy} dy\right)
 \end{aligned}$$



一方で確率変数 $X$ に関して  $P(x \leq X \leq x + dx) = f_x(x)dx$

$$P(x \leq X \leq x + dx) = P\left(g^{-1}(y) \leq X \leq g^{-1}(y) + \frac{dg^{-1}(y)}{dy} dy\right) \quad x=g^{-1}(y)$$

$$P\left(g^{-1}(y) \leq X \leq g^{-1}(y) + \frac{dg^{-1}(y)}{dy} dy\right) = f_x(g^{-1}(y)) \frac{dg^{-1}(y)}{dy} dy$$



$$f_y(y) = f_x(g^{-1}(y)) \frac{dg^{-1}(y)}{dy}$$

# 流出高の分布がわかったとき流量・水位の分布はどうなるのか？

流出高の確率密度関数

$$p(q) = p_0 \frac{2}{(aq^b S \sqrt{T_L})^2} \exp\left\{-\frac{2}{a S^2 T_L} \left[ \frac{q^{1-b}}{1-b} - \frac{q^{2-b}}{2-b} \right]\right\}$$

水位の確率密度関数

$$p_h(h) = p_Q(g^{-1}(h)) \frac{dg^{-1}(h)}{dh}$$

$$f_y(y) = f_x(g^{-1}(y)) \frac{dg^{-1}(y)}{dy}$$

$$y=g(x) \longrightarrow$$

$$x=g^{-1}(y) \longrightarrow$$

$$\frac{dg^{-1}(y)}{dy} \longrightarrow$$

?

流量の確率密度関数

$$p_Q(Q) = p_{q^*}(g^{-1}(Q)) \frac{dg^{-1}(Q)}{dQ}$$

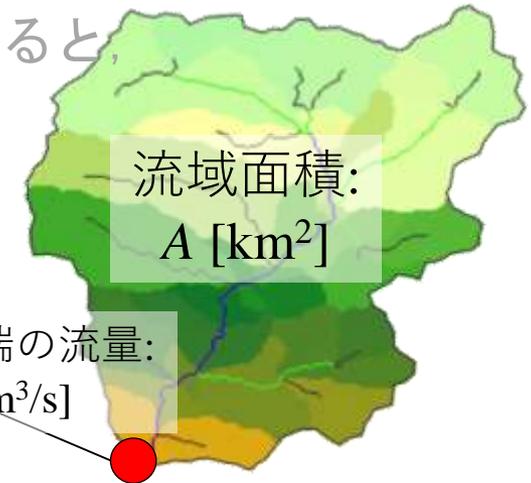
# 流出高, 流量, 水位の関係式い

各々の関係式 :  $Q=g(q_*)$ や $h=g(Q)$ がわかれば良い!

河道の効果は無視できるスケールの流域を想定すると,

$$Q = \frac{1}{3.6} A q_* = g(q_*)$$

流出高 $\leftrightarrow$ 流量の関係



矩形断面水路で等流状態を考えると,

$$Q = A \cdot q_* = B \frac{1}{n} \sqrt{i} \cdot h^{\frac{5}{3}}$$

$$Q = ah^{\frac{5}{3}} \rightarrow h = \left( \frac{Q}{a} \right)^{\frac{3}{5}} = CQ^{\frac{3}{5}} \quad \left( C = \frac{1}{a} \frac{3}{5}, \quad a = B \frac{1}{n} \sqrt{i} \right)$$

$$h = CQ^{\frac{3}{5}} \quad Q = \left( \frac{h}{C} \right)^{\frac{5}{3}} \rightarrow \frac{dQ}{dh} = \frac{5}{3} C^{-\frac{3}{5}} h^{\frac{2}{3}}$$

流量 $\leftrightarrow$ 水位の関係

流域面積 :  $A$  [ $\text{km}^2$ ], 川幅 :  $B$  [ $\text{m}$ ], マニングの粗度係数 :  $n$ , 河床勾配 :  $i$

# 流量の分布がわかったとき水位の分布はどうなるのか？

流出高の確率密度関数

$$p(q) = p_0 \frac{2}{(aq^b S)^2} \exp\left\{-\frac{2r}{aS^2} \frac{q^{1-b}}{1-b} - \frac{2}{aS^2} \frac{q^{2-b}}{2-b}\right\}$$

水位の確率密度関数

$$p_h(h) = p_Q\left(\frac{h}{C}\right) \frac{5}{3} C^{-\frac{3}{5}} h^{\frac{2}{5}}$$



$$Q = \frac{1}{3.6} A q_* = g(q_*)$$

$$f_y(y) = f_x(g^{-1}(y)) \frac{dg^{-1}(y)}{dy}$$

$y=g(x) \longrightarrow$   
 $x=g^{-1}(y) \longrightarrow$   
 $\frac{dg^{-1}(y)}{dy} \longrightarrow$

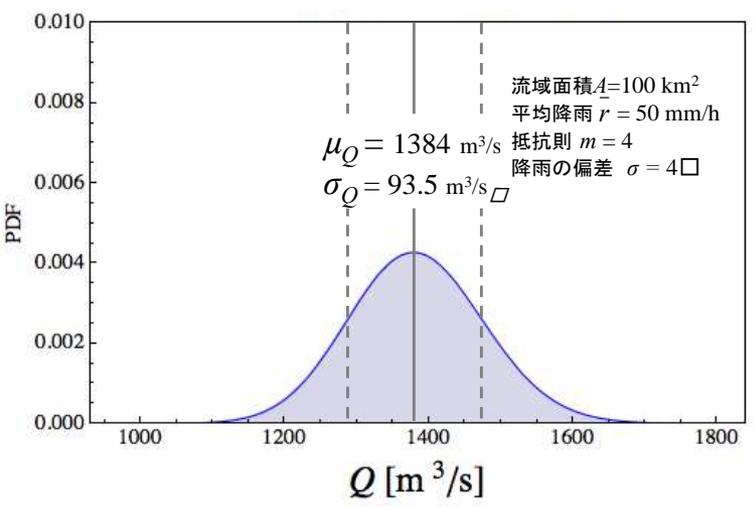
?

$$h = C Q^{\frac{3}{5}} = g(Q)$$

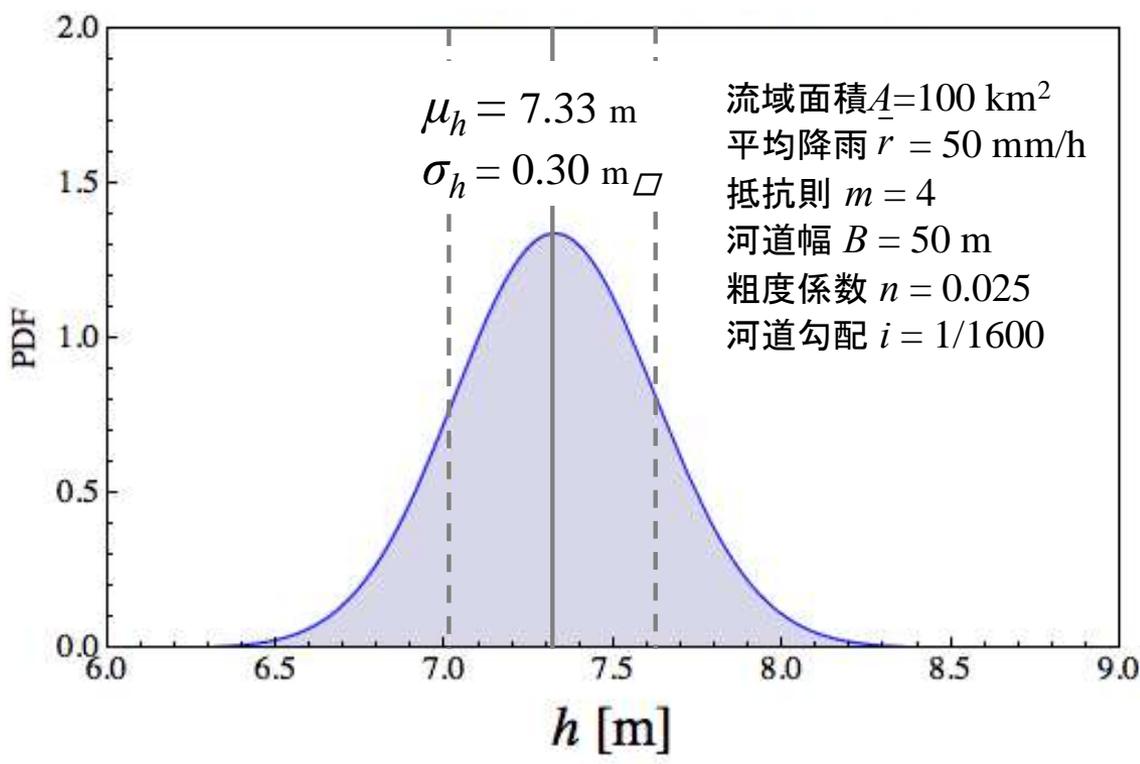
流量の確率密度関数

$$p_Q(Q) = p_{q_*} \left(\frac{3.6Q}{A}\right) \frac{3.6}{A}$$

# 流量の分布がわかったとき水位の分布はどうなるのか？



流量の不確実性



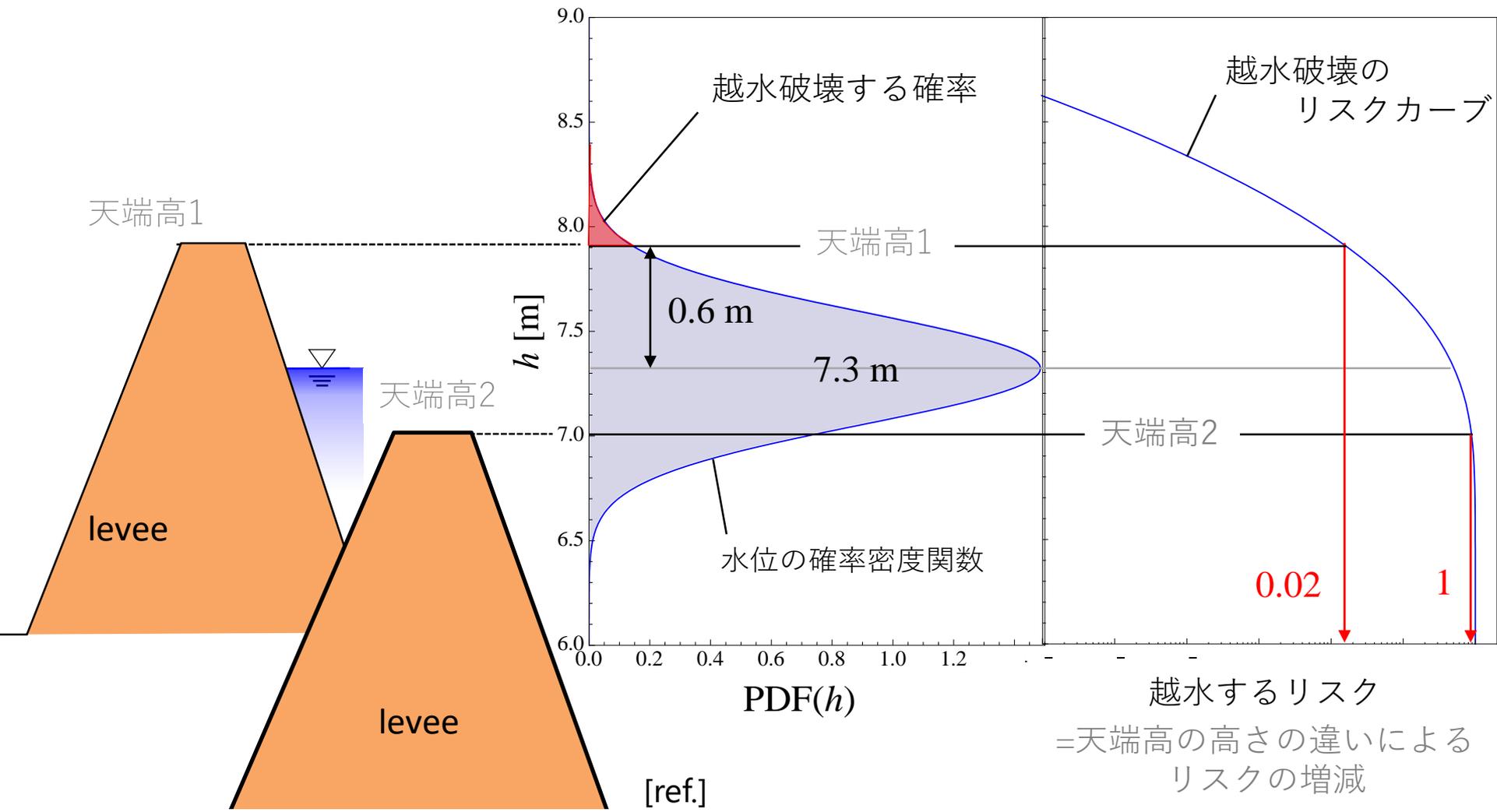
これが**水位の不確実性**

$$p_Q(Q) = p_{q^*} \left( \frac{3.6Q}{A} \right) \frac{3.6}{A}$$

$$p_h(h) = p_Q \left( \frac{5}{3} C^{-\frac{5}{3}} h^{\frac{5}{3}} \right) \frac{5}{3} C^{-\frac{3}{5}} h^{\frac{2}{3}}$$

# 水位の確率分布の応用

$$\bar{r}=50 \text{ mm/h}, \sigma = 4 \text{ mm/h}, m=4$$

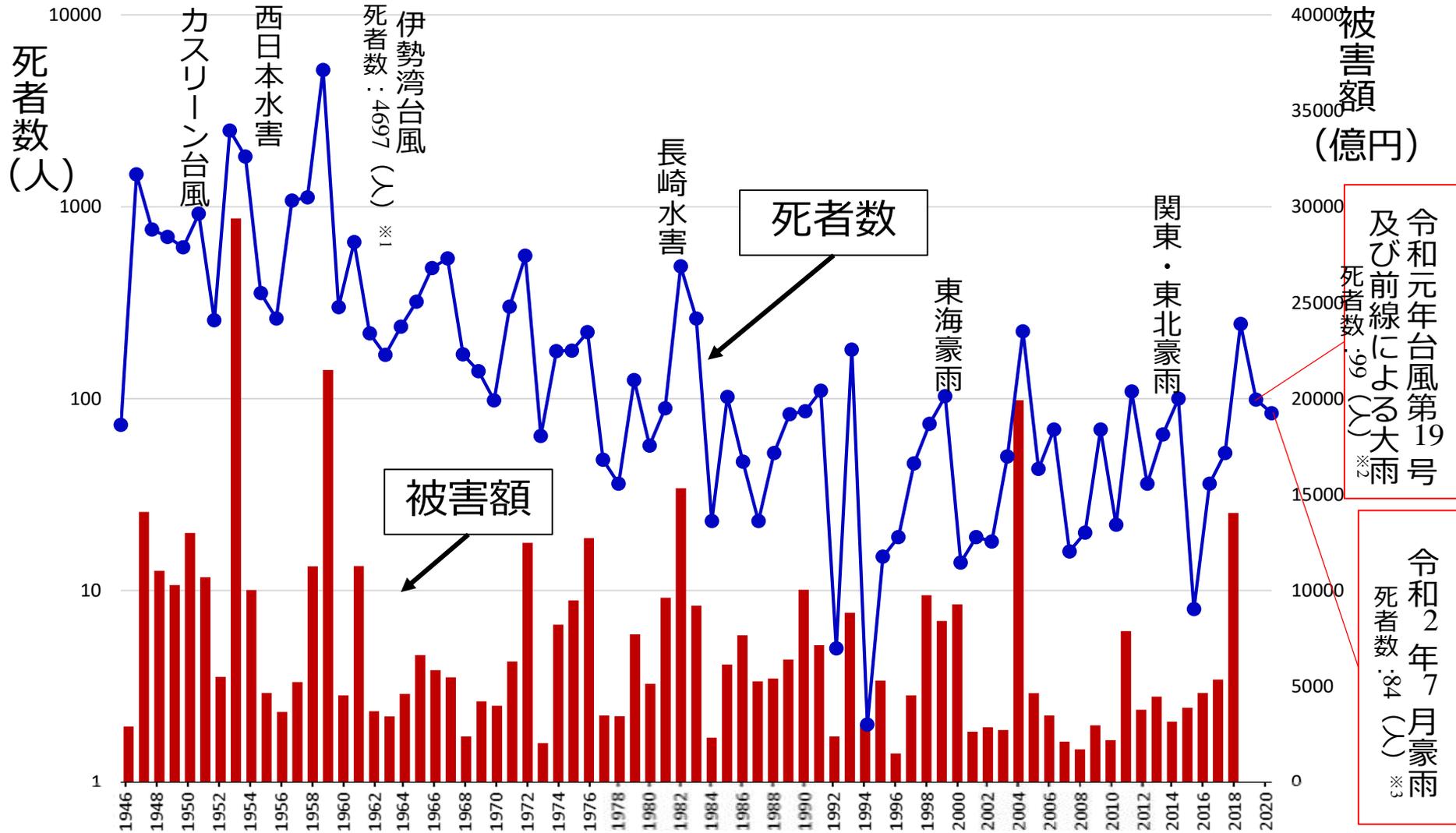


[ref.]

- 交通事故で死亡 : 1/1万
- 飛行機死亡事故 : 1/50万
- 薬剤死亡リスク : 1/200万

# 信頼区間・予測区間に基づく 水文頻度解析

# 水害による死者数と水害被害額の関係



注) 死者数は、水害・土砂災害による合計値であり、各年の水害被害額は、2005年価格に実質化したものである。また、2019年度と2020年度の項目にはそれぞれ、「令和元年台風第19号及び前線による大雨」および「令和2年7月豪雨」に伴う死者数のみを記入した。

※1消防白書より

※2消防庁災害対策本部：令和元年台風第19号及び前線による大雨による被害及び消防機関等の対応状況（第63報）

※3内閣府 防災情報のページ：令和2年7月豪雨による被害状況等について（11月2日14:00現在）

※1946年から2018年までの水害による死者数および水害被害額は、国土交通省「水害統計調査」に掲載されているものを用いた。

# 近年における記録的豪雨の多発について

## 平成27年関東・東北豪雨

・鬼怒川水系に線状降水帯による降水が集中し、鬼怒川が決壊した。



【出典】国土交通省 関東地方整備局

## 平成29年7月九州北部豪雨

・台風と梅雨前線の影響により、河川の氾濫や大規模な土砂崩れが発生した。  
・河川に流れ込んだ流木による被害が増加した。



【出典】時事ドットコム

## 平成28年北海道豪雨

・4つの台風の上陸・接近による全道各地での記録的大雨は発生するとともに、前例のない広域な被害(氾濫, 橋脚の流出, 農業被害)が生じた。



【出典】:国土交通省「平成28年台風第10号による出水状況について」

## 平成30年7月西日本豪雨

・台風と梅雨前線の影響により西日本各地で記録的豪雨が発生した。  
・西日本を中心に多くの地域で河川の氾濫や土砂災害が発生し、平成最悪の被害となった。



【出典】ふるさとチョイス

# 令和元年台風第19号の被害状況

## <概要>

- ・ 10月6日3時に発生した台風第19号は、非常に強い勢力を保ったまま、12日19時前に伊豆半島に上陸し、13日12時に北海道の南東海上で温帯低気圧に変わった。
- ・ 大型で強い台風の接近に伴い、西日本から東日本の太平洋側を中心に激しい雨が降り、12日15時30分、群馬県、埼玉県、東京都、神奈川県、山梨県、長野県、静岡県に、同日19時50分、宮城県、福島県、茨城県、栃木県、新潟県に、13日0時40分、岩手県に大雨特別警報が発表された。

## <被害>

※10月25日(金)からの大雨による被害状況を含む

- ・ 人的被害：死者 99名，行方不明者3名（令和2年2月12日(水)9時00分 消防庁）

【出典】消防庁災害対策本部「令和元年台風第19号及び前線による大雨による被害及び消防機関等の対応状況(第65報)」

## 千曲川(長野県)における氾濫の様子



【出典】朝日新聞「長野市の千曲川の堤防決壊 広範囲で住宅に濁流」2019年10月13日09時43分

<https://www.asahi.com/articles/ASMBF2404MBFUTIL007.html>

## 阿武隈川(福島県)における氾濫の様子



【出典】:毎日新聞

<https://mainichi.jp/graphs/20191013/hpj/00m/040/001000g/15>

# 令和2年7月豪雨の被害状況

## <概要>

・令和2年7月3日から14日にかけて、梅雨前線が本州付近に停滞し、西方と南方から流入する大量の水蒸気が九州を中心に西日本から東日本にかけて集まりやすい状態が続いたため、広い範囲で豪雨が発生した。特に3日から8日にかけては、九州で多数の線状降水帯が発生した。このことにより、球磨川での決壊や筑後川での氾濫が発生した。

## <被害>

・人的被害：死者 84名，行方不明者2名（令和2年12月3日 14時00分時点）

【出典】内閣府 令和2年7月豪雨による被害状況について

[http://www.bousai.go.jp/updates/r2\\_07oosame/pdf/r20703\\_oosame\\_39.pdf](http://www.bousai.go.jp/updates/r2_07oosame/pdf/r20703_oosame_39.pdf)

## 球磨川(熊本県)における氾濫の様子



【出典】朝日新聞「写真で見比べる災害前後 熊本で数十年に一度の大雨」2020年7月4日 13時56分  
[https://www.asahi.com/articles/ASN744J5QN74UQIP019.html?iref=pc\\_extlink](https://www.asahi.com/articles/ASN744J5QN74UQIP019.html?iref=pc_extlink)

## 筑後川(福岡県)における氾濫の様子



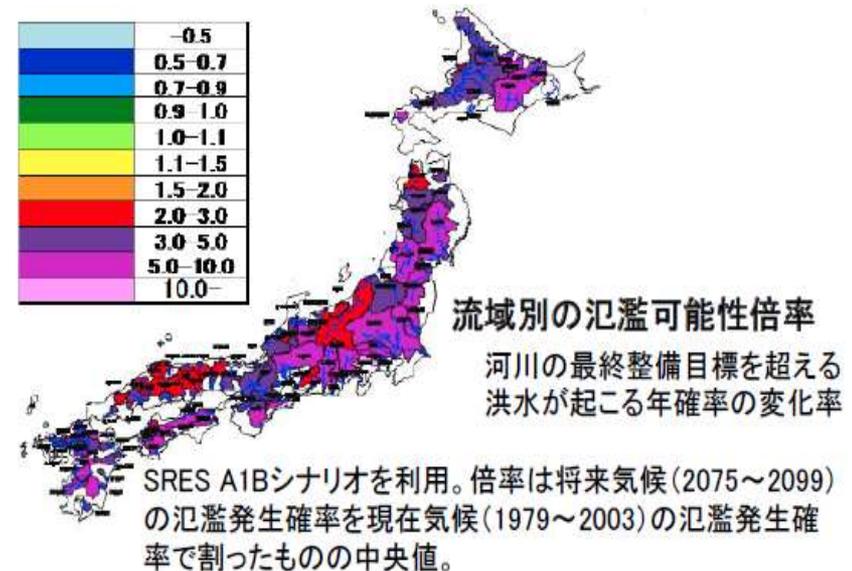
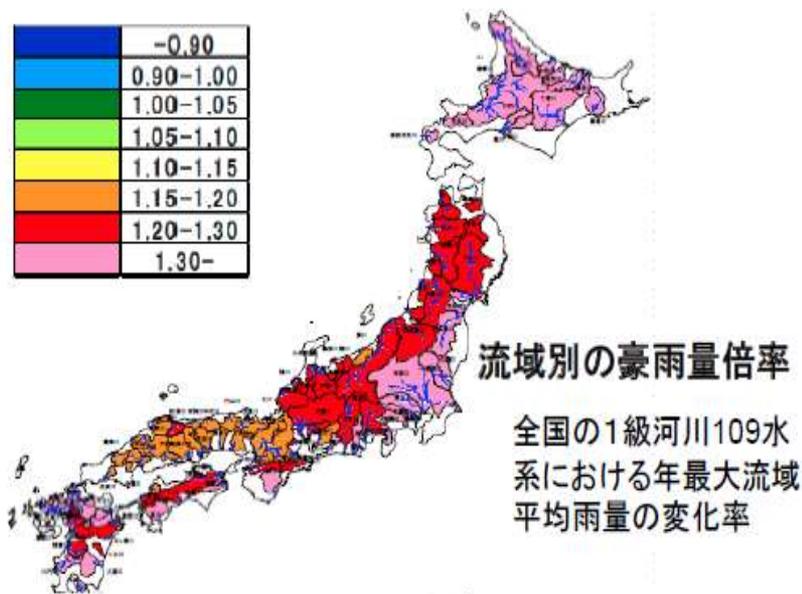
【出典】読売新聞「九州豪雨、筑後川が再び氾濫...5県で78万人に避難指示」  
2020年7月8日 <https://www.yomiuri.co.jp/national/20200708-OYT1T50176/>

# 地球温暖化の進行に伴う降雨量の増加

地球温暖化に伴う気候変動により、将来の洪水リスクは増加する。

今世紀末において、全国の一級水系における

- ・年最大流域平均雨量は約1.1～1.3倍、
  - ・基本高水を超過する洪水の発生頻度は約1.8～4.4倍
- となる予測が示されている。



【出典】国土交通省 国土技術政策総合研究所 気候変動適応研究本部：気候変動適応策に関する研究（中間報告），国総研資料 749号，Ⅱ-112-154，2013.

一方で、従来の水文頻度解析の課題：年最大雨量への定常性の仮定

# 従来の水文頻度解析手法例について

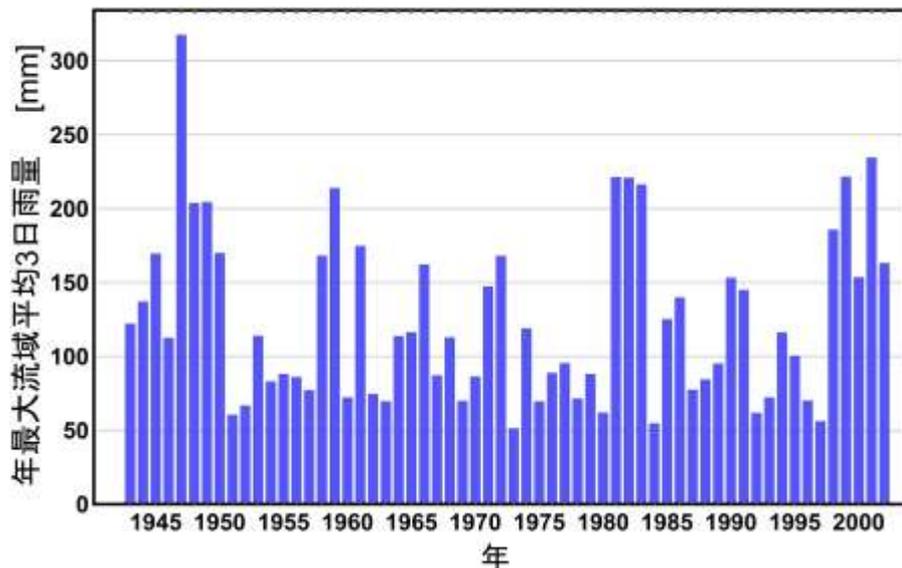


図 利根川八斗島地点 年最大流域平均3日雨量

【STEP1】候補確率分布モデルの列挙

【STEP2】確率分布モデルの母数推定

【STEP3】確率分布モデルの適合度・安定性評価

適合度評価基準: SLSC (寶・高棹, 1988)

安定性評価基準: Jackknife推定誤差

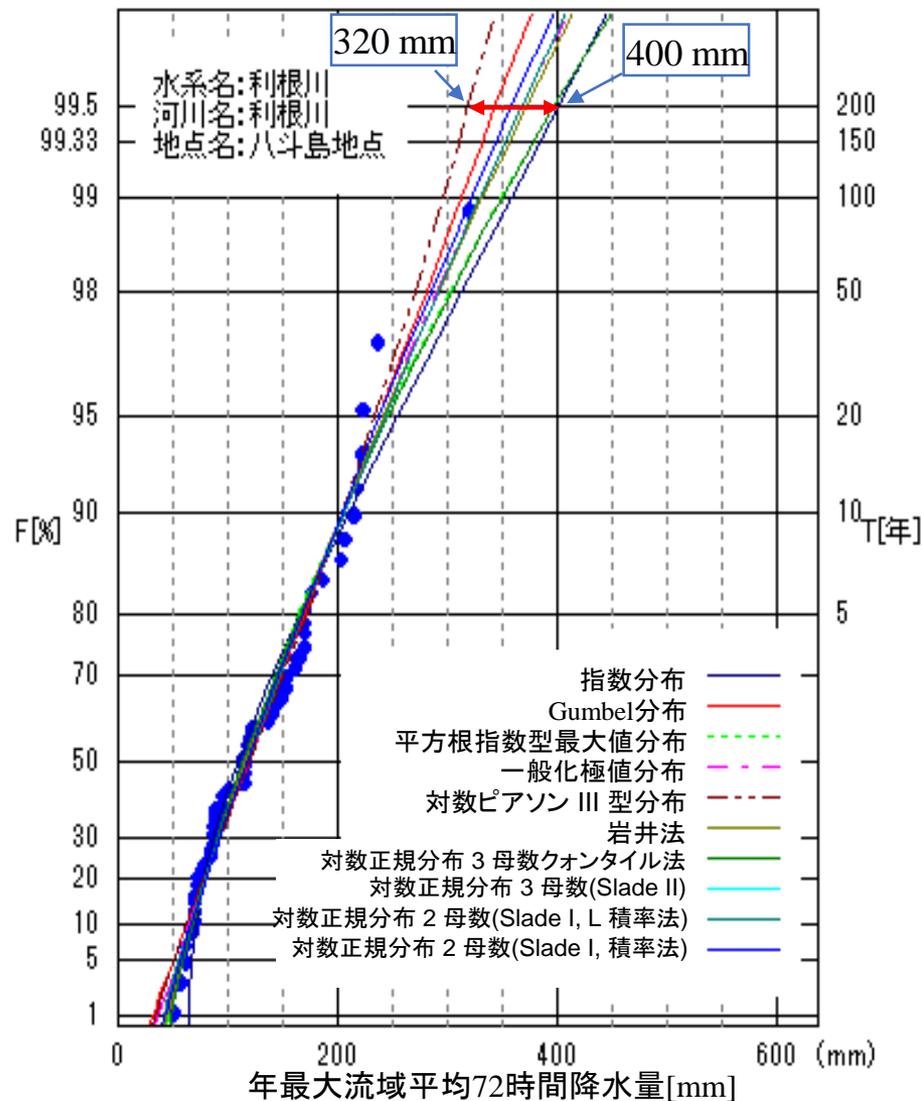


図 利根川八斗島地点 雨量確率図 (Gumbel確率紙)

従来の水文頻度解析では、過去数十年間分の観測実績に基づき、洪水対策における設計外力(計画水文量)の算定を行う。

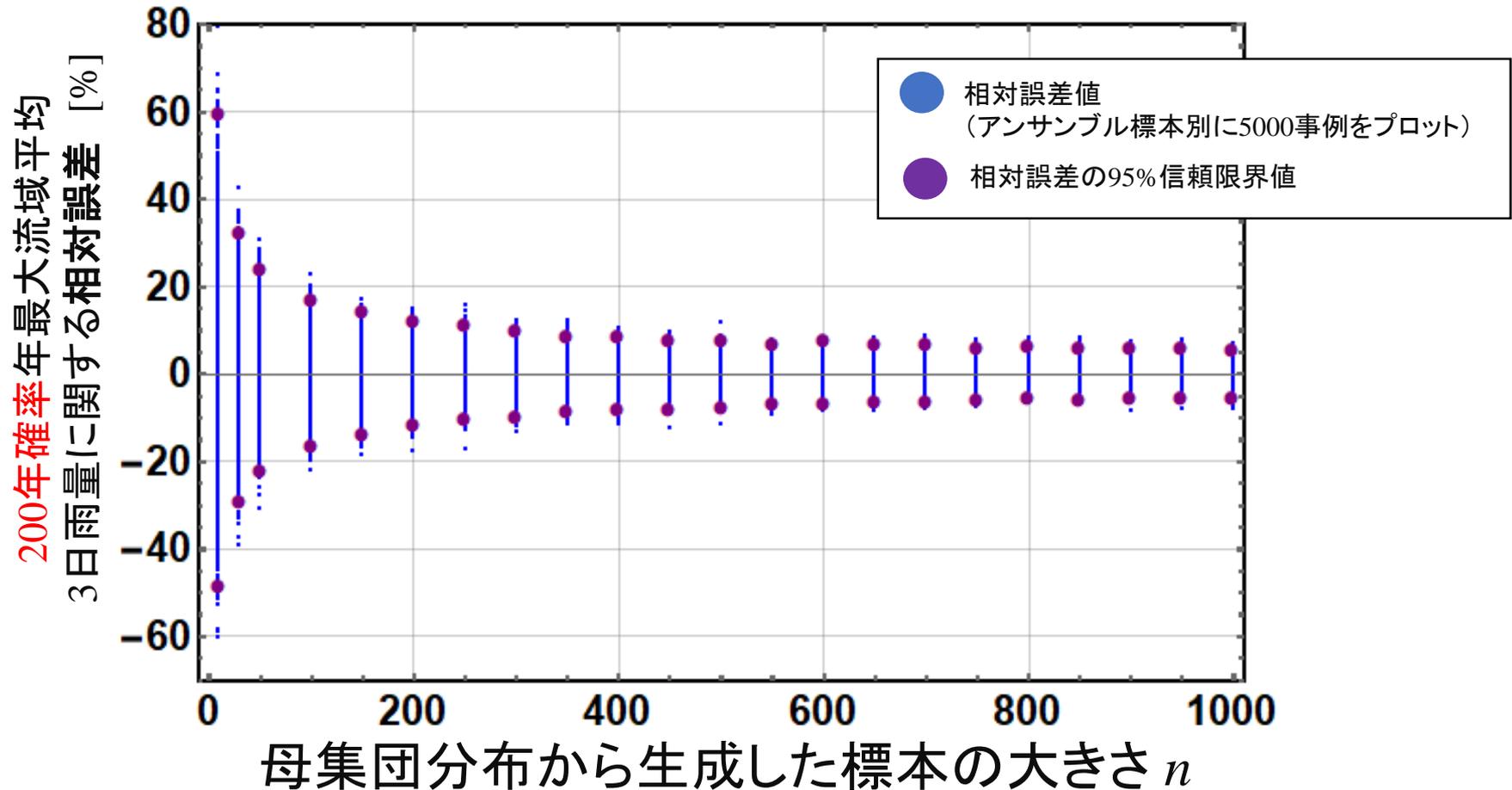
# 推定精度と標本サイズの関係 (200年確率)

観測値に当てはめたGumbel分布による200年確率年最大流域平均3日雨量(322.0 mm)を真値として扱う。そのGumbel分布から大きさ $n$ の標本を5000個生成。標本の大きさ別に、アンサンブル標本にGumbel分布を当てはめ、200年確率年最大流域平均3日雨量群を算出。下図は、各アンサンブル標本から算定した200年確率年最大流域平均3日雨量による相対誤差と標本の大きさの関係である。

$$\text{相対誤差} = (\text{真値} - \text{計算値}) / \text{真値} \times 100 [\%]$$

真値 = 観測値に当てはめたGumbel分布による200年確率年最大流域平均3日雨量

計算値 = モンテカルロ法で作成した標本に当てはめたGumbel分布による200年確率年最大流域平均3日雨量



# 従来の水文頻度解析の課題

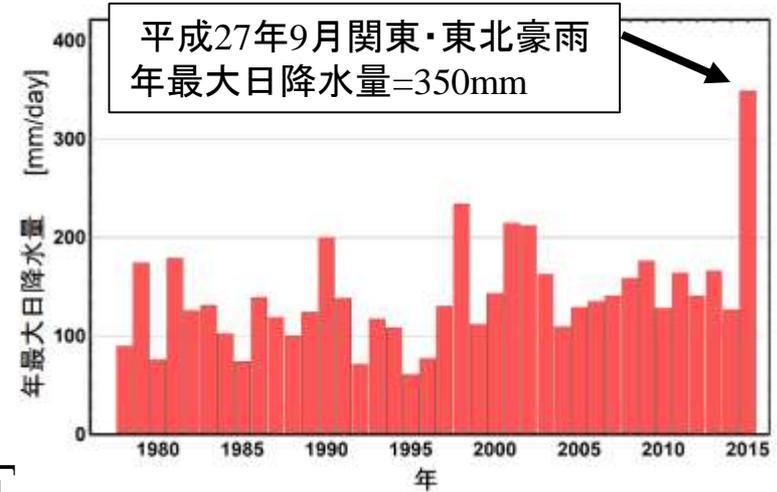
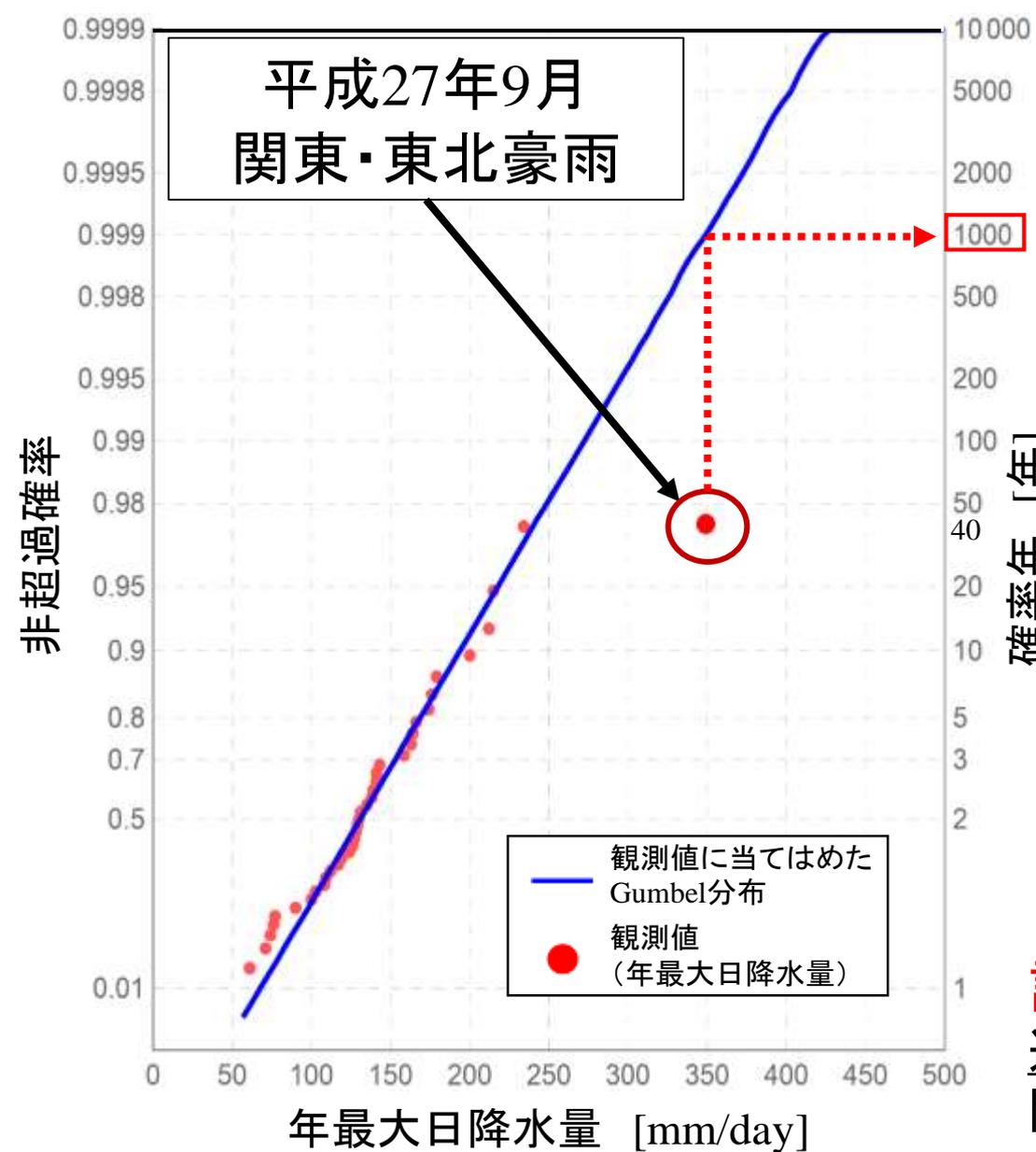


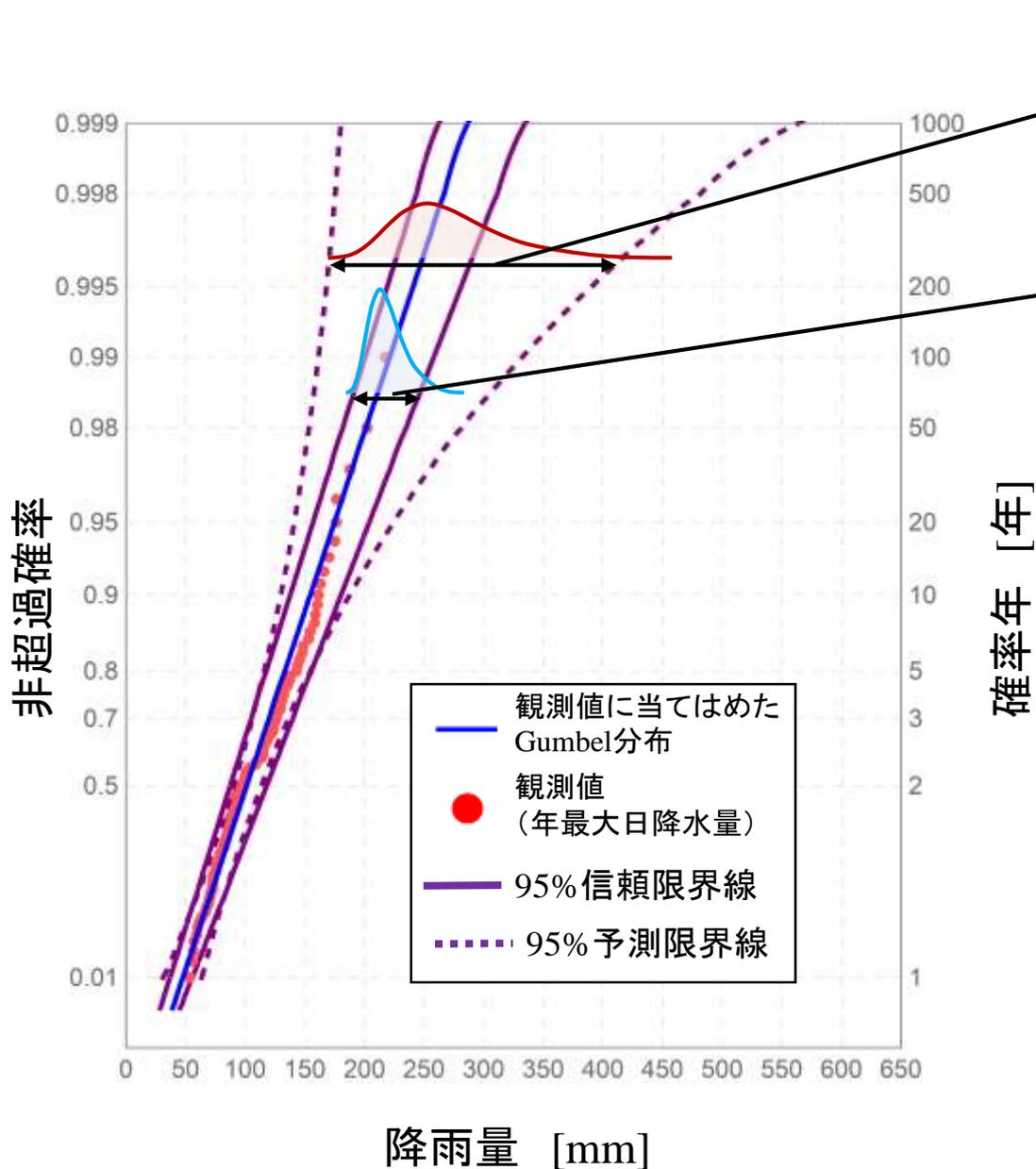
図 利根川水系五十里観測所における1957年から2015年に渡る38年間分の年最大日降水量の観測値時系列

従来の水文頻度解析では、  
**記録的豪雨の確率年は、  
数千年～数万年となる  
場合が多い。**



**計画確率年による評価が困難**  
適合度重視の従来手法の下では、  
関東・東北豪雨は、“想定外”として扱われる。

# 信頼区間と予測区間の概要



95% 予測区間  
(将来の観測値)

95% 信頼区間  
(観測値に当てはめた確率分布モデル)

信頼区間は、統計モデル(回帰直線, 確率分布モデル等)の振れ幅を表す。

※95%信頼区間: 100回観測を繰り返して、得られた100個の統計モデルのうち95個が存在する範囲。

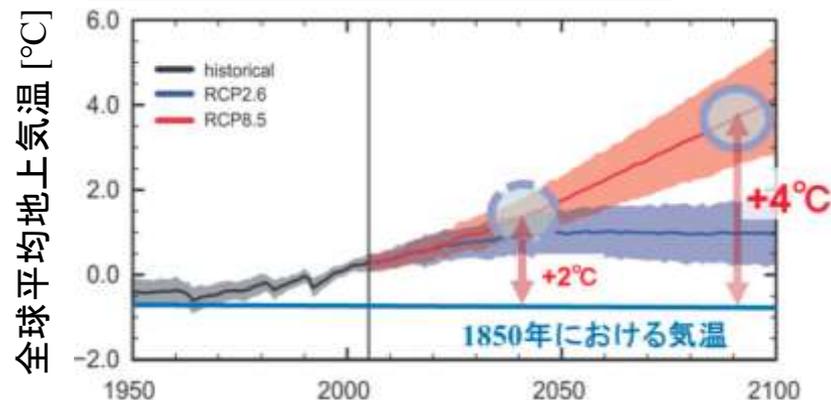
予測区間は、未来の観測値がとりうる値の範囲。

# d4PDFへの力学的ダウンスケーリングによる気候変動解析

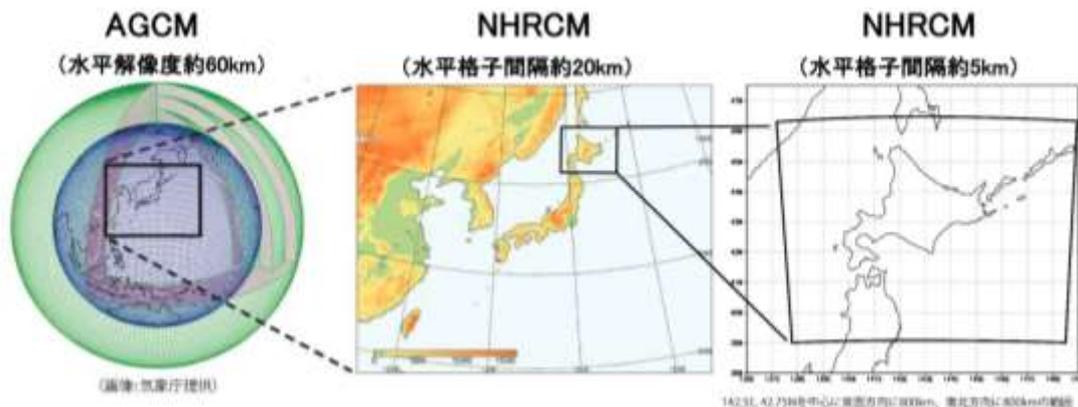
## 力学的ダウンスケーリング情報を用いる利点

- ・ 気候システムの自由度がもたらす極端現象の生起確率を推定可能となる。
- ・ (極端現象の生起リスクを確率分布として定量化可能)
- ・ 数十年間に渡る降雨観測で(たまたま)経験しなかった大雨を評価可能となる。

## 対象とする気候変動シナリオ



## 力学的ダウンスケーリングの実験デザイン



山田ら(e.g. 2018)は、d4PDF(20km)への力学的ダウンスケーリングを行い、北海道地方における気候変動解析を実施した。

【図面出典】北海道地方における気候変動予測(水分野)技術検討委員会, 資料

【論文出典】山田朋人, 星野剛ら: 北海道における気候変動に伴う洪水外力の変化, 河川技術論文集, 第24巻, pp.391-396, 2018.

## d4PDFが格納するデータの概要

### 過去実験(3,000年間分)

60年間分の  
計算期間

過去実験: 1951年~2010年



計算条件に与える50個の  
摂動パターン

50メンバー: 過去実験

### 将来実験: 2°C上昇実験(3,240年間分)・4°C上昇実験(5,400年間分)

60年間分の  
計算期間

4°C上昇実験: 2051年~2110年  
2°C上昇実験: 2031年~2090年



6種類の海面水温の  
将来変化  
パターン



計算条件に与える  
摂動パターン

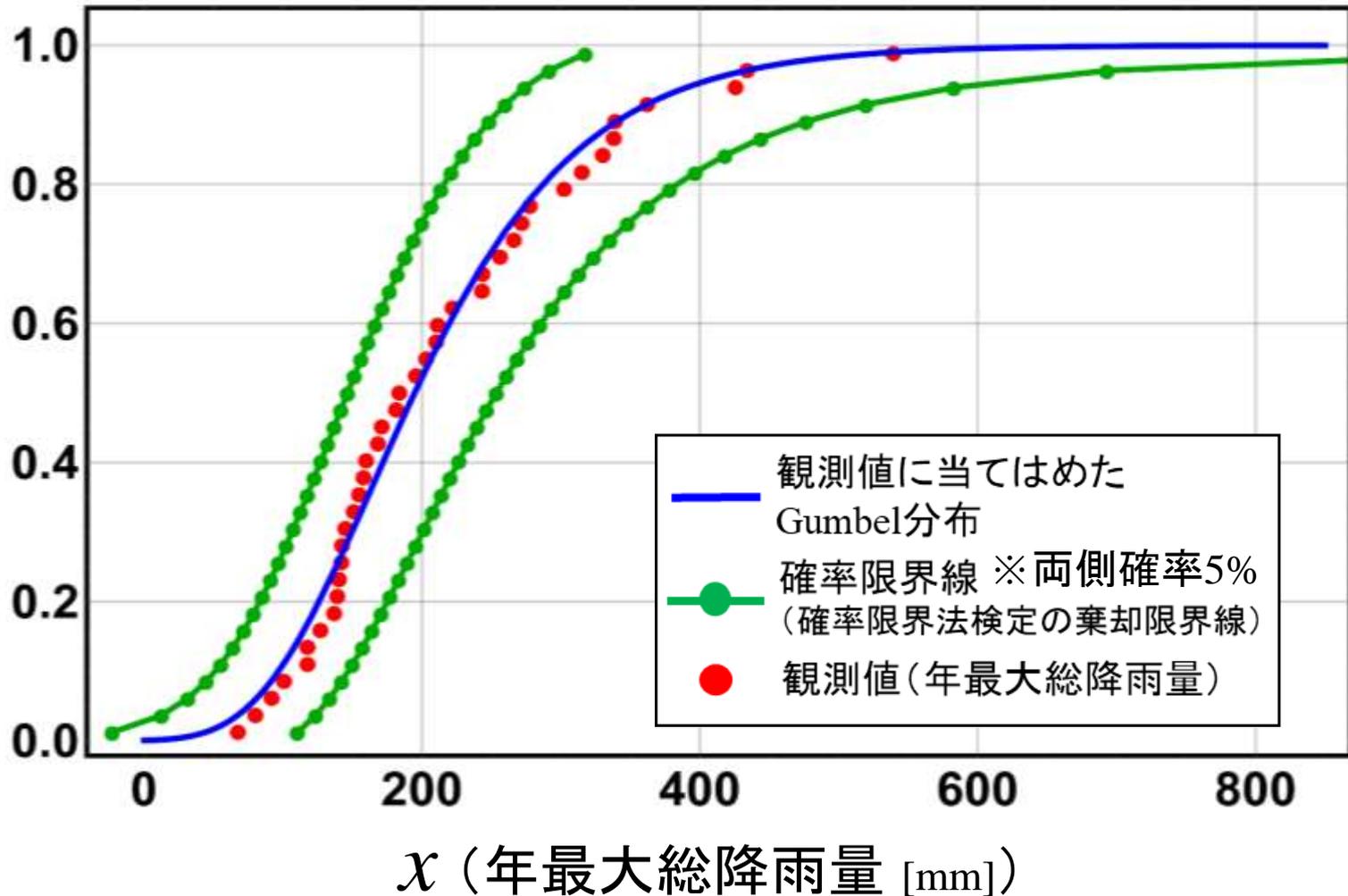
4°C上昇実験: 15個  
2°C上昇実験: 9個

# 仮説検定論の歴史 – 確率限界法検定 –

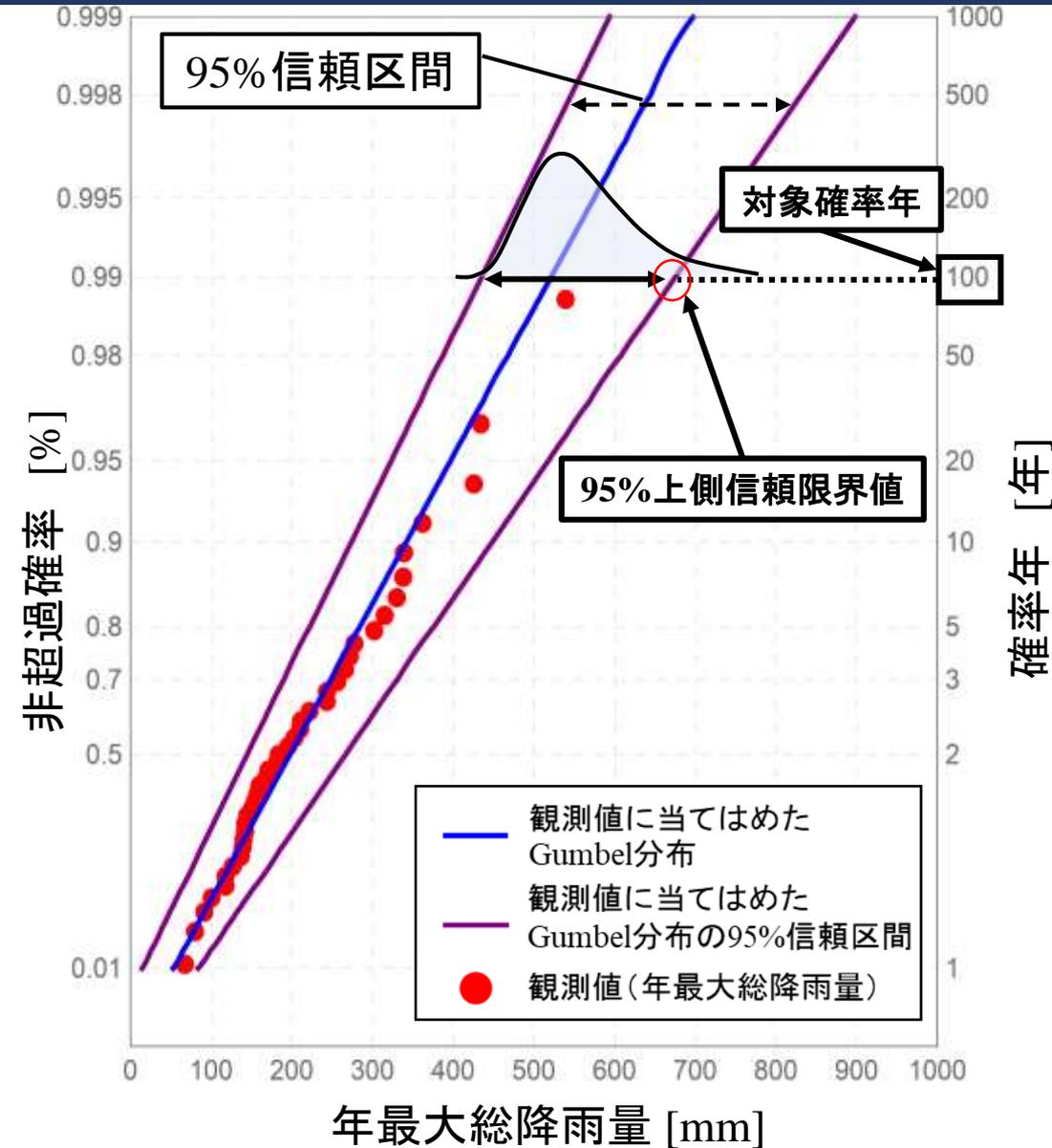
確率限界法検定は、Kolmogorov-Smirnov検定が有する“仮定した確率分布の両端部に対する検定力の低さ”を改善した検定理論として森口(1995)により提案された。

【出典】※森口繁一：確率表現関数の検定について—Kolmogorov-Smirnov検定を考え直す—，日本統計学会，第25巻，233-244，1995

$U$  (累積確率)



# 確率限界法検定に基づく信頼区間の水文頻度解析への導入



確率紙には、草木ダム流域における41年間分の年最大総降雨量の観測値およびこれら41個の観測値を当てはめたGumbel分布、確率限界法検定により導出した当該Gumbel分布の95%信頼区間を記入した。

$T$ 年確率規模相当の上側信頼限界値がもつ超過確率は、「対象確率年」と「信頼区間の超過確率」との積により求まる。

100年確率水文量の95%上側信頼限界値の超過確率

$$\frac{1}{100}$$

$$\times 2.5\%$$

対象確率年

片側確率(95%信頼区間)

$$= 2.5 \times 10^{-4} \quad (1/4千)$$

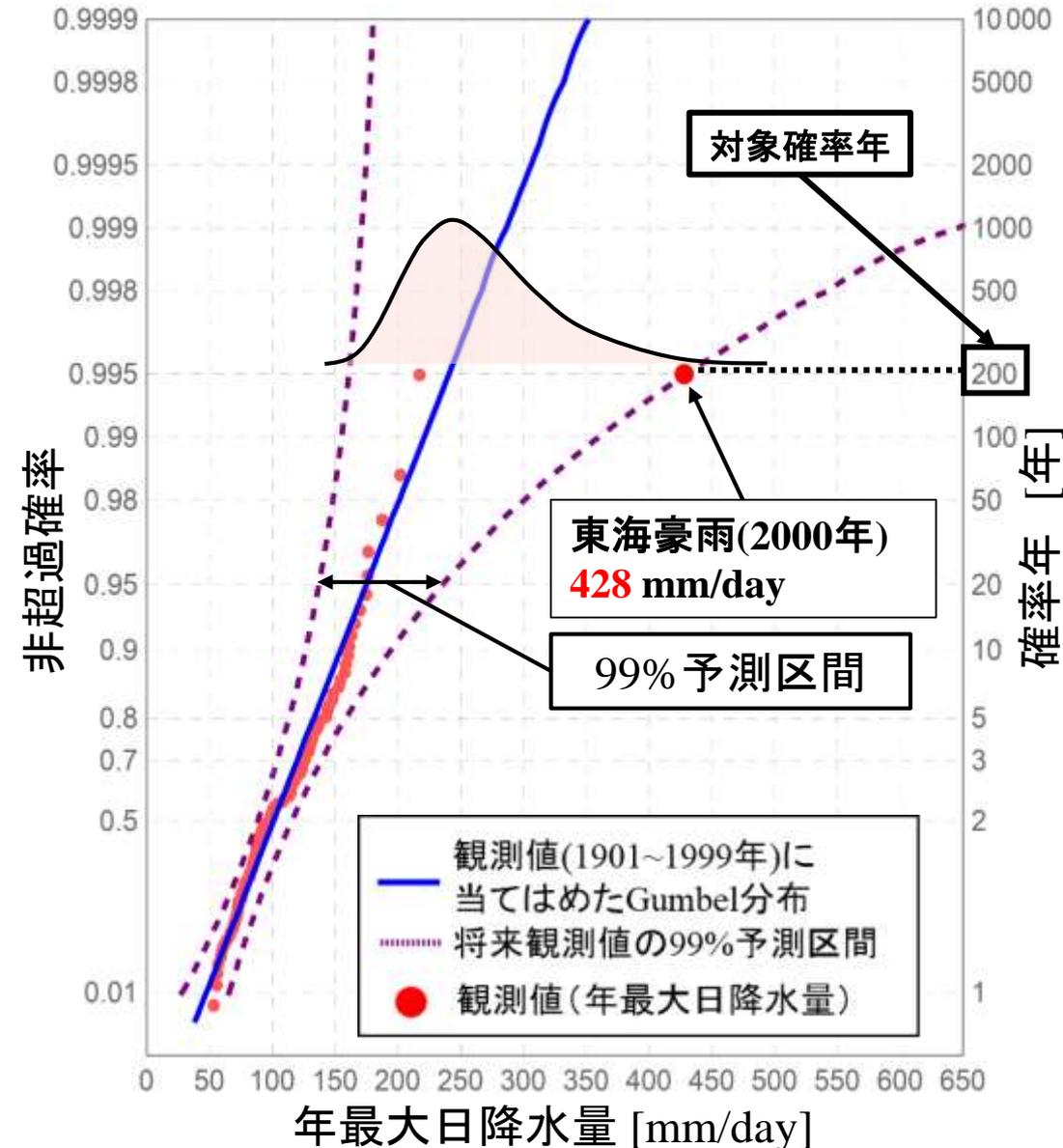
信頼区間の導入により、従来では考慮されなかった規模の豪雨が生起するリスクを算出することができる。



他のリスクとの相対評価が可能となる

- [ref.]交通事故で死亡：1/2万 [年/人]
- 飛行機死亡事故：1/50万 [年/人]
- 薬剤死亡リスク：1/200万 [年/人]

# 確率限界法検定に基づく予測区間の水文頻度解析への導入



$T$ 年確率規模相当の上側予測限界値がもつ超過確率は、「対象確率年」と「予測区間の片側確率」との積により求まる。

200年確率水文学量の99%上側予測限界値の超過確率

$$\frac{1}{200} \times 0.5\%$$

対象確率年

片側確率(99%予測区間)

$$= 2.5 \times 10^{-5} \text{ (1/4万)}$$



予測区間の導入により、将来期間における激甚豪雨の規模およびその生起リスクが算出可能となる。

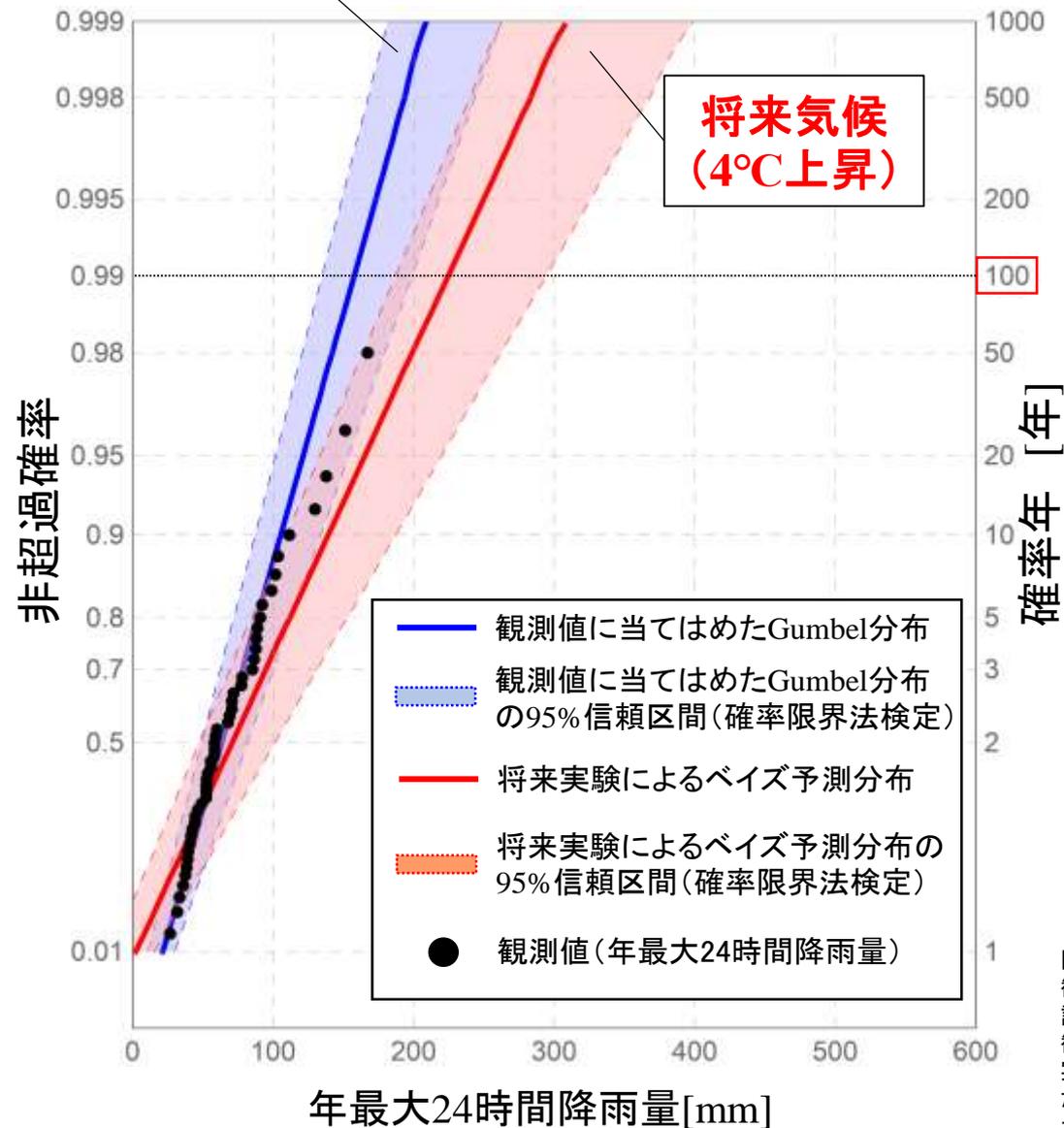
図 名古屋地方気象台における99年間分の年最大日降水量の観測値(1901年~1999年), これら99個の値に当てはめたGumbel分布および確率限界法検定による99%予測区間

# ベイズ理論に基づく信頼区間の将来変化

## 常呂川北見基準地点

過去気候(観測実績)

将来気候  
(4°C上昇)



有限なデータに基づき推定された計画降雨量値の不確実性が信頼区間という形で定量化され、その将来変化の推定が可能となった。

### 100年確率年最大24時間降雨量の95%信頼区間の将来変化

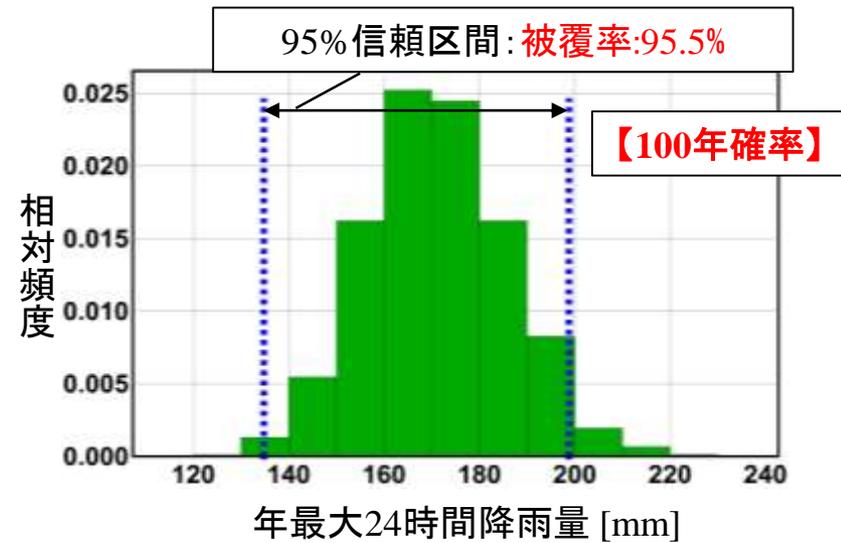
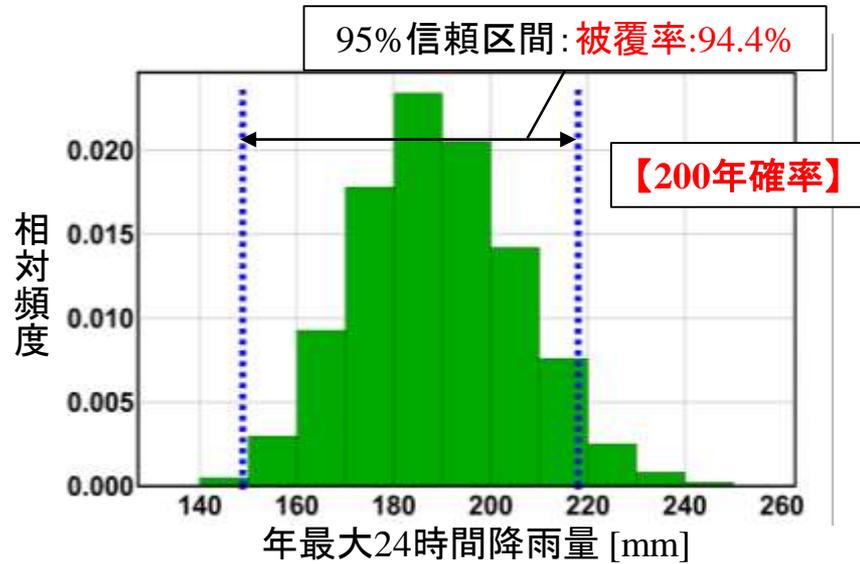
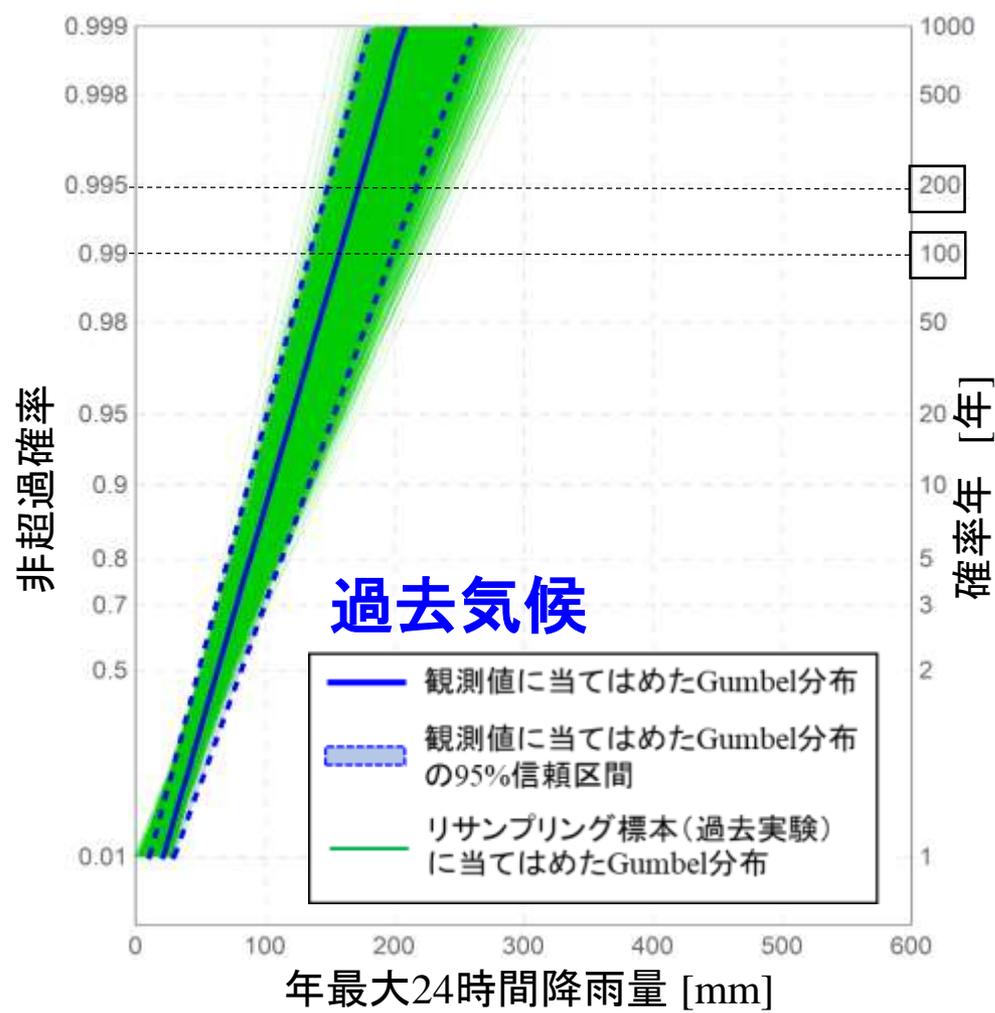
観測実績: 157.7mm  
将来気候: 224.6mm

95%上側信頼限界値(観測実績): 198.8mm  
95%上側信頼限界値(将来気候): 294.4mm

図 常呂川北見地点流域における24時間降雨量の観測値(黒点)。これらの観測値に当てはめたGumbel分布(青実線)および確率限界法検定に基づく当該Gumbel分布の95%信頼区間(青色で表示された範囲)とMCMC法に基づき観測値に当てはめたGumbel分布に力学的ダウンスケーリング適用後の将来実験結果を取り入れベイズ更新されたGumbel分布(解析用データに当てはめたGumbel分布の予測分布, 赤実線)、確率限界法検定に基づくベイズ更新された当該Gumbel分布の95%信頼区間(赤色で表示された範囲)

# d4PDF(5km, 過去実験)へのリサンプリングの適用による信頼区間の評価

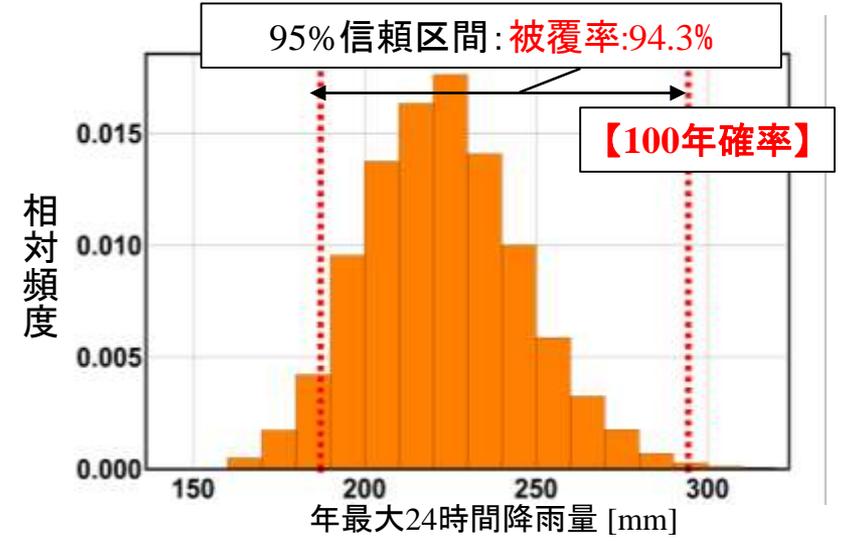
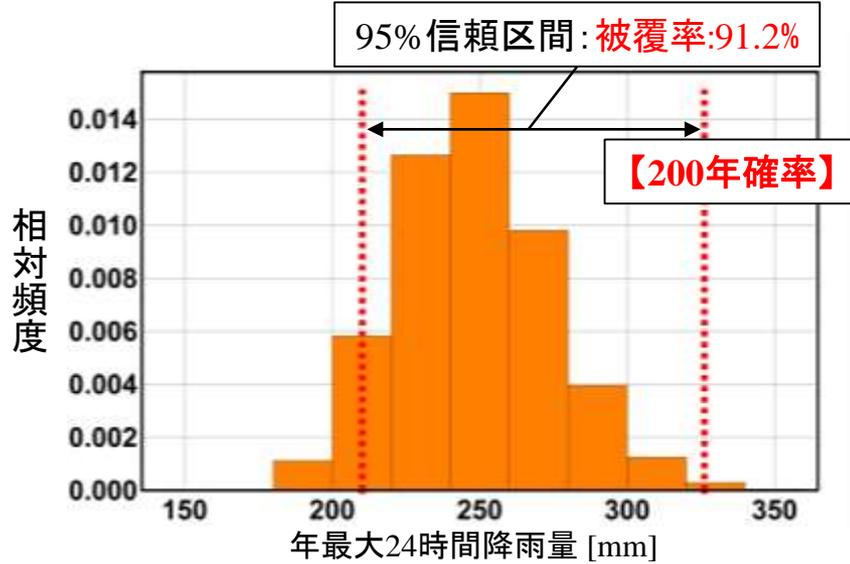
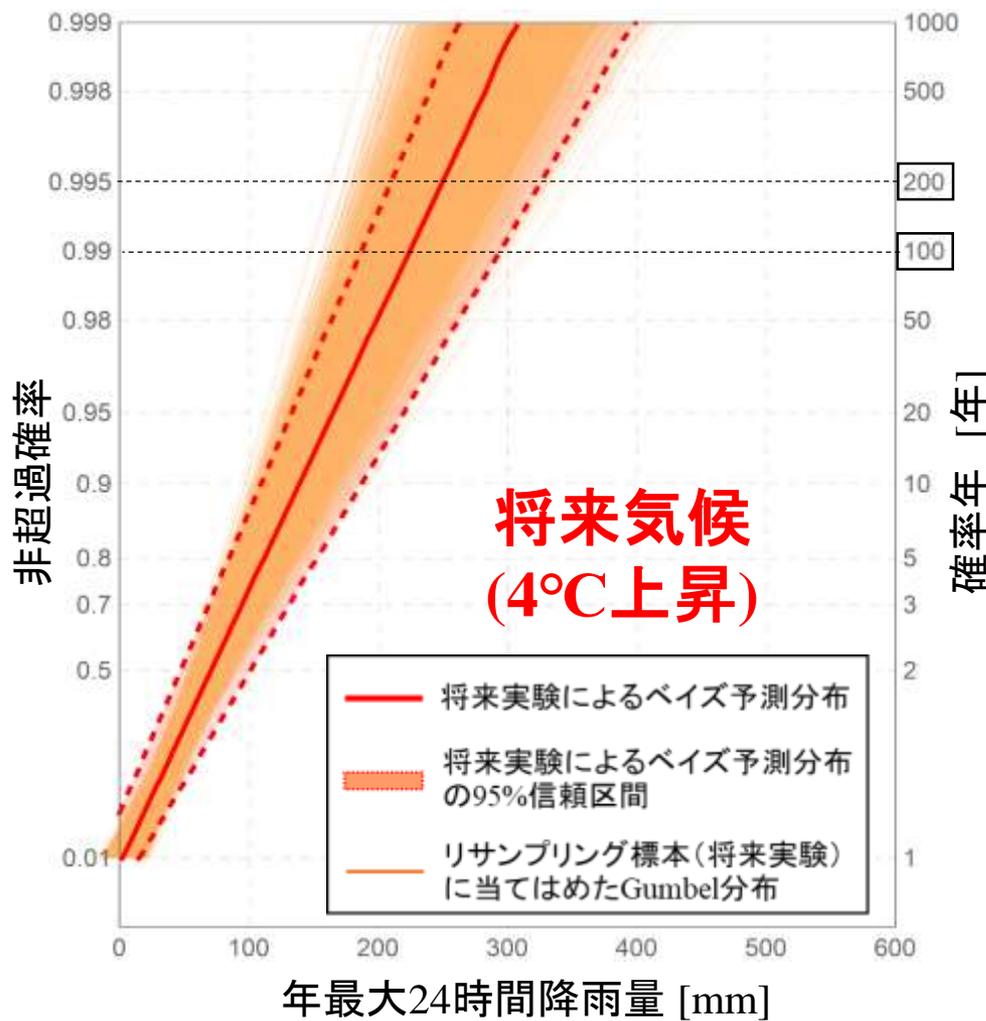
確率限界法検定に基づく信頼区間の精度を評価するために、過去実験結果へのリサンプリングの実施により得られる確率雨量の度数分布が信頼区間に含まれる割合(=被覆率)を算出する。



確率限界法検定に基づく信頼区間は、物理的モンテカルロ法による確率雨量の頻度分布に高い精度で適合している。

# d4PDF(5km, 将来実験)へのリサンプリングの適用による信頼区間の評価

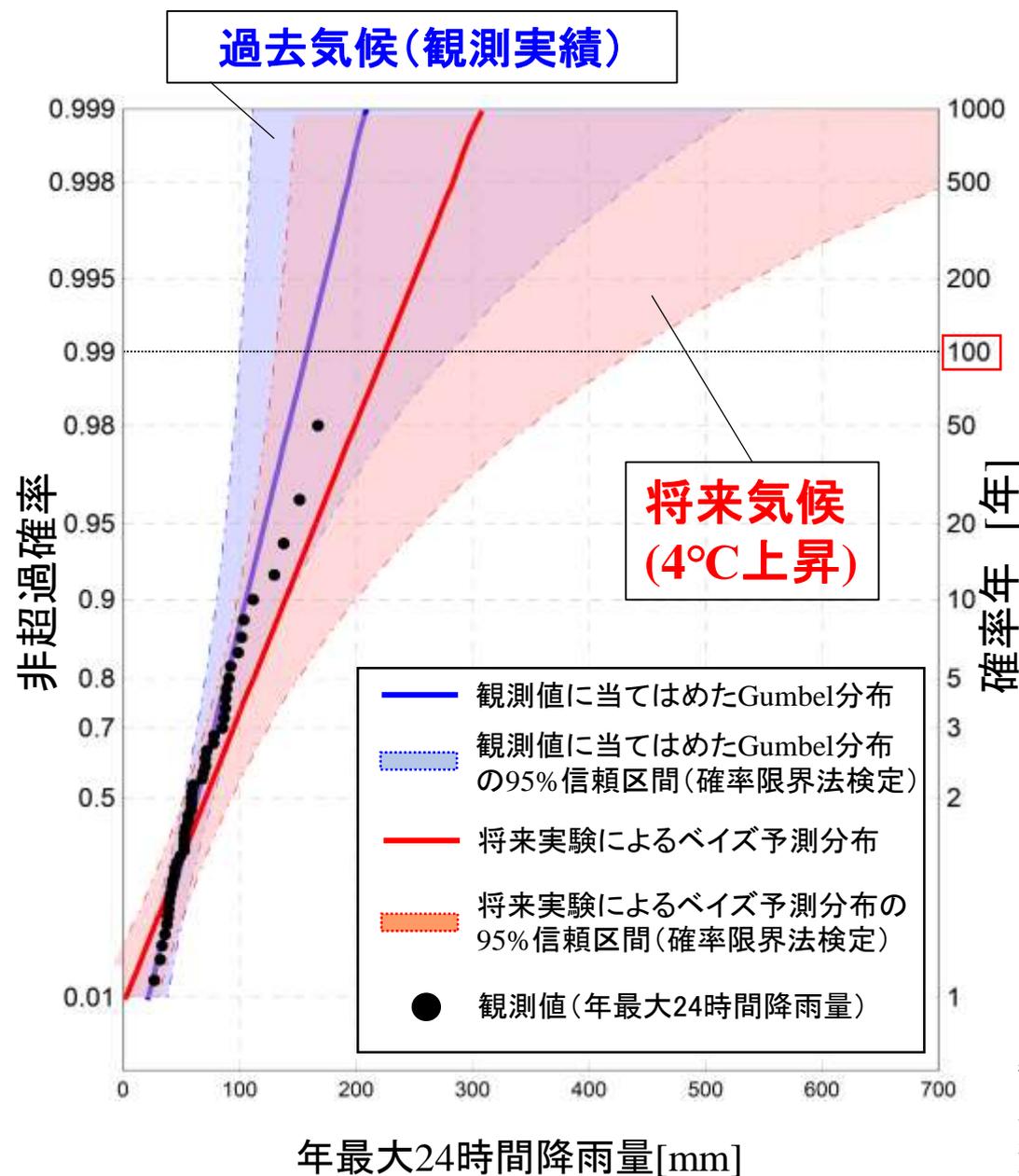
確率限界法検定に基づく信頼区間の精度を評価するために、将来実験結果へのリサンプリングの実施により得られる確率雨量の度数分布が信頼区間に含まれる割合(=被覆率)を算出する。



確率限界法検定に基づく信頼区間は、物理的モンテカルロ法による確率雨量の頻度分布に高い精度で適合している。

# ベイズ理論に基づく予測区間の将来変化

## 常呂川北見基準地点



予測区間の更新により、地球温暖化進行時における極値降雨量の規模ならびにその生起リスクが評価可能となる。

**100年確率年最大24時間降雨量の95%予測区間の将来変化**

観測実績: 157.7mm  
 将来気候: 224.6mm

95%上側予測限界値(観測実績): 280.7mm  
 95%上側予測限界値(将来気候): 437.9mm

図 常呂川北見地点流域における24時間降雨量の観測値(黒点), これらの観測値に当てはめたGumbel分布(青実線)および確率限界法検定に基づく当該Gumbel分布の95%予測区間(青色で表示された範囲)とMCMC法に基づき観測値に当てはめたGumbel分布に力学的ダウンスケーリング適用後の将来実験結果を取り入れベイズ更新されたGumbel分布(解析用データに当てはめたGumbel分布の予測分布, 赤実線), 確率限界法検定に基づくベイズ更新された当該Gumbel分布の95%予測区間(赤色で表示された範囲)

# 宇宙線ミュー粒子を使った土木構造物の 内部構造可視化の技術の開発

- ミュー粒子とは
- 土構造物の観測結果

# 宇宙線ミュー粒子を使った土木構造物の 内部構造可視化の技術の開発

- ミュー粒子とは
- 土構造物の観測結果

# 宇宙線ミュオン粒子（ミュオン）による探査

1955

1970

1995

2007

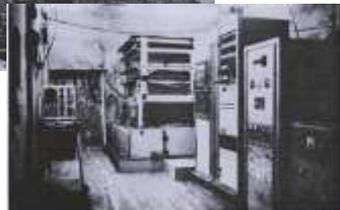
2017

## 導水路



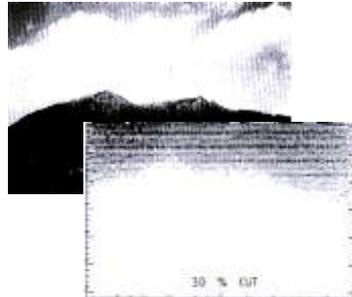
George (1955)

## ピラミッド



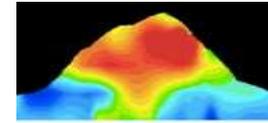
Alvarez et al. (1970)

## 筑波山



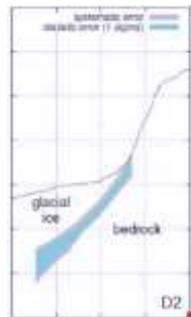
Nagamine et al. (1995)

## 昭和山



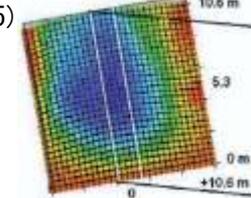
Tanaka et al. (2007)

## 氷河



Nishiyama et al. (2017)

## 溶鉱炉



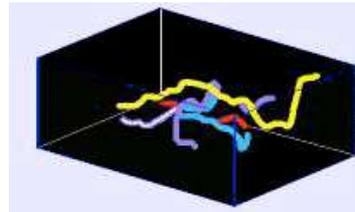
Nagamine et al. (2005)

## 断層調査



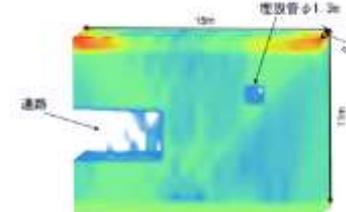
Tanaka et al. (2011)

## 地下鉄



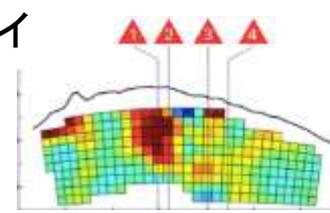
湊 (1992)

## 三次元トモグラフィ



鈴木 (2012)

## 火山内流体移動



Jourde et al. (2016)

# 宇宙線ミュー粒子

## 一次宇宙線：

宇宙を飛び交っている高エネルギーの放射線（主に陽子）。

## 二次宇宙線：

一次宇宙線が大気中の粒子と衝突して生じる様々な放射線（宇宙線シャワー）。

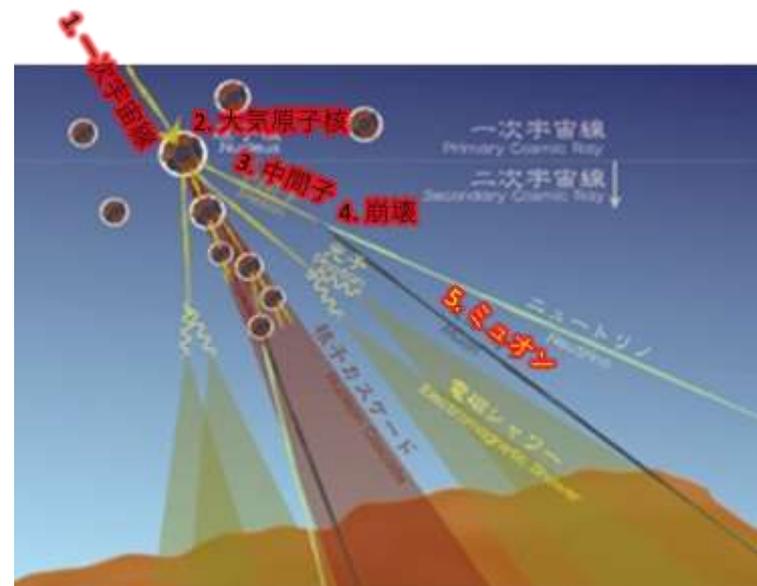
地表に降り注ぐ宇宙線のうち、高エネルギー成分のほとんどがミュー粒子。

ミュー粒子は電子などと同様の素粒子。

相互作用が少ないため物質中の透過力が大きい

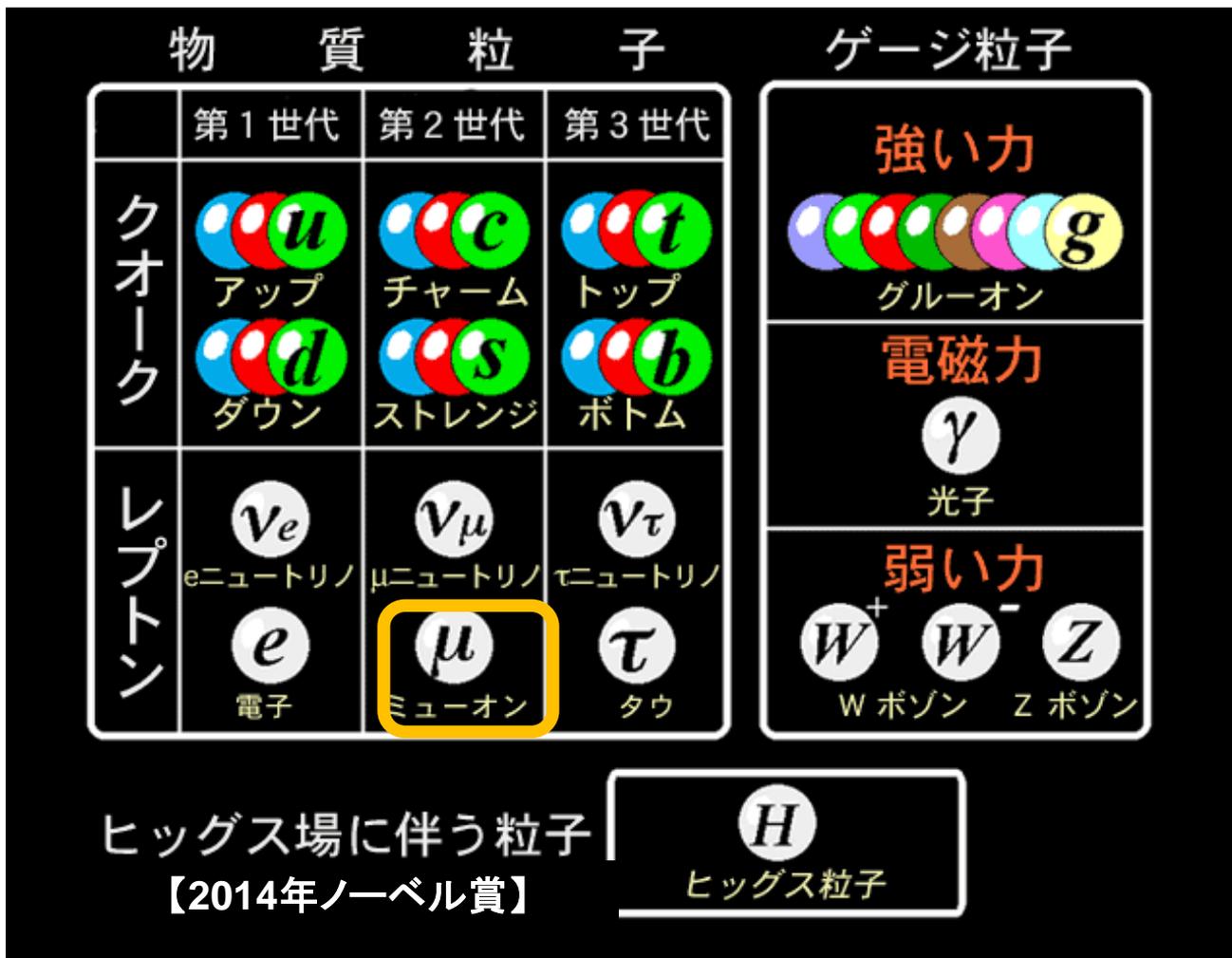
## 物質中での透過距離

粒子	透過距離(m)
電子・X線	数 m あるいはそれ以下
陽子・中性子・パイ中間子	10m 以下(不安定、検出困難)
ニュートリノ	地球規模(検出困難)
<b>ミュー粒子</b>	<b>100~1000m(検出容易)</b>



<http://www.icrr.u-tokyo.ac.jp/about/cosmicray.html> に加筆

# 素粒子の標準理論



高エネルギー加速器研究機構(2003)に加筆

ミュー粒子は電子の200倍の重さを持ち、寿命は約 $2\mu\text{s}$

# なぜミュー粒子を観測ができるのだろうか？

- ミュー粒子の寿命は $2\mu\text{s}$  ( $=2 \times 10^{-6}\text{s}$ ) .
- 光速 ( $3 \times 10^8\text{m/s}$ ) で移動しても600mしか進まない.
- 上空10,000m以上のところで発生したミュー粒子がなぜ地表まで到達するのか？



- 相対論的効果による時間の遅れがあるため.
- ミュー粒子と一緒に移動すれば寿命は $2\mu\text{s}$ だが, 地表で観測すると $146\mu\text{s}$ となる.
- これを距離に換算すると43,700mとなる.

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 145.7$$

$$\begin{aligned} \ell &= 145.7\mu\text{s} \times 299.77 \times 10^6 \text{m/s} \\ &= 43,700\text{m} \end{aligned}$$

$$c = 2.998 \times 10^8 \text{m/s}$$

$$v = 0.9999c = 2.9977 \times 10^8 \text{m/s}$$

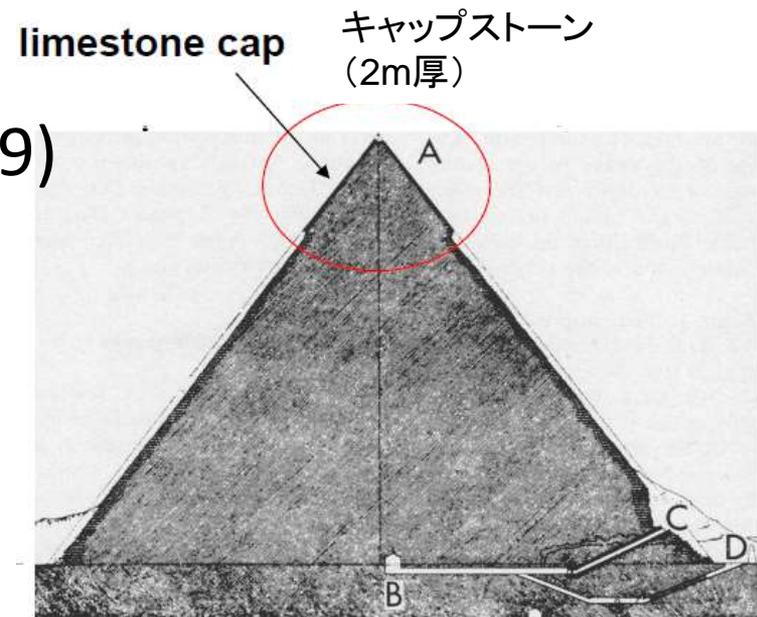
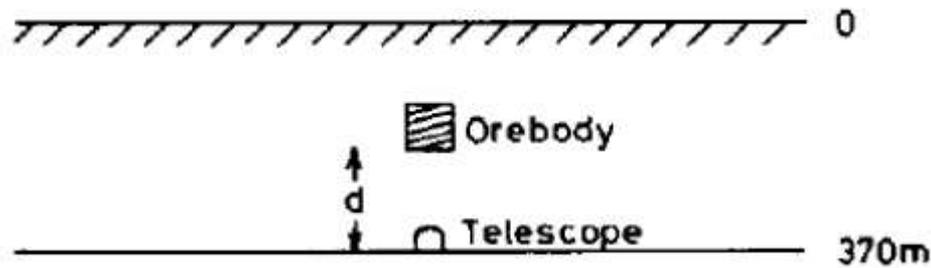
光速の99.99%

# これからの物理探査・地盤工学

- これまでは古典物理学（ニュートンの運動方程式とマックスウェルの電磁気学）で良かった。
- これからは現代物理学（量子論と相対論）も必要。
- 実際にGPS(GNSS)では既に一般相対性理論が使われている。

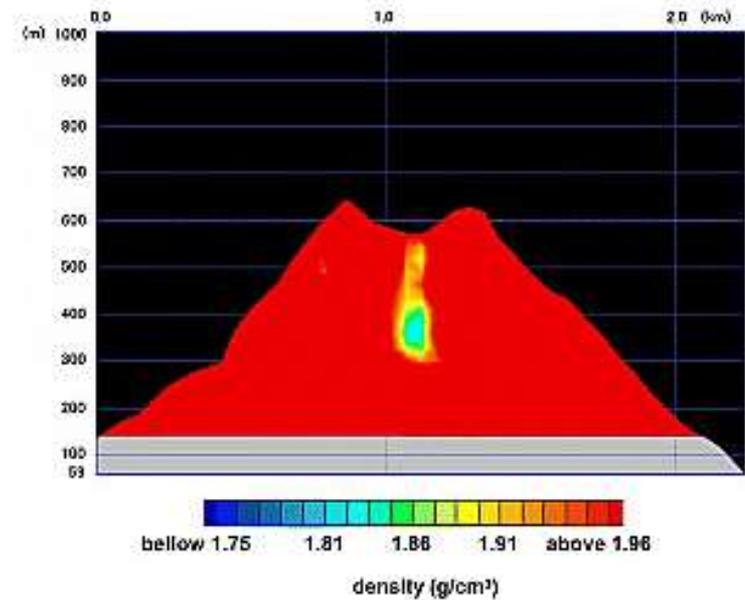
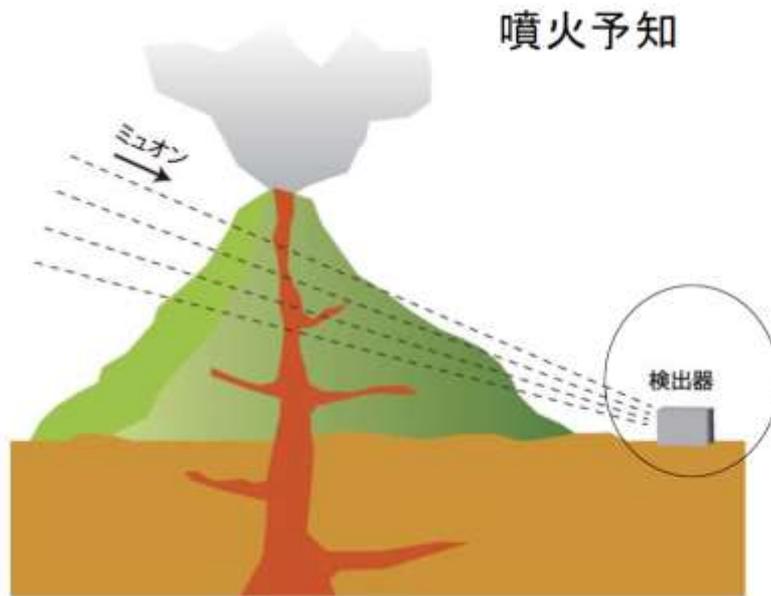
# 宇宙線ミュー粒子探査の歴史

- 1955年：坑道内部で岩盤密度を7%程度の精度で検出(George,1955)
- 1968年：ピラミッド内部で測定し，100mに対して2mの違いを検出(Alvarez et al., 1970)
- 1979年：鉱床を対象とした  
数値実験(Malmqvist et al., 1979)
- 1980~90年代：大型構造物  
を対象とした非破壊検査(湊)



# 火山のラジオグラフィティ

- 1995年ごろから成果が出始める



薩摩硫黄島

Tanaka *et al.*, 2009

# ミュー粒子の透過強度

物質名	粒子	透過距離(m)
鉄	ミュー粒子	100m 以上
	陽子・電子	0.1m
炭素	ミュー粒子	1000m 以上
	陽子・電子	0.5m
水	ミュー粒子	5000m 以上
	陽子・電子	1m

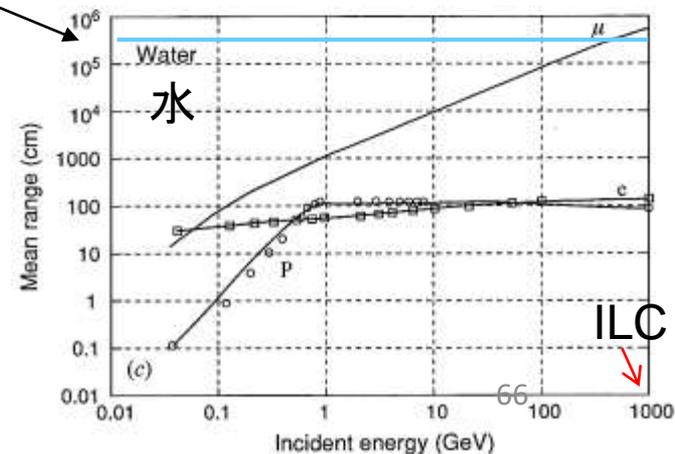
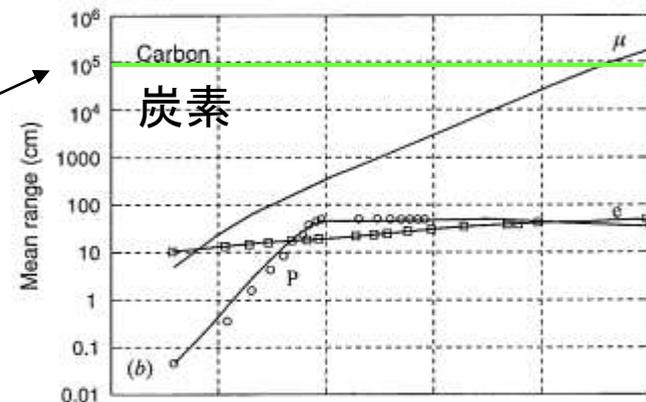
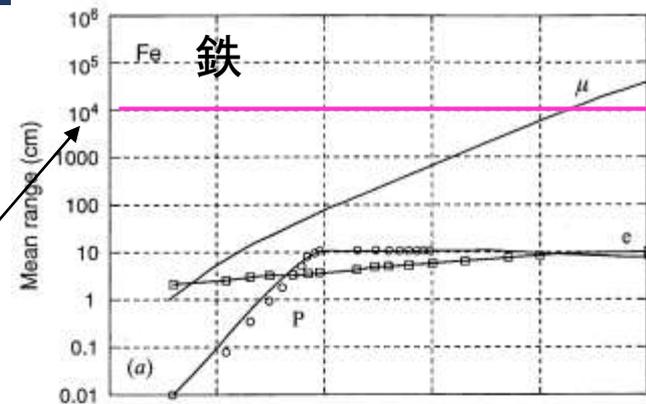
Nagamine(2003)より

- ミュー粒子は物質中でほとんど直進する

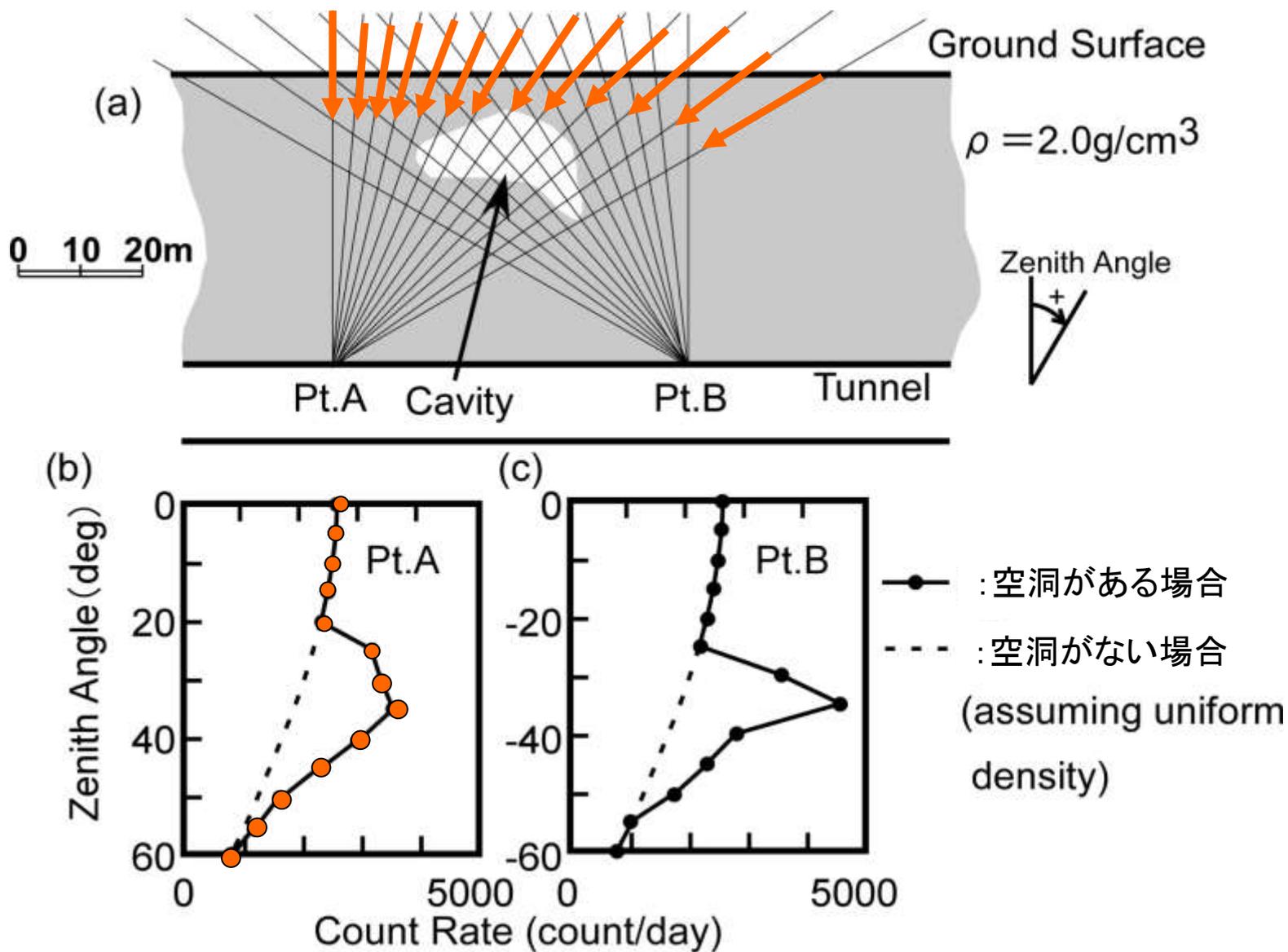
$\mu$ : ミュー粒子

e: 電子

P: 陽子



# ミュー粒子を用いた空洞探査の原理



# 宇宙線ミュー粒子を使った土木構造物の 内部構造可視化の技術の開発

- ミュー粒子とは
- 土構造物の観測結果

# 観測概要

## 観測現場

### ◆谷田川第一排水樋管

全長約80m

高さ2.3m,幅2.3m

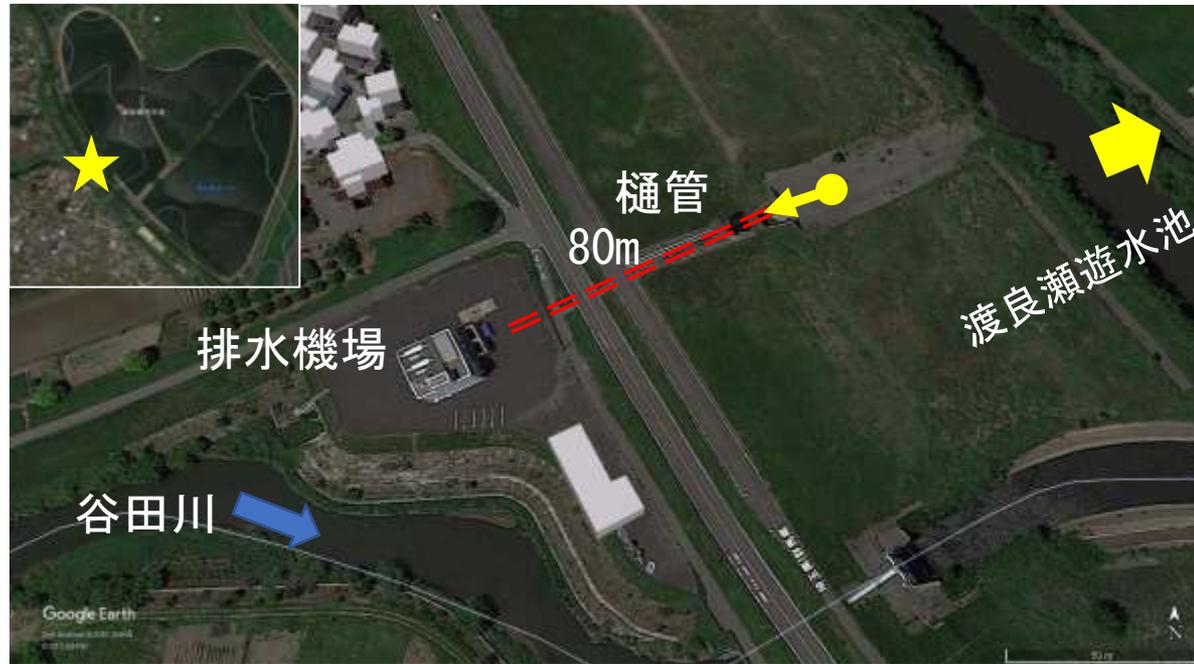
## 観測期間

### ◆2020/1/8～2020/2/14

冬場は非出水期であり  
観測に影響が出にくい

## 観測方法

- ・ ミュー粒子検出器を樋管内に設置
- ・ 一定時間経過ごとに、測点から測点へ検出器を移動させる

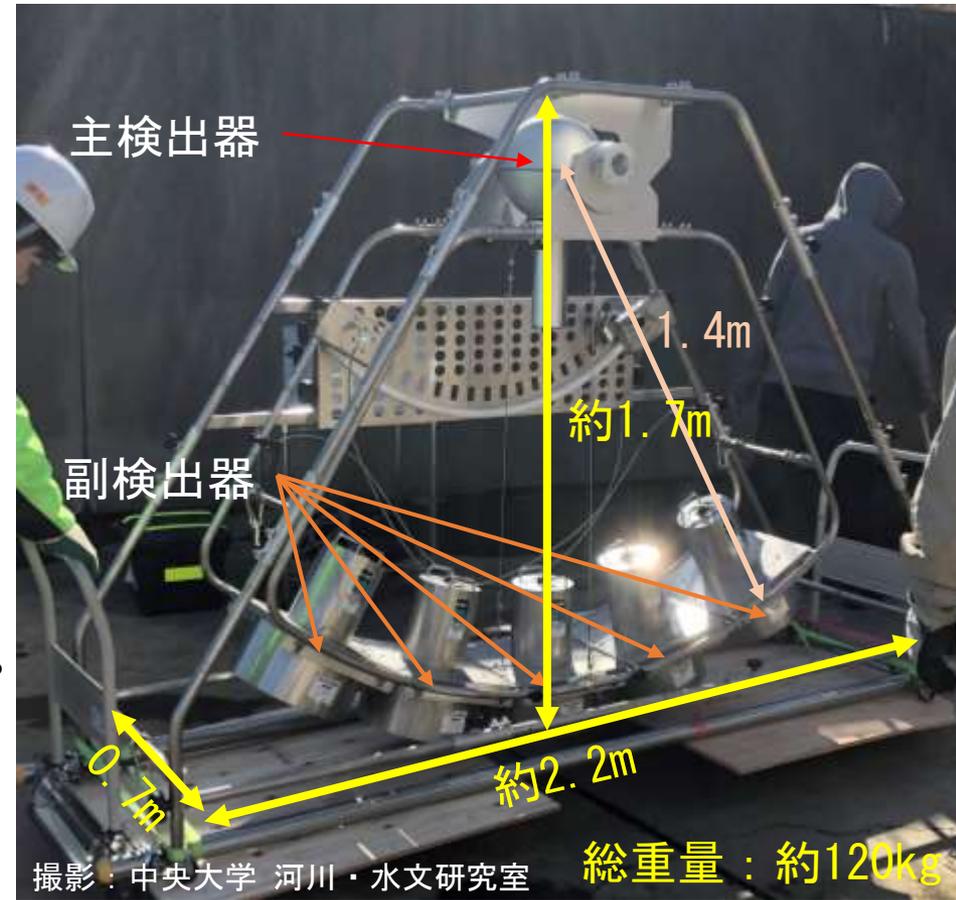


# 観測概要

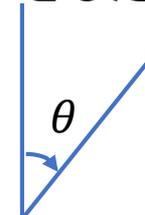
## 使用機器

### ◆マルチ検出器

- 主検出器と5つの副検出器で構成される
  - 主検出器と副検出器の距離：1.4m
  - 主検出器の直径：24.5cm
  - 副検出器の直径：24.5cm
  - 〃高さ：5cm
- 同時に5方向のミュー粒子を計測できる
- 副検出器はそれぞれ天頂角 \*30° , 15° 0° -15° , -30° 傾いている
- 主検出器と副検出器を同時に通過したミュー粒子のみを計測
- 主検出器は球形であるため、どの副検出器から見ても主検出器の断面積は同じ



\*天頂角：鉛直方向を0°としたときの角度



# ミュー粒子数と面密度の関係式

ミュー粒子フラックス  $I$  \*<sup>1</sup> と面密度  $h$  \*<sup>2</sup> の関係について、2つの実験式が提案されている

\*<sup>1</sup> 単位時間・単位面積・単位立体角あたりのミュー粒子数 [個/s/cm<sup>2</sup>/sr]

\*<sup>2</sup> 面密度 [hg/cm<sup>2</sup>] = 土被り [m] × 密度 [g/cm<sup>3</sup>]

## ◆ 湊の式<sup>1)</sup>

$$I_{(h,\theta)} = I_{00} \cos^n \theta \cdot e^{-h/\Lambda(h)}$$

$$\text{ただし, } \Lambda(h) = A + Bh + Ch^2$$

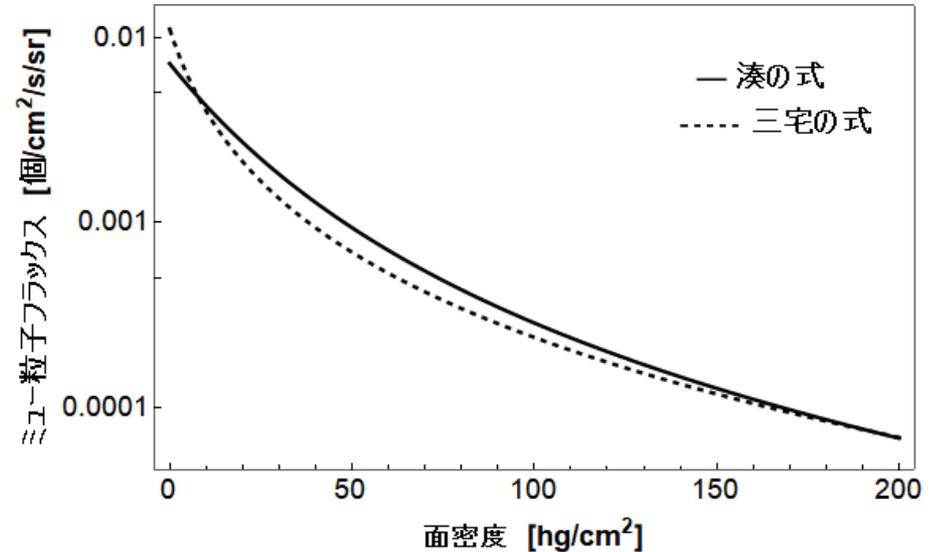
$$n = \alpha + \beta h$$

$$I_{00} = 0.00723 \text{ [}/\text{cm}^2/\text{s}/\text{sr}], A = 17.61 \text{ [cm}^2/\text{hg}],$$

$$B = 0.1404 \text{ [cm}^4/\text{hg}^2], C = -7.069 \times 10^{-5}$$

$$\text{[cm}^6/\text{hg}^4],$$

$$\alpha = 1.495, \beta = 0.002018 \text{ [cm}^2/\text{hg}]$$



## ◆ 三宅の式<sup>2)</sup>

$$I_{(h,\theta)} = \frac{A}{h + H} (h \sec \theta + a)^{-\alpha} \cdot \exp(-\beta h \sec \theta)$$

$$A=174 \text{ [}/\text{cm}^2/\text{s}/\text{sr}], H=400 \text{ [hg/ cm}^2],$$

$$\alpha=11 \text{ [hg/cm}^2], \alpha=1.53, \beta=8.0 \times 10^{-4}$$

$$\text{[cm}^2/\text{hg}]$$

- ・ 両式とも、角度と面密度に応じてフラックスが指数関数的に減少することを示している
- ・ 10hg/cm<sup>2</sup>以下の浅い地下では湊の式の方が、それより深い地下では三宅の式の方がよく合うとされる<sup>3)</sup>



**本研究では湊の式を採用**

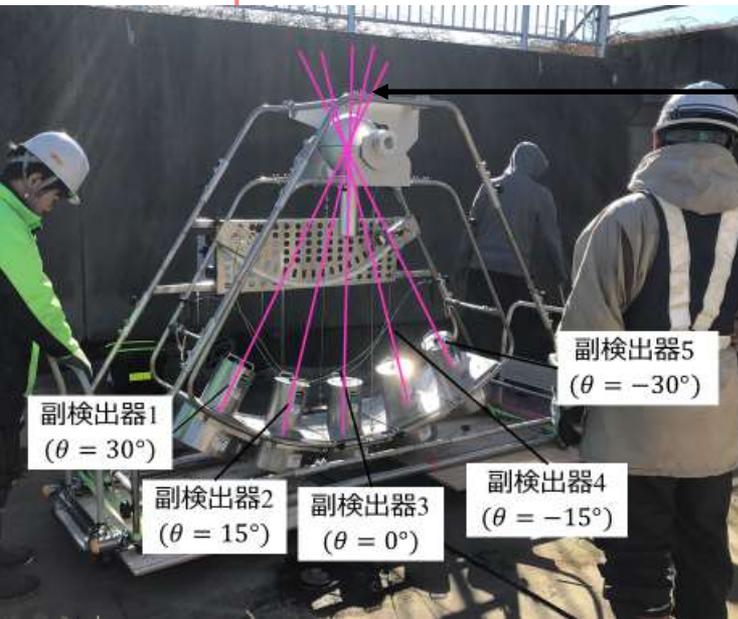
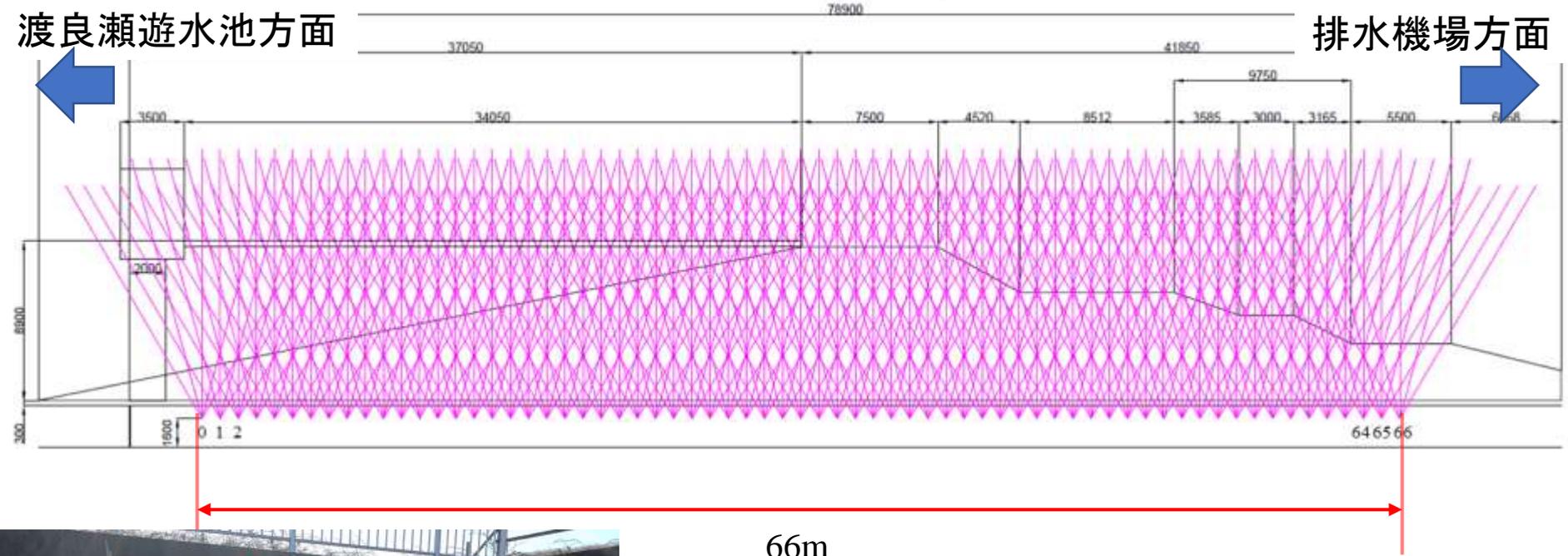
1) 湊進(1992), 宇宙線透視像, 放射線, 第19巻, 第1号, pp.49-56

2) 三宅三郎(1979), 地下深部における宇宙線研究, 日本物理学会誌, 第34巻, 第4号, pp.292-301

3) 鈴木敬一, 金沢淳(2012): 宇宙線ミュー粒子を利用した探査技術の応用地質分野への適用, 応用地質学会誌, 第57巻, 第6号, pp.266-276

# 観測概要

## 観測測点と波線



波線…主検出器と副検出器の中心同士を通る直線  
副検出器は5つあるため、1つの測点に5本の波線がある

観測区間	66m
測点間隔	1.0m
測点数	67点 (0番~66番)
計測時間	偶数測点 : 8時間 奇数測点 : 15時間

# トモグラフィ解析による密度分布の可視化

★堤防の密度分布を可視化するために、トモグラフィ解析を行った

トモグラフィ…逆解析技術のひとつ。

その多くは、対象領域を取り囲む形で走査線(線源と検出器)を配置し、対象の内部の物性の分布を調べる技術

→ ミュオントモグラフィでは密度

例. CT (コンピュータ断層撮影)  
Computed Tomography



X線を照射，体を通じた後，検出器を通る照射したX線量と検出したX線量の差から，X線吸収率を求める

# 解析結果

## トモグラフィ解析結果

計算条件

グリッドの大きさ : 1m×1m  
初期値 $X_0$  → 空気密度 : 0.0 [g/cm<sup>3</sup>]  
地盤密度 : 1.6 [g/cm<sup>3</sup>]

密度 [g/cm<sup>3</sup>]

1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9

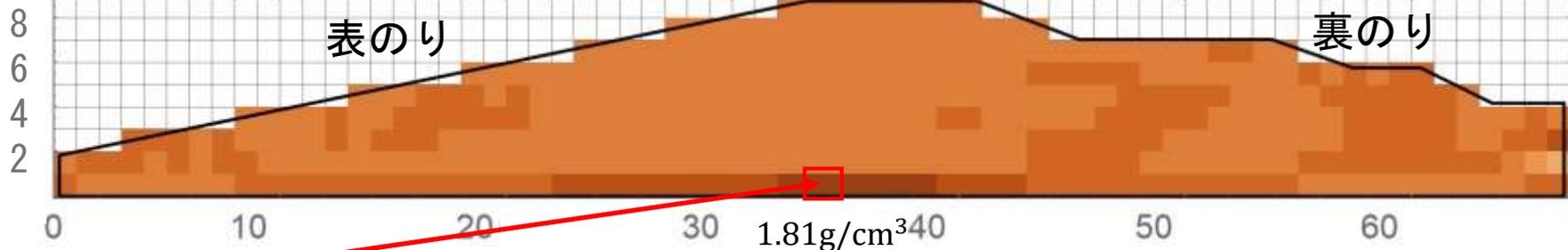
渡良瀬遊水池方面

排水機場方面

天端

表のり

裏のり



堤防地盤70cm

1m

コンクリート30cm

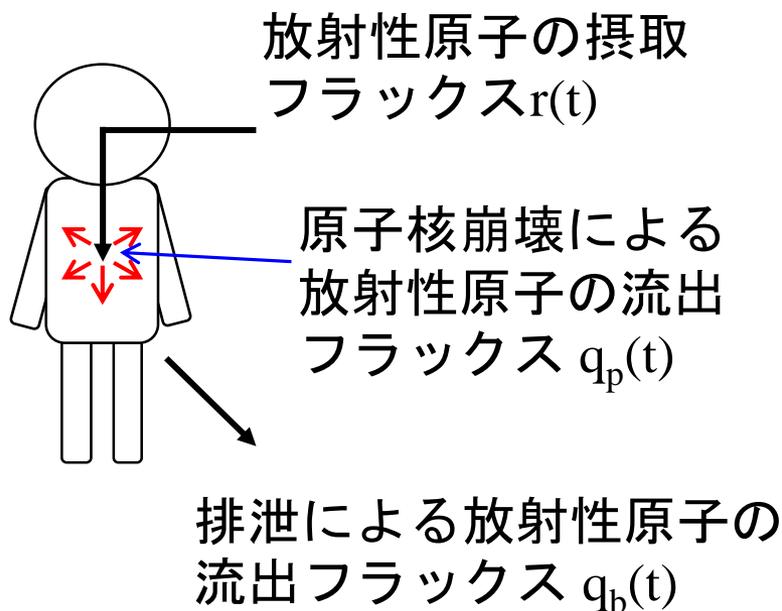
1m

- ・ このセルの70%が地盤, 30%がコンクリートだと仮定して平均密度を計算する  
コンクリートの密度を2.3g/cm<sup>3</sup> (道路橋示方書参照) とするとセルの平均密度は  
$$2.3 \text{ [g/cm}^3\text{]} \times 0.3 + 1.6 \text{ [g/cm}^3\text{]} \times 0.7 = 1.81 \text{ [g/cm}^3\text{]}$$

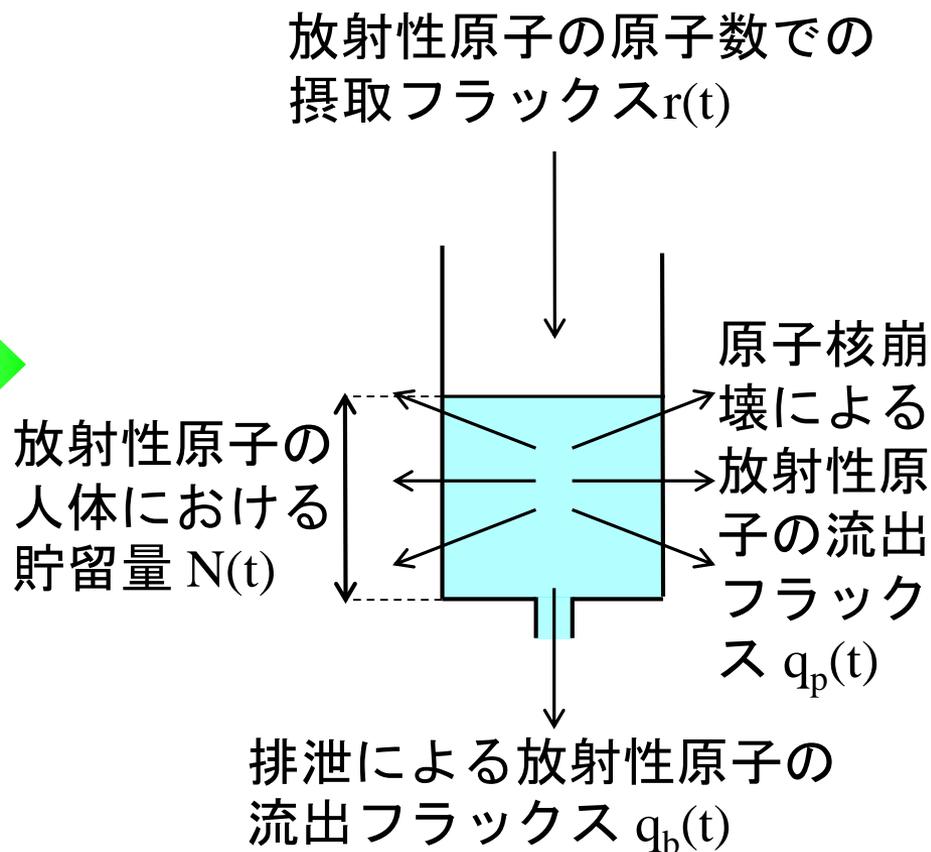
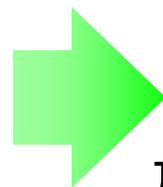
解析結果の値と合う → 密度の大きい部分はコンクリートと思われる

# 水文学的アプローチによる 内部被ばく量計算法

# どうやって簡単に内部被ばくを計算する？



摂取, 流出フラックスの次元は  
[個/単位時間]  
貯留量  $N(t)$  の次元は [個, 無次元]



放射性原子の実効的流出フラックス  
 $q_e(t) = q_p(t) + q_b(t)$

人体を単一のタンクとみなし, 水文学の流出解析で広く用いられている水文学的集中化法によって人体における放射性同位体の数を計算する.

# これまでにどういう研究があったのか？

## 国際放射線防護委員会(ICRP)による先行研究

この方法が内部被ばくを計算する標準的な手法として広く使われている



人体を忠実に再現した数理モデル(左図)によって内部被ばくを計算する。

例えば、腸管で吸収された放射性同位体が血流によって運ばれた肝臓で原子核崩壊した時に、放射線が肝臓に与える線量を、モンテカルロシミュレーションによって計算機で求める。

⇒ 分布型モデルに相当、複数の臓器でやるととても複雑な計算になる！



現実に即した精巧な方法で正確な線量を計算するには便利。しかし、あまりにも複雑で放射線医学の専門家以外が全体像を理解するのは難しい。  
放射線防護の目的なら全身で受ける線量が知りたい。

# 放射性同位体の連続式

使う方程式は放射性同位元素の連続の方程式

$$\begin{aligned}\frac{dN(t)}{dt} &= r(t) - q_e(t) \\ &= r(t) - q_p(t) - q_b(t)\end{aligned}$$

流出量  $q(t)$  がどうなってるか？

まずは原子核崩壊による物理的流出を考える

# 原子核崩壊とは？

重くて不安定な元素が放射線を発して

軽くて安定した元素になる現象

⇒ 軽くなった質量分のエネルギーが放射線として  
発せられる

## 原子核崩壊の種類

- ・  $\alpha$  崩壊： ヘリウム粒子
  - ・  $\beta$  崩壊： 電子， ニュートリノ
  - ・  $\gamma$  崩壊： 電磁波
  - ・ 電子捕獲： 電磁波
  - ・ 内部転換： 電子
- など， 多くの種類がある

# 原子核崩壊とは？

2種類の原子核崩壊について議論する.

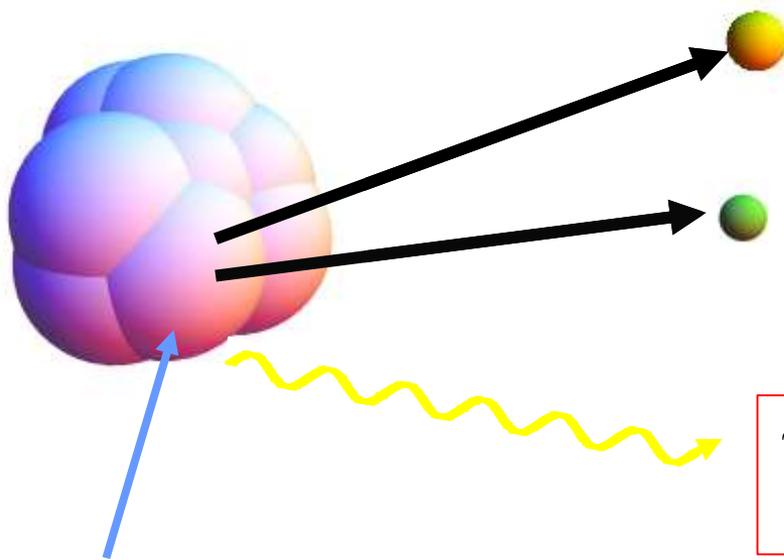
⇒ 福島第一原発事故の後，発電所の近辺で観測されている放射性同位元素はこの二種類の原子核崩壊をする同位体だから（cf: セシウム137, セシウム134）

- ・  $\beta$  崩壊： 電子， ニュートリノ
- ・  $\gamma$  崩壊： 電磁波

# $\beta$ 崩壊

重くて不安定な中性子が軽くて安定した陽子になり，放射線として $\beta$ 線(電子)とニュートリノを発するタイプの原子核崩壊

核子：陽子と中性子



$\beta$  線 ( $e^-$ , 電子)：電荷-1で質量を持つ  
ヒトの遺伝子にダメージを与える

ニュートリノ ( $\nu$ )：透過力が非常に高く  
ヒトの身体は通り抜けてしまう

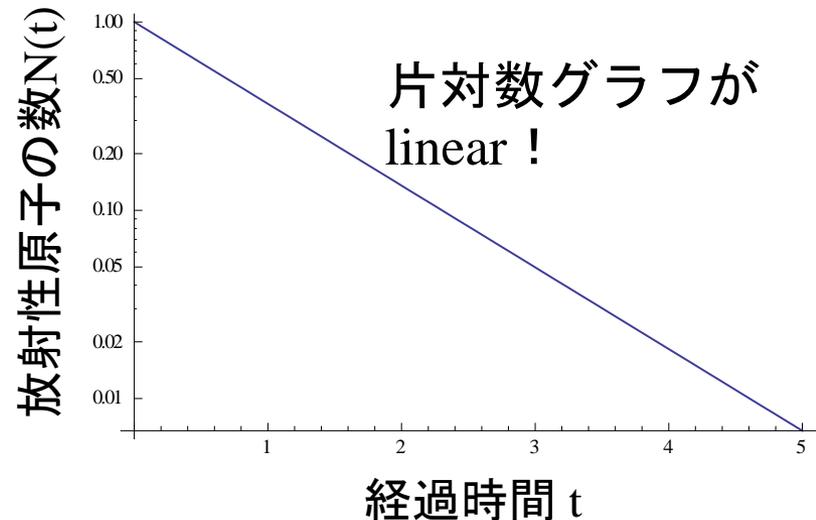
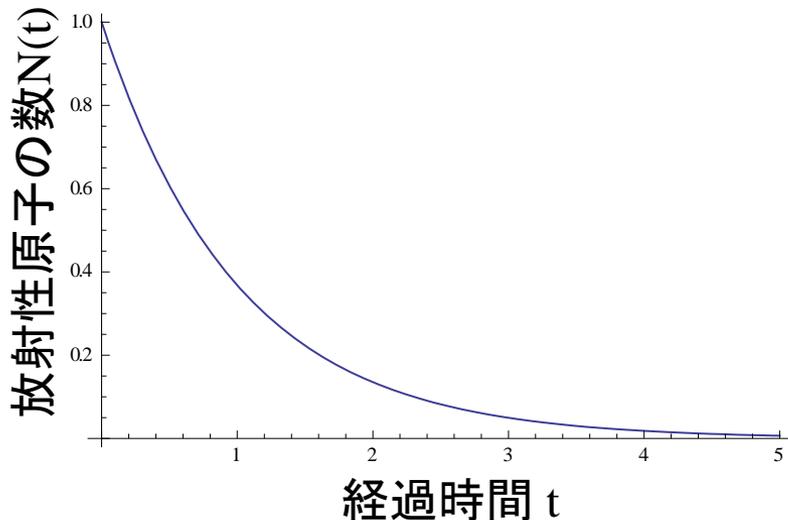
$\gamma$  線 (電磁波)：電荷と質量を持たない  
おおよそ半分が人体に吸収される

1個の中性子が陽子になる

# 放射性同位体の数の減衰

- 放射性同位体は原子核崩壊によって指数関数的に減少する
- 実験, 理論の両面からわかっている

$$N(t) = N_0 e^{-\alpha_p t} \quad \text{初期条件: } N(0)=N_0, \text{ 減衰係数 } \alpha_p \text{ は核種にのみ依存}$$



原子核崩壊による放射線同位体の個数  $N(t)$  の単位時間あたりの減少量(原子核崩壊の回数)は, 放射性同位体の個数  $N(t)$  に比例

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\alpha_p N(t) = -q_p(t)$$

## 半減期：物質の量が半分に減るまでの時間

1. 物理学的半減期： $T_p$   
原子核崩壊によって半分に減るまでの時間  
(実験的に決まっている)
2. 生物学的半減期： $T_b$   
排泄，代謝によって体内で半分に減るまでの時間  
(計測によって決められている)
3. 実効半減期： $T_e$   
両方の効果によって体内で半分に減るまでの時間

# 半減期と減衰係数の関係

- 半減期 $T_p$ は半分に減るまでの時間
  - 定義通りに計算すれば両者の関係がわかる

$$N(T_p) = N_0 e^{-\alpha_p T_p} = \frac{1}{2} N_0 \quad \text{より} \quad \alpha_p = \frac{\ln 2}{T_p}$$

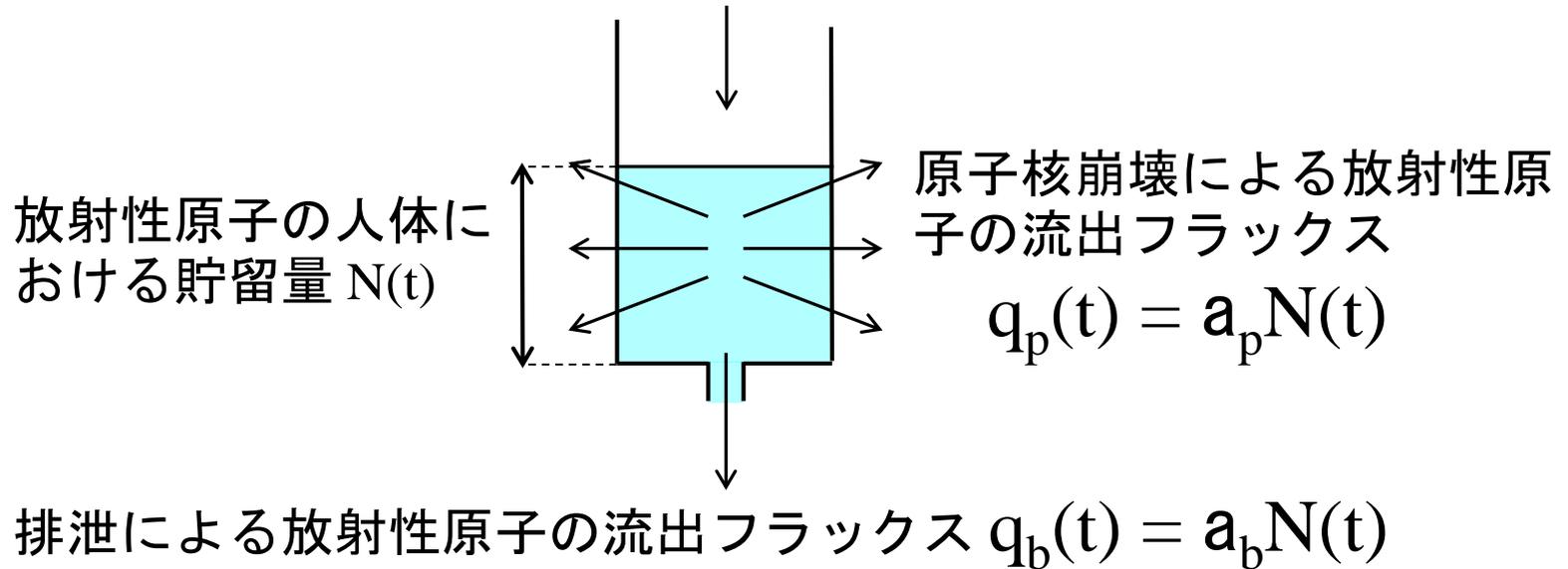
- 生物学的半減期 $T_b$ と実効半減期 $T_e$ も物理学的半減期 $T_p$ と同様

$$\alpha_b = \frac{\ln 2}{T_b} \quad \alpha_e = \frac{\ln 2}{T_e}$$

これらの関係は大事な  
ので繰り返し使う

# 流量フラックスと貯留量の関係

放射性原子の原子数での  
摂取フラックス $r(t)$



放射性原子のトータルの流出フラックス  
 $q_e(t) = q_p(t) + q_b(t) = (a_p + a_b)N(t) = a_e N(t)$

流出フラックスと貯留量の関係がわかった!

# 3種の半減期の関係

原子核崩壊による放射性同位体の流出フラックス

排泄による放射性同位体の流出フラックス

放射性同位体の数の無限小時間での変化

原子核崩壊は過去の状態に依存しないmemory-lessなポアソン過程に従う現象。そのため、その放射性原子は指数関数的に減少する

$$\begin{aligned}q_e(t) &= q_p(t) + q_b(t) \\ &= \alpha_p N(t) + \alpha_b N(t) \\ &= (\alpha_p + \alpha_b) N(t) \\ &= \alpha_e N(t)\end{aligned}$$

実験, 計測によって確認された事実

$$\therefore \alpha_p + \alpha_b = \alpha_e$$

# 3種の半減期の関係

再掲： 減衰係数 $\alpha$ と半減期 $T$ の関係は

$$\alpha_p = \frac{\ln 2}{T_p} \quad \alpha_b = \frac{\ln 2}{T_b} \quad \alpha_e = \frac{\ln 2}{T_e}$$

だったので、今求めた式にこの関係式を代入すると

$$\alpha_p + \alpha_b = \alpha_e$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_p} + \frac{1}{T_b} = \frac{1}{T_e}$$

物理学的半減期と生物学的半減期、実効半減期の関係  
がわかった！

# 実効半減期の具体的な計算

(cf) セシウム137の場合

物理学的半減期:  $T_p = 30 \text{ years}$

生物学的半減期:  $T_b = 70 \text{ days}$  (平均的な成人男性の場合)

(ref) J. A. Tuszynski and J. M. Dixon, Biomedical Applications for Introductory Physics (2001)

さっきの関係式に上の数字を入れて計算すると……

$$\frac{1}{T_p} + \frac{1}{T_b} = \frac{1}{T_e} \Rightarrow \frac{1}{30 \text{ y}} + \frac{1}{70 \text{ d}} = \frac{1}{T_e}$$

$$\therefore T_e = 69.6 \text{ d} \approx T_b$$

物理学的半減期が生物学的半減期と比べて極端に長い場合、実効半減期は生物学的半減期とほぼ等しい。 88

# 人体における放射性同位体の原子数

使う方程式は放射性同位元素の連続の方程式

$$\begin{aligned}\frac{dN(t)}{dt} &= r(t) - q_e(t) \\ &= r(t) - q_p(t) - q_b(t)\end{aligned}$$

は先程の議論から  $q_e(t) = \alpha_e N(t)$  とわかったので、

$$\frac{dN(t)}{dt} = r(t) - \alpha_e N(t)$$

と1階線形常微分方程式に書き換えられる。  
これは初等的に解ける微分方程式！

# 人体における放射性同位体の原子数

$$\frac{dN(t)}{dt} = r(t) - \alpha_e N(t)$$

を解くと,

$$N(t) = \int_0^t r(\tau) e^{-\alpha_e(t-\tau)} d\tau$$

初期条件は  $N(0)=0$ , つまり時刻  $t=0$  において身体の中に放射性同位体は存在しない, とした.

# 人体における $^{137}\text{Cs}$ の放射能強度

ここまで議論してきたのは放射性同位体の原子の数（個）  
⇒ 単位時間あたりに何回の原子核崩壊が起こるかを考える

1秒間に起こる原子核崩壊の回数が放射能強度 (Bq)

放射性同位体の原子数 $N(t)$ と放射能強度 $h(t)$ は比例関係にあり、  
両者を結びつける比例定数が物理学的減衰係数  $\alpha_p$

$$\alpha_p N(t) = h(t)$$

放射性同位体の原子数

放射能強度

# 放射線強度 $h(t)$ の人体における連続の方程式

摂取フラックス, 流出フラックス  
についても放射線強度と原子数の  
関係は同様

$$\begin{cases} q_{er}(t) = \alpha_p q_{ea}(t) & [\text{Bq/単位時間}] \\ r_r(t) = \alpha_p r_a(t) & [\text{Bq/単位時間}] \end{cases}$$

人体における放射線強度と放射性原子数の連続の  
方程式は同形の方程式で記述できる

$$\alpha_p \frac{dN(t)}{dt} = \alpha_p r_a(t) - \alpha_e \alpha_p N(t) \Rightarrow \frac{dh(t)}{dt} = r_r(t) - \alpha_e h(t)$$

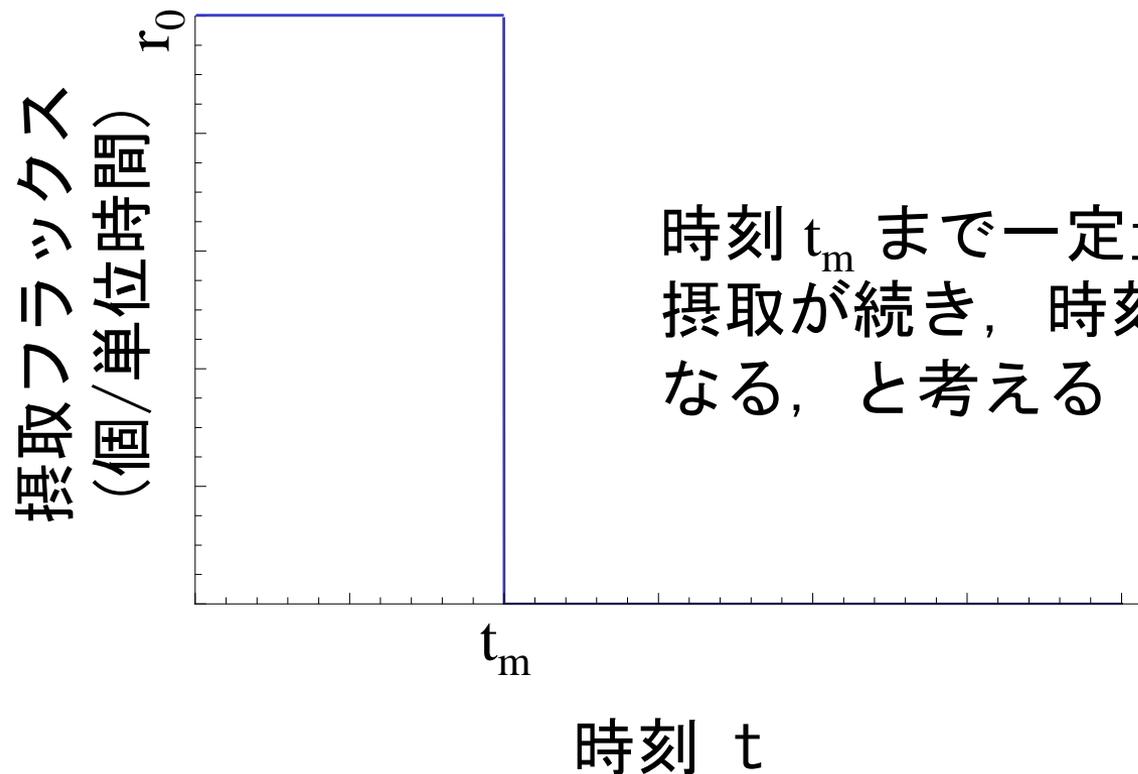
$\alpha_p N(t) = h(t)$

# 放射能の摂取フラックス

放射能の摂取フラックス

$$r(t) = \begin{cases} r_0 & (0 \leq t \leq t_m) \\ 0 & (t > t_m) \end{cases}$$

放射能の摂取フラックスが図のような階段関数だったら？

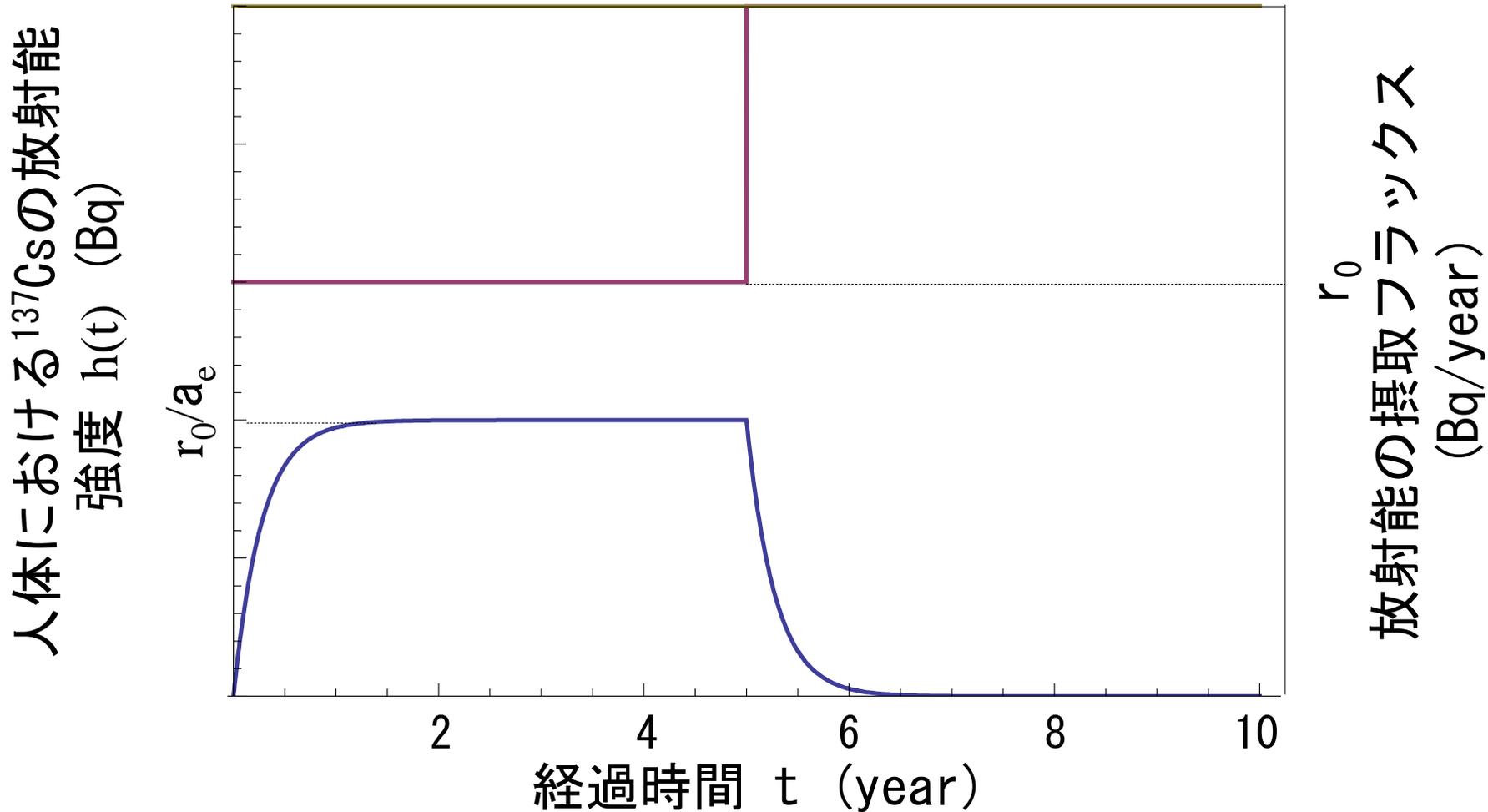


# 人体におけるセシウム137の個数の表式

解析解が得られて、

$$h(t) = \begin{cases} \frac{r_0}{\alpha_e} (1 - e^{-\alpha_e t}) & (0 \leq t \leq t_m) \\ \frac{r_0}{\alpha_e} (-1 + e^{\alpha_e t_m}) e^{-\alpha_e t} & (t > t_m) \end{cases}$$

# 人体における $^{137}\text{Cs}$ の放射能強度の時系列



摂取開始後，1年以内に平衡状態に達し，  
摂取終了後1年以内に人体から取り除かれる  
(セシウムの実効半減期は約70日)

セシウムは人体にとって必要のない元素だから<sup>95</sup>

# $^{137}\text{Cs}$ の原子核崩壊の累積回数

放射能強度  $h(t)$  は単位時間あたりに起こる原子核崩壊の回数.  
⇒ よって, 放射能強度を時間積分することで, ある時刻までに体内で起きた原子核崩壊の累積回数  $f(t)$  がわかる.

$$\varphi(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau$$

原子核崩壊の累積回数

# セシウム137の原子核崩壊の累積個数の表式

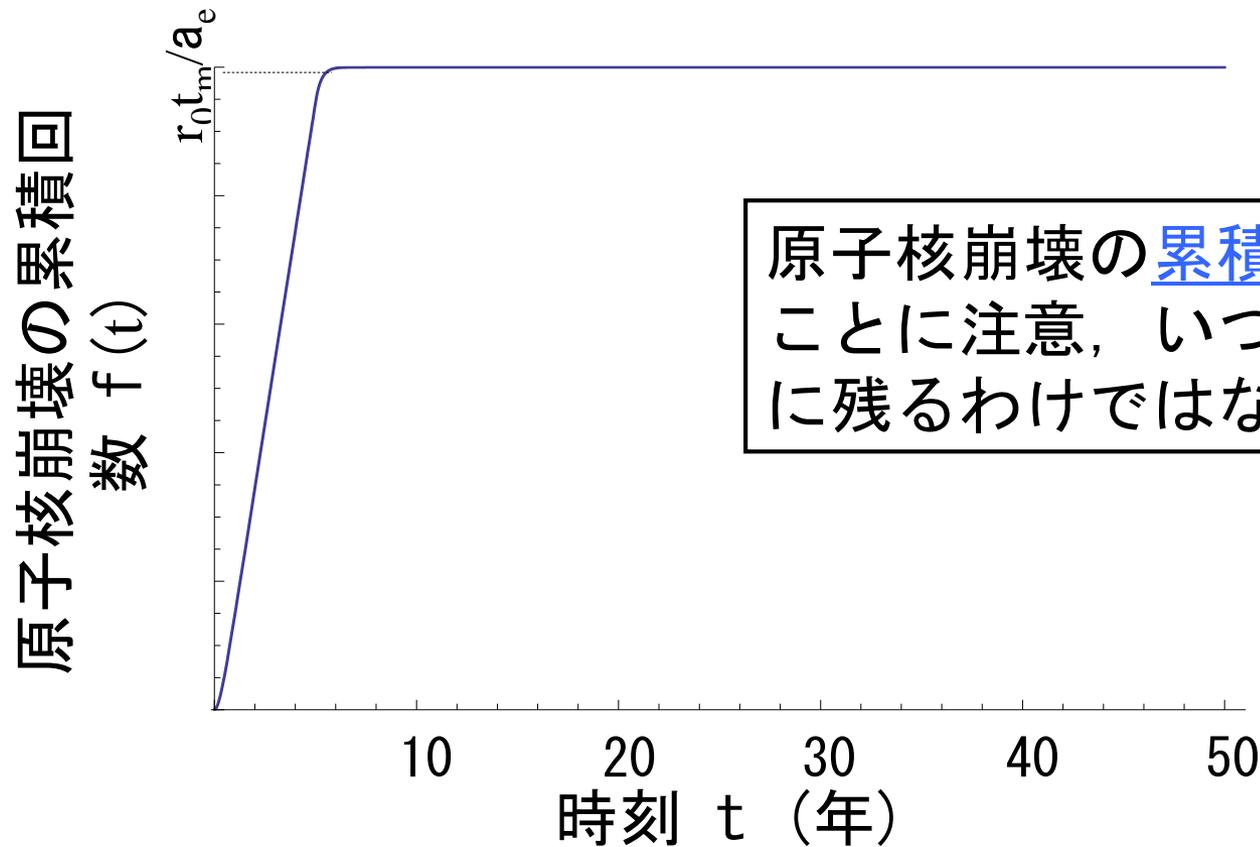
原子核崩壊の  
累積回数

$$\varphi(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau$$

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{r_0}{\alpha_e^2} (\alpha_e t - 1 + e^{-\alpha_e t}) & (t < t_m) \\ \frac{r_0}{\alpha_e^2} [\alpha_e t_m + e^{-\alpha_e t} (1 - e^{\alpha_e t_m})] & (t \geq t_m) \end{cases}$$

$$\varphi(t_m) \approx \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = \frac{r_0 t_m}{\alpha_e}$$

# セシウム137の原子核崩壊の累積個数の時系列



原子核崩壊の累積回数であることに注意，いつまでも体内に残るわけではない。

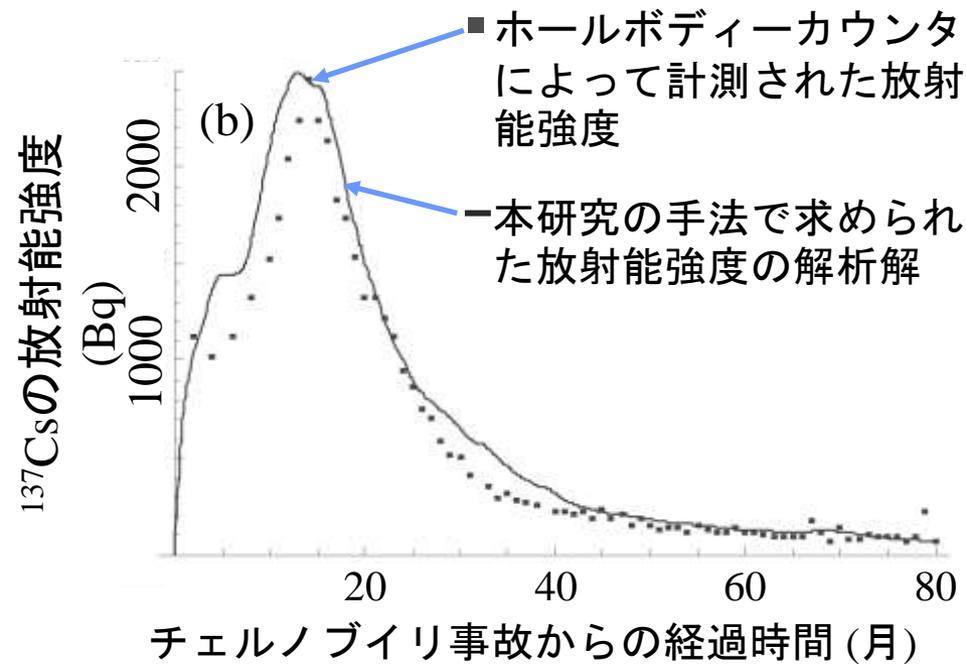
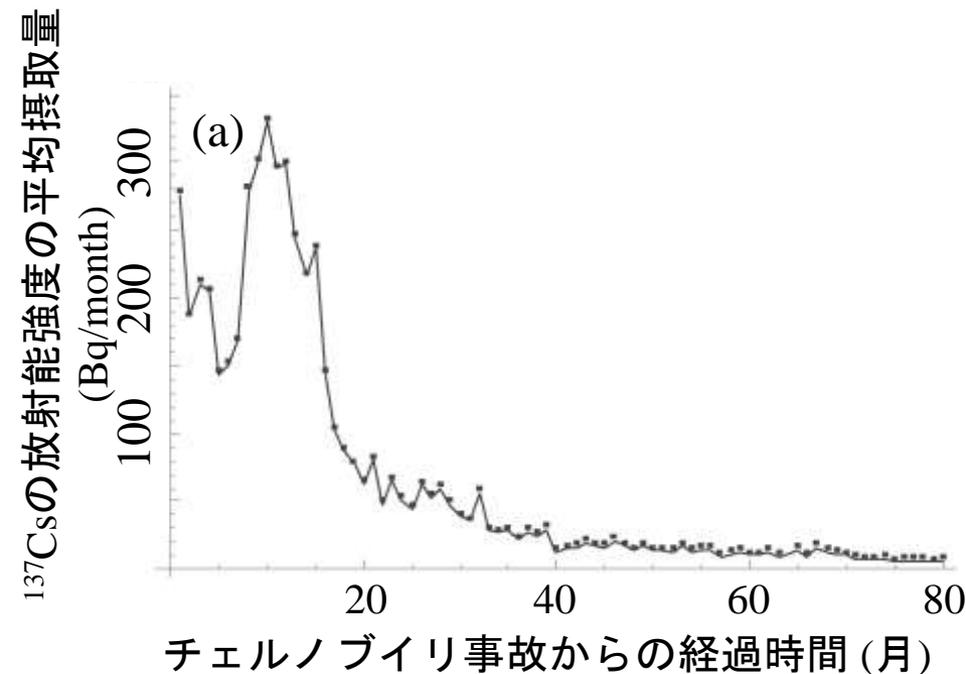
実効半減期が摂取期間より極端に短いとき，摂取終了後， $f(t)$  はほぼ一定のまま



放射性物質の摂取が終わればもうそれ以上被曝することはない

# 放射能強度の実測値との比較

チェルノブイリ事故後のドイツで、ホールボディカウンタによって人体におけるセシウム137の放射能強度の調査が行われた。  
⇒ 実測値と本研究の手法で得られた解析解を比較する



Ref) W. Rühm et al., Health Physics. 77, 373-382 (1999)

本研究の手法で得られた解析解は  
ホールボディカウンタで計測された実測値を  
十分正しく再現できる

# 放射線が人体に与えるエネルギー

## 放射線が人体に与えるエネルギー

(健康への影響を議論するときにはこれが重要！)

- ・ 1回の原子核崩壊で人体へ吸収される放射線のエネルギー (MeV, エネルギー)
- ・ 吸収線量 (Gy, J/kg, エネルギー/体重)
- ・ 等価線量 (Sv, J/kg)
- ・ **実効線量 (Sv, J/kg) ← 一番大事!**
  - 放射性セシウムではこれら3つの線量は等しい
  - ヨウ素や鉄など, 人体で必要とされる元素の放射性同位体では異なる ⇒ 生化学的特性を考える

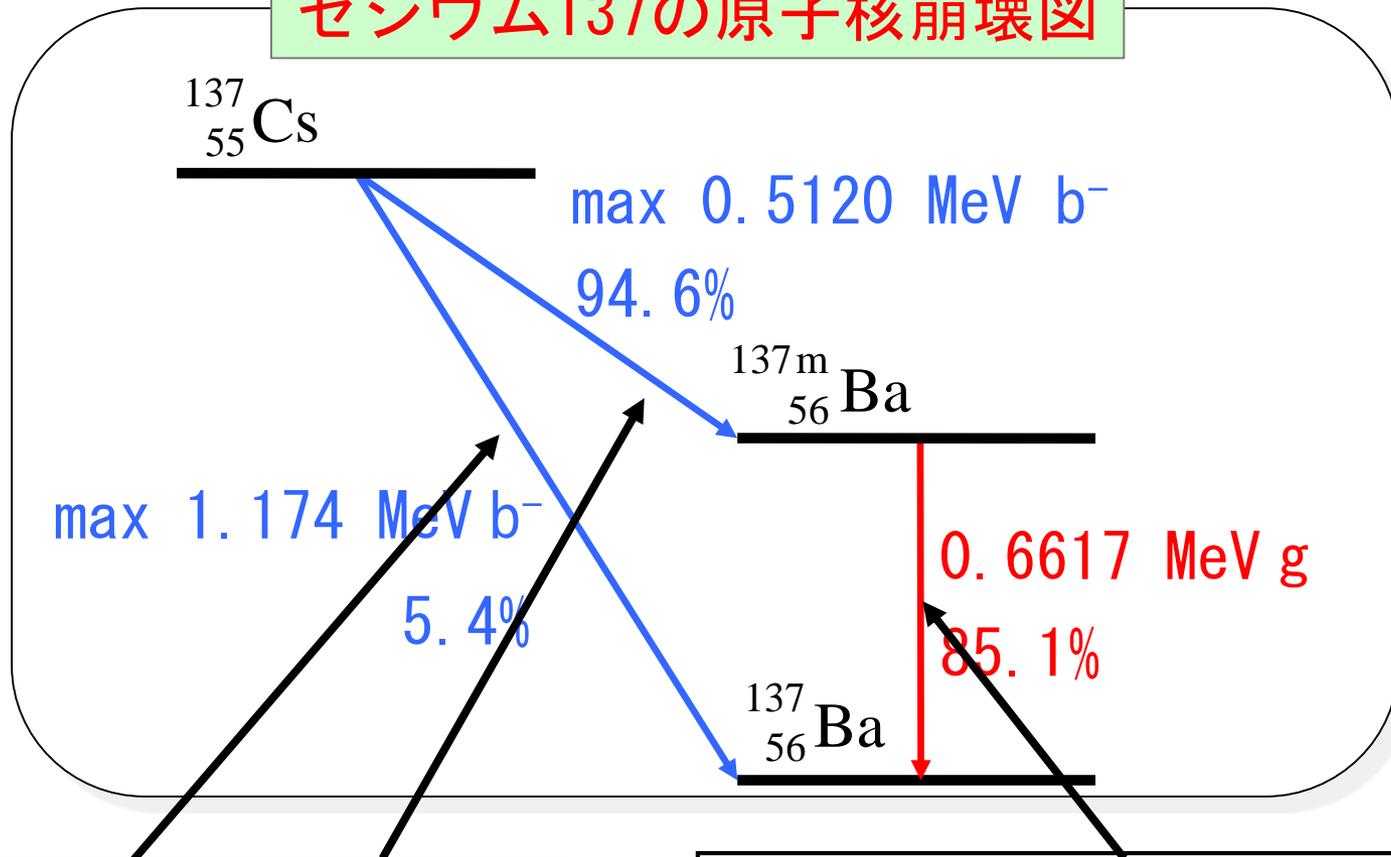
# セシウム137の原子核崩壊図

人体へのダメージを求めるには放射線1本のエネルギーが必要



原子核崩壊図から人体に吸収される放射線のエネルギーを求める

## セシウム137の原子核崩壊図



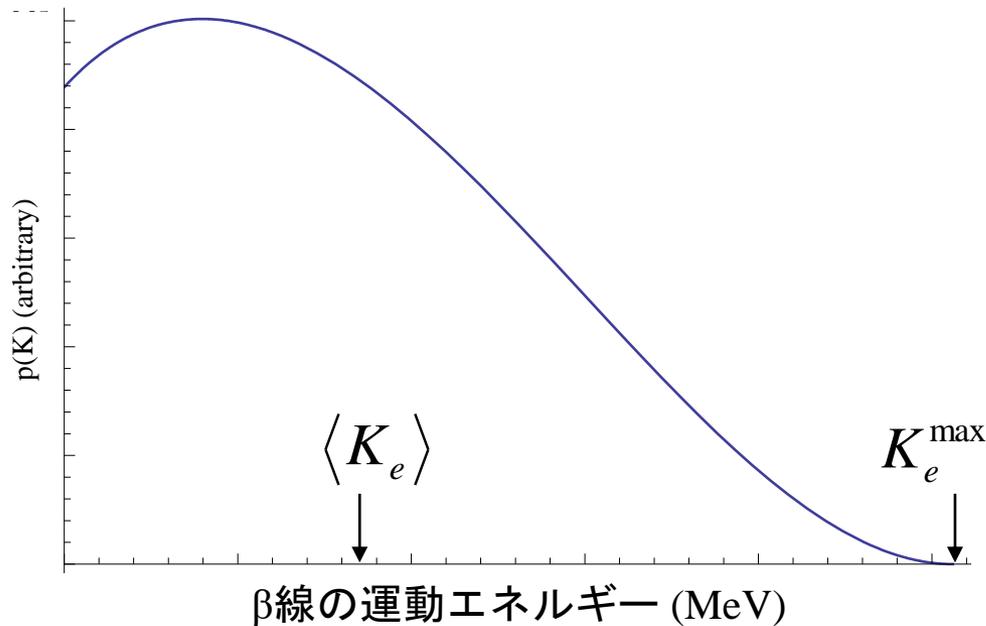
青い矢印は  $\beta$  線 (電子)

赤い矢印は  $\gamma$  線 (光, 電磁波)

# β線のエネルギースペクトラム

ベータ崩壊ではβ線とニュートリノを放射され、 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$   
 β線とニュートリノの間でエネルギーの分配が行われる  
 (エネルギーとスピン角運動量の保存のためにPauliが提唱)

β線の運動エネルギーは確率論的にしか決められない(最大値は決定している)  
 実験的にも理論的にも確かめられており、その理論はFermiによって築かれた



$\langle K_e \rangle$  : β線の平均運動エネルギー

$K_e^{\max}$  : β線の最大運動エネルギー

$$\langle K_e \rangle \approx \frac{1}{3} K_e^{\max}$$

平均運動エネルギーを使う

β線のエネルギースペクトラム  $\frac{dn}{dE} = \frac{\Omega^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^6} \sqrt{E_{\max} - m^2 c^4} E_{\max} (E - E_{\max}) dE_{\max}$

# $\gamma$ 線の人体への吸収率

体内で発生した $\gamma$ 線(電磁波)は、一部は人体へ吸収され、  
残りは身体をすり抜ける

>>  $\gamma$ 線の人体への吸収率は

国際放射線防護委員会の研究では 60 %

米国核医学会の研究では 40%

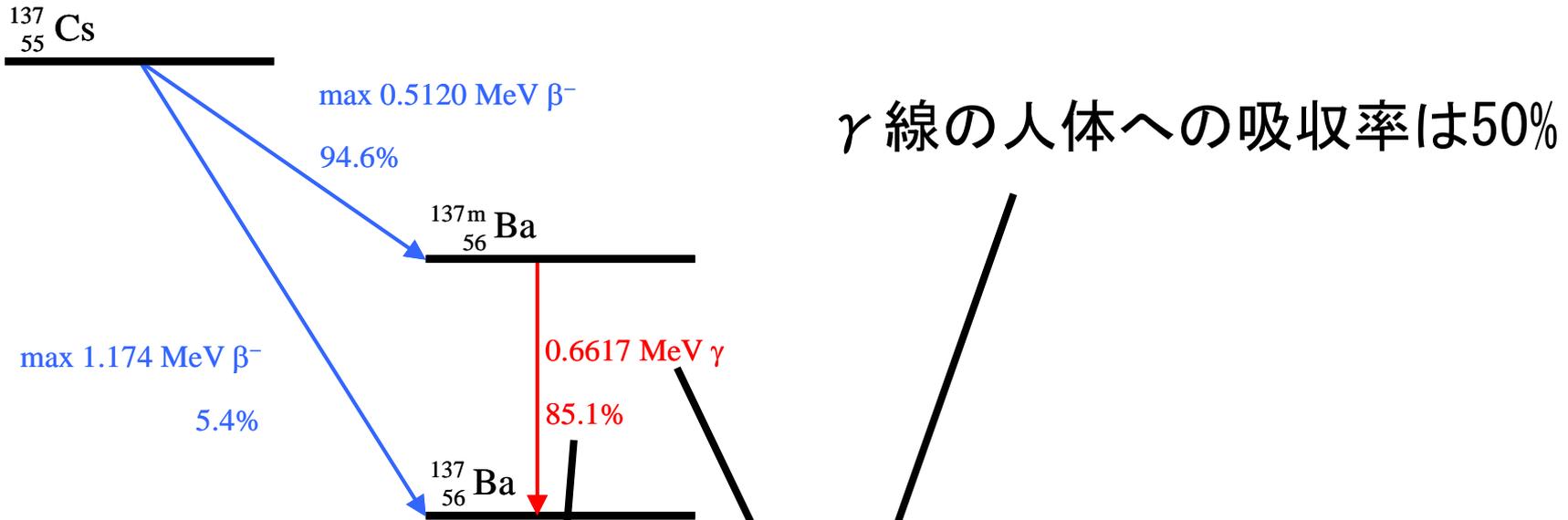
>>間を取って50%とする

>>水中での光子は  $E = \hbar\omega = 0.1 - 1.0 \text{ MeV}$  のエネルギー帯では  
20 cm 程度の長さで半分に減衰する(半減距離は密度に反比例)。  
人体でも同じ議論ができるだろう。

波長で言うと  $\lambda = 1.2 \times 10^{-12} - 1.2 \times 10^{-11} \text{ m}$  程度

( $\omega = c/\lambda$ )

# 1回の原子核崩壊あたりに人体へ吸収される放射線のエネルギー

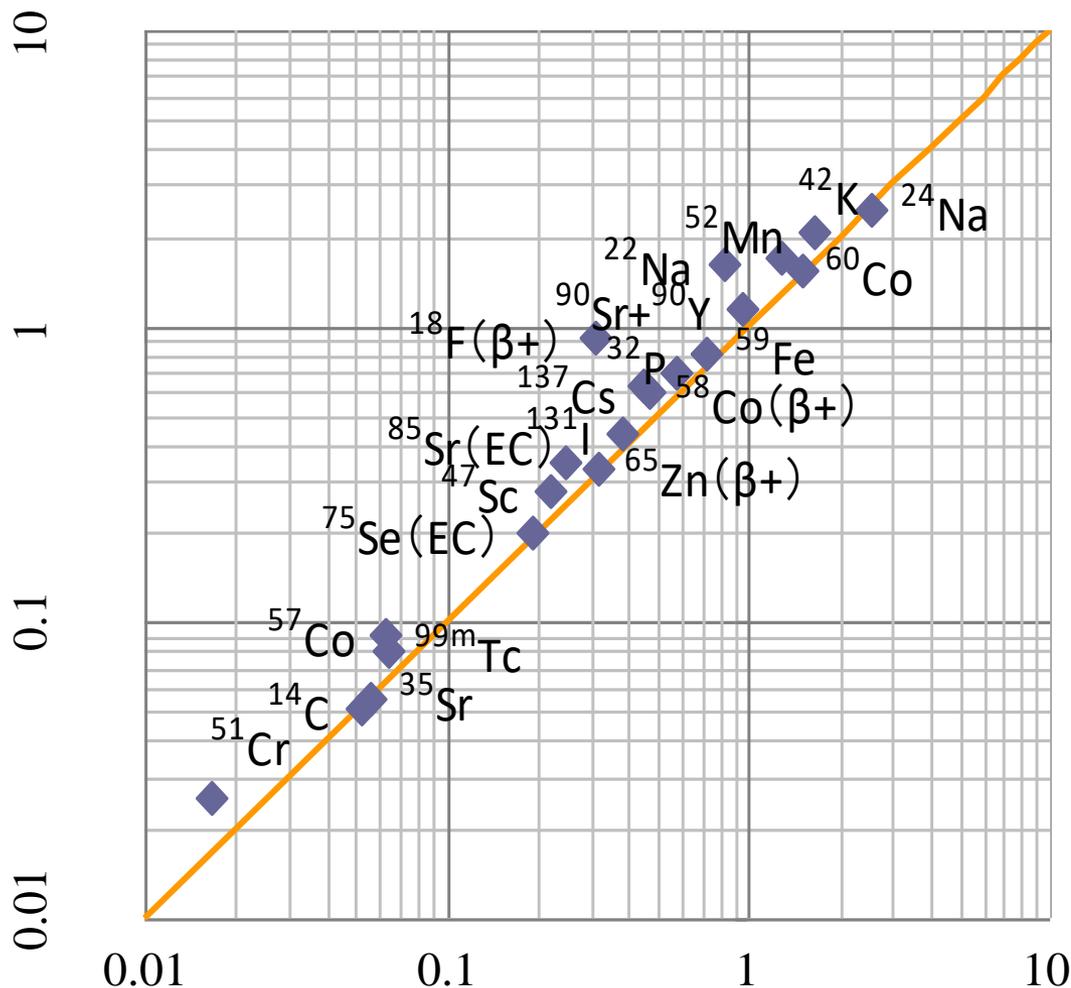


1回の原子核崩壊あたりで人体が受けるエネルギー

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &= 0.946 \times 1/3 \times 0.512 \text{ MeV (e}^-) \\ &+ 0.054 \times 1/3 \times 1.174 \text{ MeV (e}^-) \\ &+ 0.851 \times 1/2 \times 0.661 \text{ MeV (}\gamma) \\ &= 0.465 \text{ MeV}\end{aligned}$$

# 1崩壊あたりの人体への吸収エネルギー—既往研究との比較

国際放射線防護委員会(ICRP)が定めた1回の原子核崩壊あたりで人体に吸収されるエネルギー (MeV)



- |                   |                          |
|-------------------|--------------------------|
| $^{24}\text{Na}$  | $^{14}\text{C}$          |
| $^{42}\text{K}$   | $^{51}\text{Cr}$         |
| $^{52}\text{Mn}$  | $^{60}\text{Co}$         |
| $^{22}\text{Na}$  | $^{59}\text{Fe}$         |
| $^{90}\text{Sr}$  | $^{58}\text{Co}$         |
| $^{90}\text{Y}$   | $^{65}\text{Zn}$         |
| $^{18}\text{F}$   | $^{99\text{m}}\text{Tc}$ |
| $^{32}\text{P}$   |                          |
| $^{137}\text{Cs}$ |                          |
| $^{131}\text{I}$  |                          |
| $^{85}\text{Sr}$  |                          |
| $^{47}\text{Sc}$  |                          |
| $^{75}\text{Se}$  |                          |
| $^{57}\text{Co}$  |                          |

本研究の手法で計算された1回の原子核崩壊あたりで人体に吸収されるエネルギー (MeV)

1回の原子核崩壊で吸収されるエネルギーを精度よく計算できる

# 実効線量の計算

原子核崩壊の累積回数 $f(t)$ と1崩壊あたりの平均エネルギー $\langle E \rangle$ をかけて、人体に吸収される総エネルギーを求められる

$$\text{人体に吸収される総エネルギー} = \phi(t) \times \langle E \rangle \text{ (MeV)}$$

人体に吸収される総エネルギーを体重で割ることで実効線量  $H_{\text{eff}}(t)$  (Sv, シーベルト)が求められる

人体に吸収される総エネルギー

JとMeVの単位換算

$$H_{\text{eff}}(t) = \frac{\phi(t) \times \langle E \rangle (\text{MeV}) \times 1.6 \times 10^{-13} (\text{J/MeV})}{\text{体重 (kg)}} \text{ (Sv, J/kg)}$$

# 預託実効線量

## Definition

放射性物質を摂取したとき，生涯に渡って受ける実効線量  
(成人の場合，50年間で受ける実効線量が想定)

## ICRPによる既存の研究

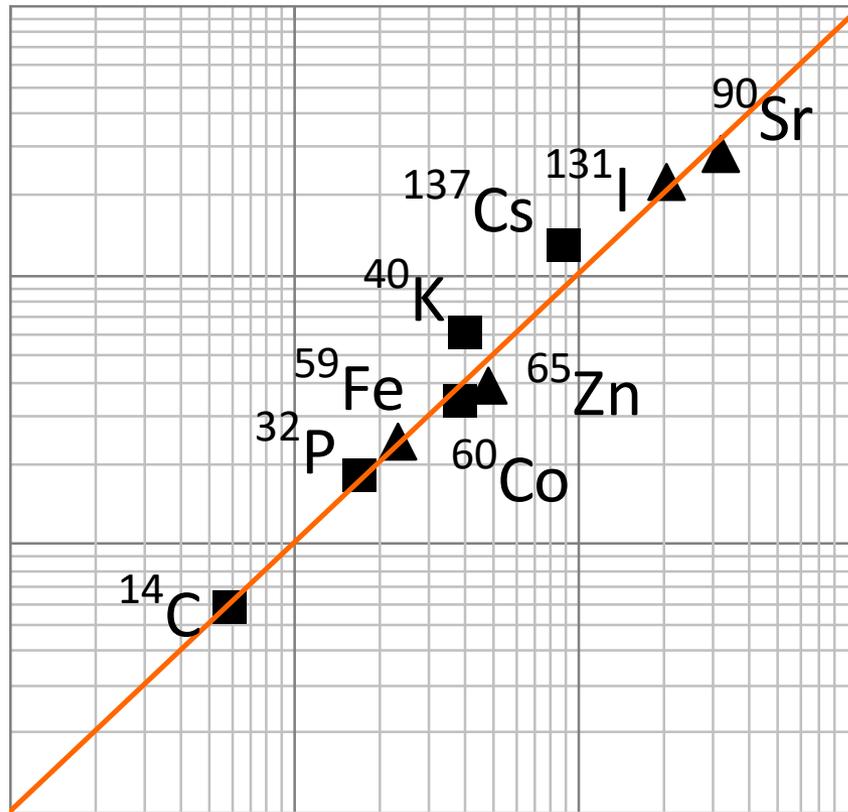
預託実効線量係数(1Bq摂取した時に受ける実効線量, Sv/Bq)  
が ICRP Publ. 72によって定められている.



本研究は実効線量  $H_{\text{eff}}(t)$  を時間の関数として記述  
預託実効線量係数は時刻 $t$ に50年を代入して得られる  $H_{\text{eff}}(50\text{y})$

# 預託実効線量係数の比較

国際放射線防護委員会(ICRP)によって定められた9核種の預託実効線量係数



$^{14}\text{C}$   
 $^{32}\text{P}$   
 $^{40}\text{K}$   
 $^{59}\text{Fe}$   
 $^{60}\text{Co}$   
 $^{65}\text{Zn}$   
 $^{90}\text{Sr}$   
 $^{131}\text{I}$   
 $^{137}\text{Cs}$

本研究の手法で求められた9核種の預託実効線量,  $^{59}\text{Fe}$ ,  $^{65}\text{Zn}$ ,  $^{90}\text{Sr}$ ,  $^{131}\text{I}$ を修正 (mSv/Bq)

預託実効線量係数の計算においても放射線医学の既往研究と同精度の結果

# 預託実効線量の計算 例題

## Question

100 Bq/kg (厚生労働省が定めた一般食品の放射性セシウムの基準値)のセシウム137が含まれた肉を1日当たり1 kg, 50年間に渡って摂取した。この時に受ける預託実効線量はいくらか？

## 50年間での原子核崩壊の累積回数

$$\varphi(50y) \approx \frac{r_0 t_m}{\alpha_e} = \frac{100(\text{Bq/kg}) \times 1(\text{kg/d}) \times 365(\text{d/y}) \times 50(\text{y})}{\ln 2 / 70(\text{d}) \times 24(\text{h/d}) \times 60^2(\text{s/h})} \approx 1.6 \times 10^{13}$$

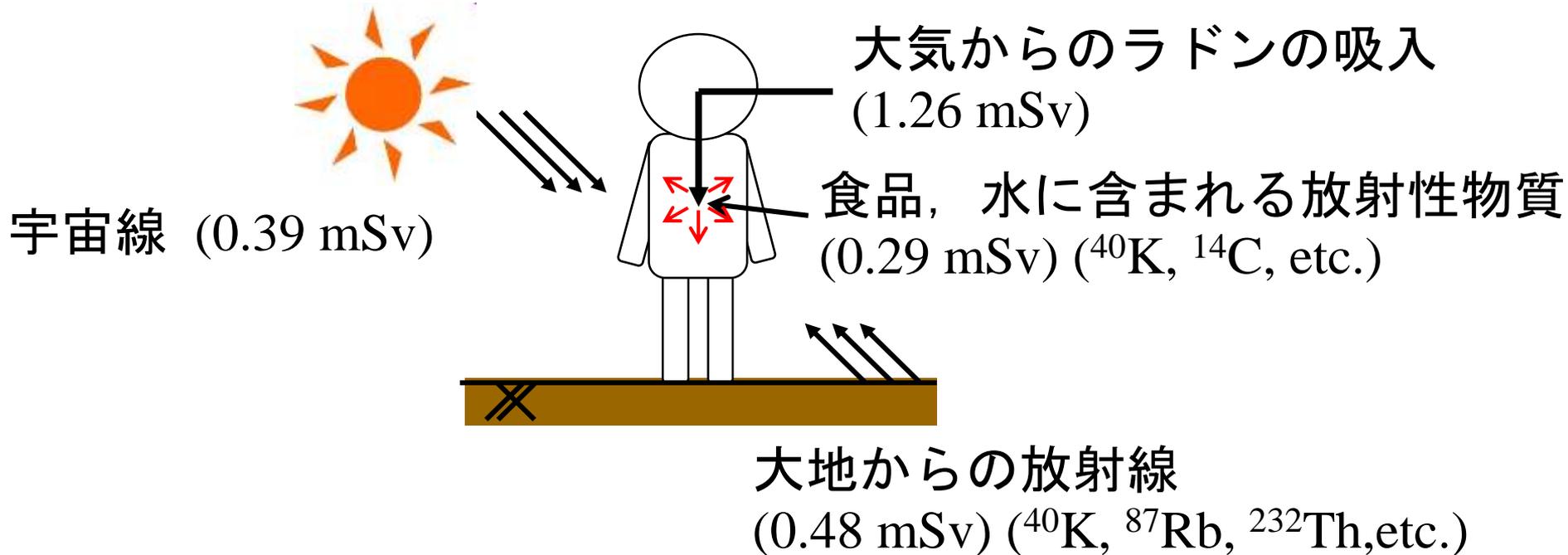
## 預託実効線量

$$H_{\text{eff}}(50y) = \frac{\varphi(50y) \times 0.4651(\text{MeV}) \times 1.6 \times 10^{-13}(\text{J/MeV})}{70(\text{kg})} \approx 17(\text{mSv})$$

ICRPによる預託実効線量係数0.013 mSv/Bqを用いた計算結果は23 mSv

1年当たりの線量は0.34 mSv/y

# 自然放射線による被曝



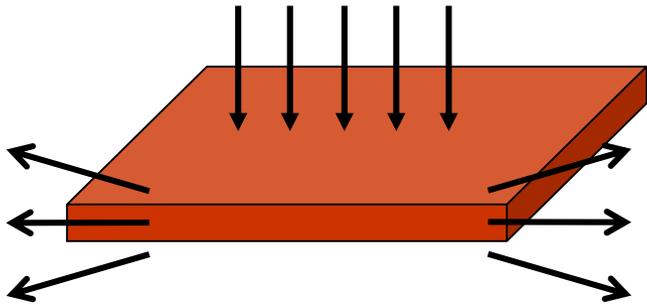
- ・ 我々は2.4 (mSv/year) の被曝に自然に晒されている (世界平均)
- ・ 1日1箱タバコを吸う人は1年あたり100mSv, 1回の胸部CT検査は約7mSv, 日本からヨーロッパへの飛行機での移動は0.1mSvの被曝

- ・ 国が定めた基準値の放射性セシウムから受ける実効線量は自然放射線による被曝と比べても非常に小さい
- ・ UNSCEARは年間100 mSv以下の被曝は疫学的に有意な健康被害は見出だせないとしている

# 土壌から人体への農作物を通じた放射性セシウムの輸送：模式図

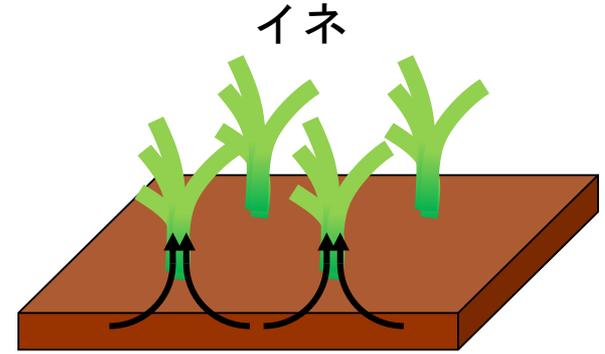
(a)

放射性セシウムの放射性降下物: (Bq/m<sup>2</sup> · y)  
(実測値が公開されている)



土壌の単位面積あたりの放射能強度: (Bq/m<sup>2</sup>)

(b)



土壌からイネへの放射性セシウムの移行 (典型例としてイネを選んだ)

(c)

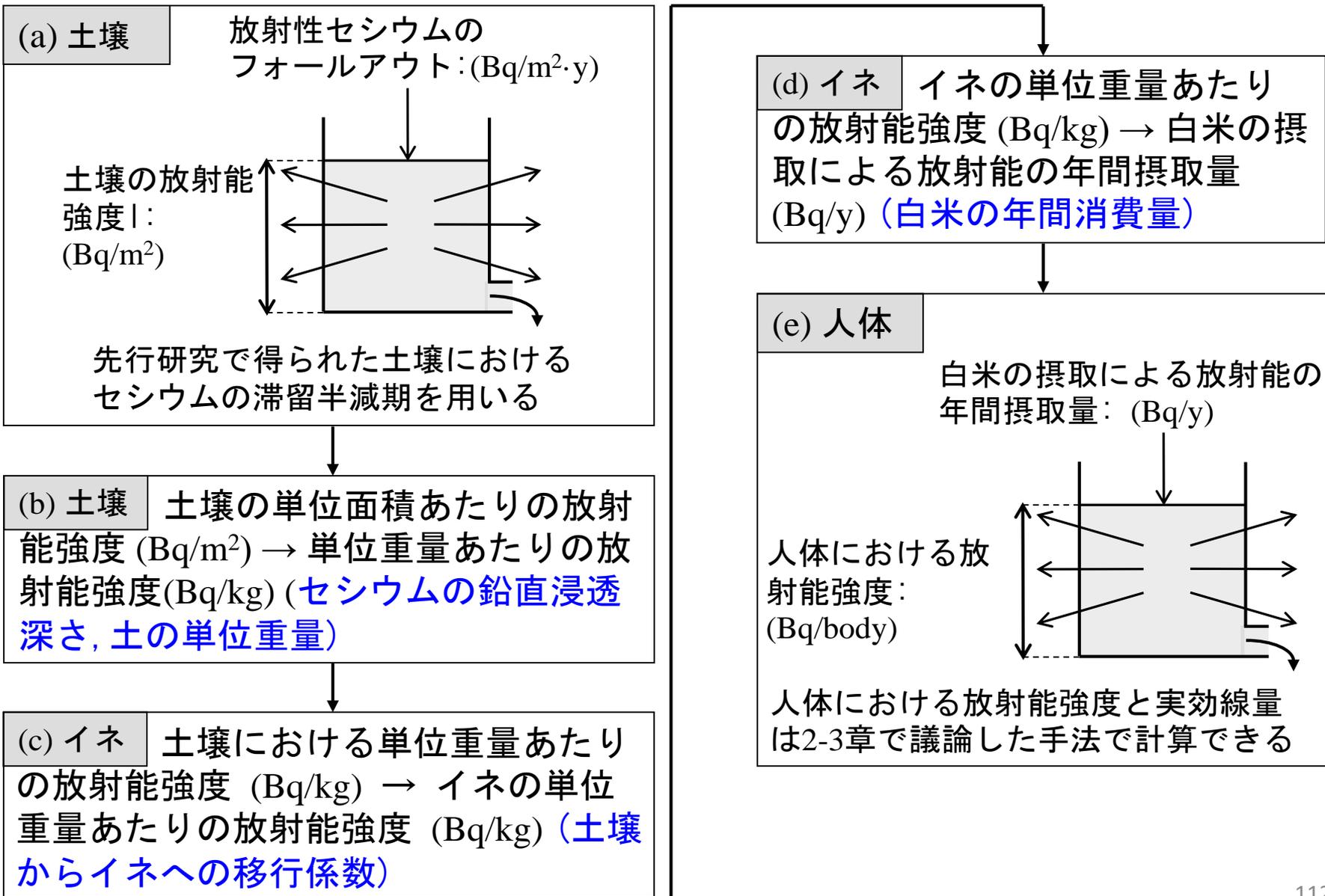
白米に混入した放射性セシウムからの放射能の摂取: (Bq/y)

人体における放射能強度: (Bq/body)

排泄による放射能強度の流出: (Bq/y)

2-3章の手法がそのまま使える!

# 土壌から人体への農作物を通じた放射性セシウムの輸送：フローチャート



# 放射能の年間摂取量の関係をつなぐパラメータ

本研究で用いるパラメータ	値
土壌におけるセシウムの滞留半減期	18.1 y
土壌におけるセシウムの鉛直浸透深さ	0.03 m
土の単位重量	2000 kg/m <sup>3</sup>
土壌からイネへのセシウムの移行係数	0.4
白米の平均年間消費量 (成人男性の場合)	60 kg/y

$$\text{白米の摂取による放射能の年間摂取量} \\ = 0.4 \text{ (m}^2\text{/y)} \times \text{土壌における放射能強度}$$

Ref) M. Komamura et al., Bull. Natl. Inst. Agro-Environ. Sci., Vol. 24, pp. 1-21 (2006)

I. Tanihata, RADIOISOTOPES, 62, 724-740 (2013)

D. Braja, Fundamentals of Geotechnical Engineering fourth edition, Cengage Learning (2012)

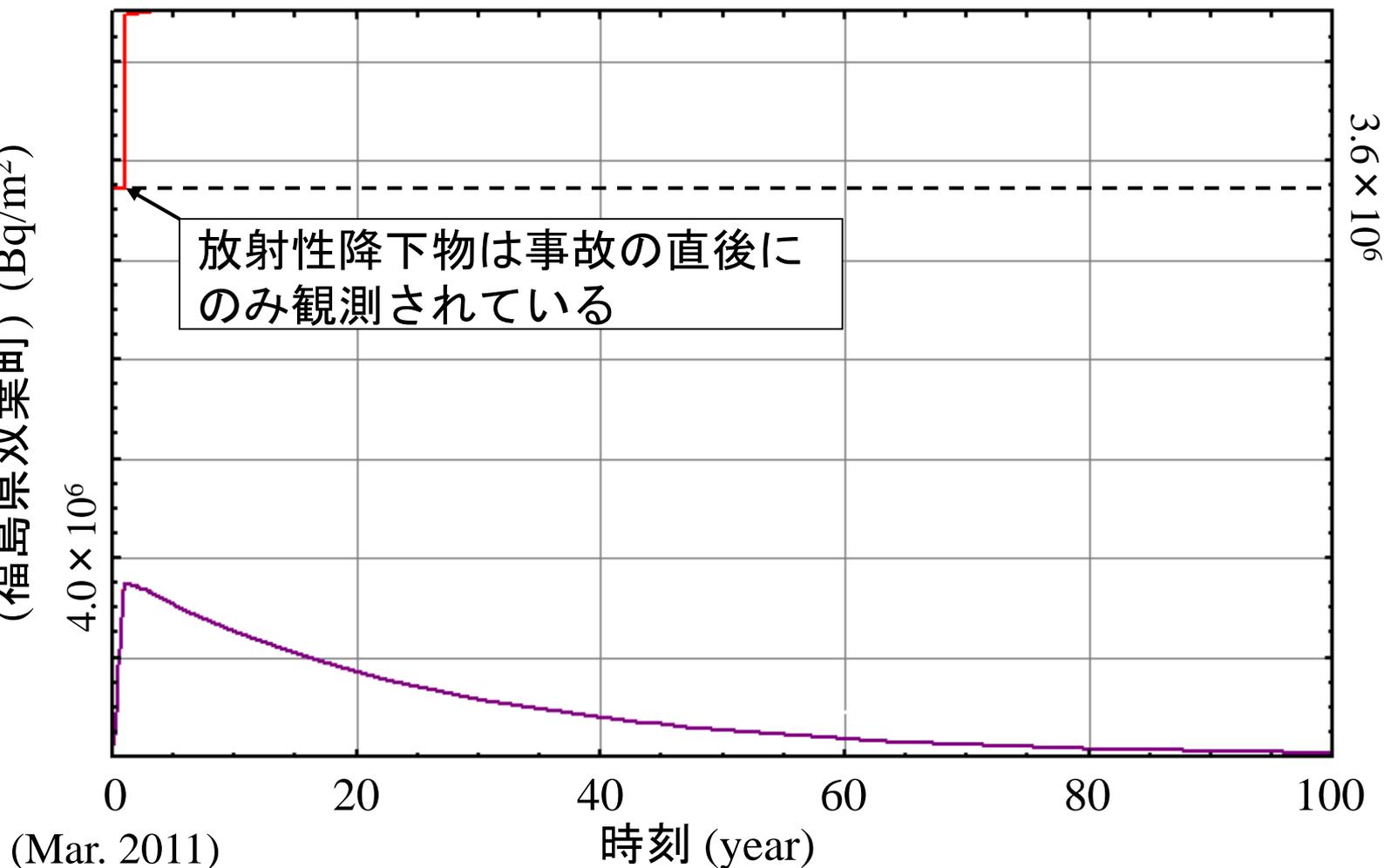
National Institute for Agro-Environmental Sciences (1997)

A. B. Abdullah et al., International Rice Research Institute (2005)

# 土壌における放射能強度の時系列

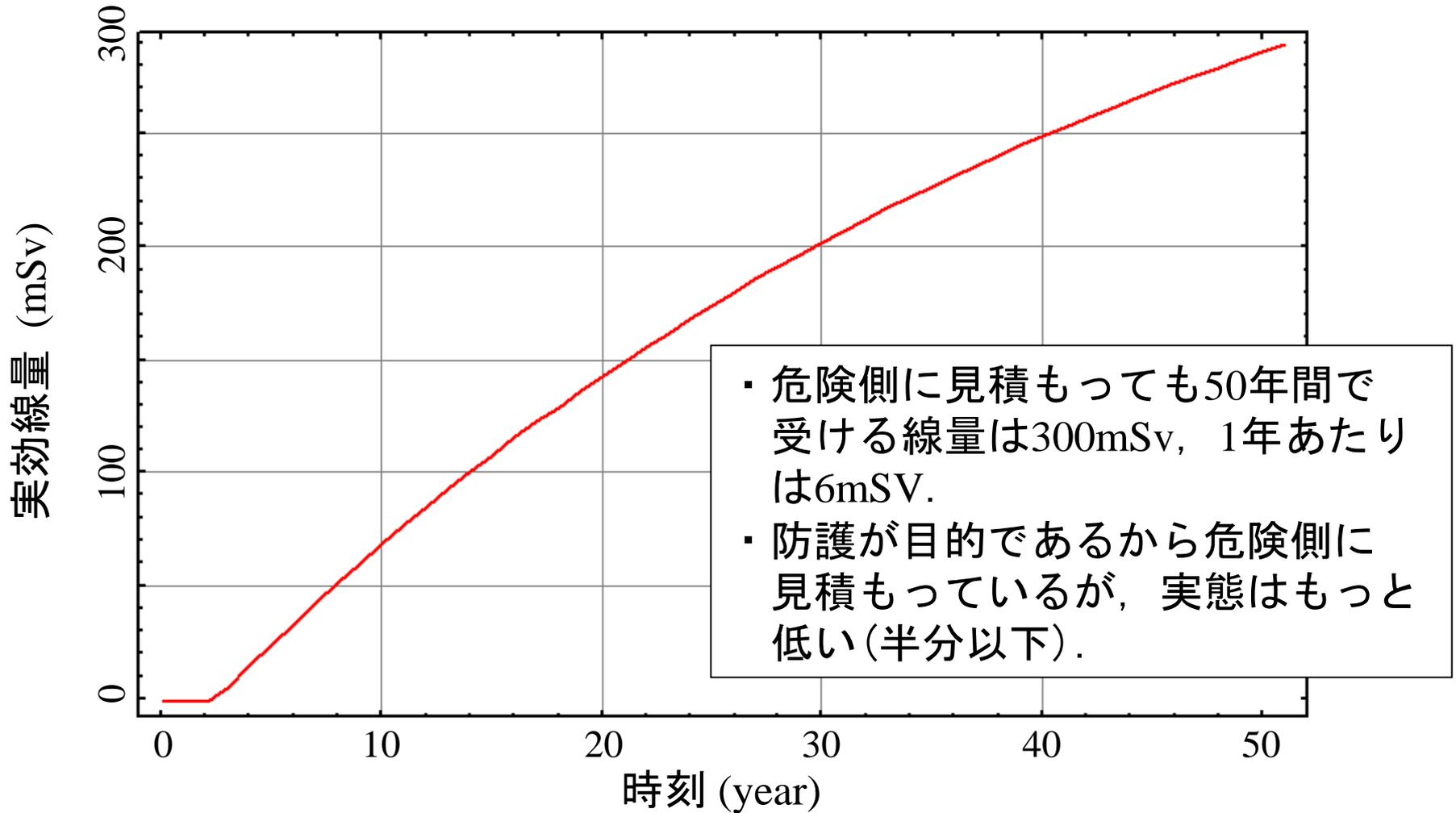
単位面積あたりの土壌中の放射能強度  
(福島県双葉町) ( $\text{Bq}/\text{m}^2$ )

単位面積あたりの放射性セシウム  
降下量(福島県双葉町) ( $\text{Bq}/\text{m}^2 \cdot \text{y}$ )



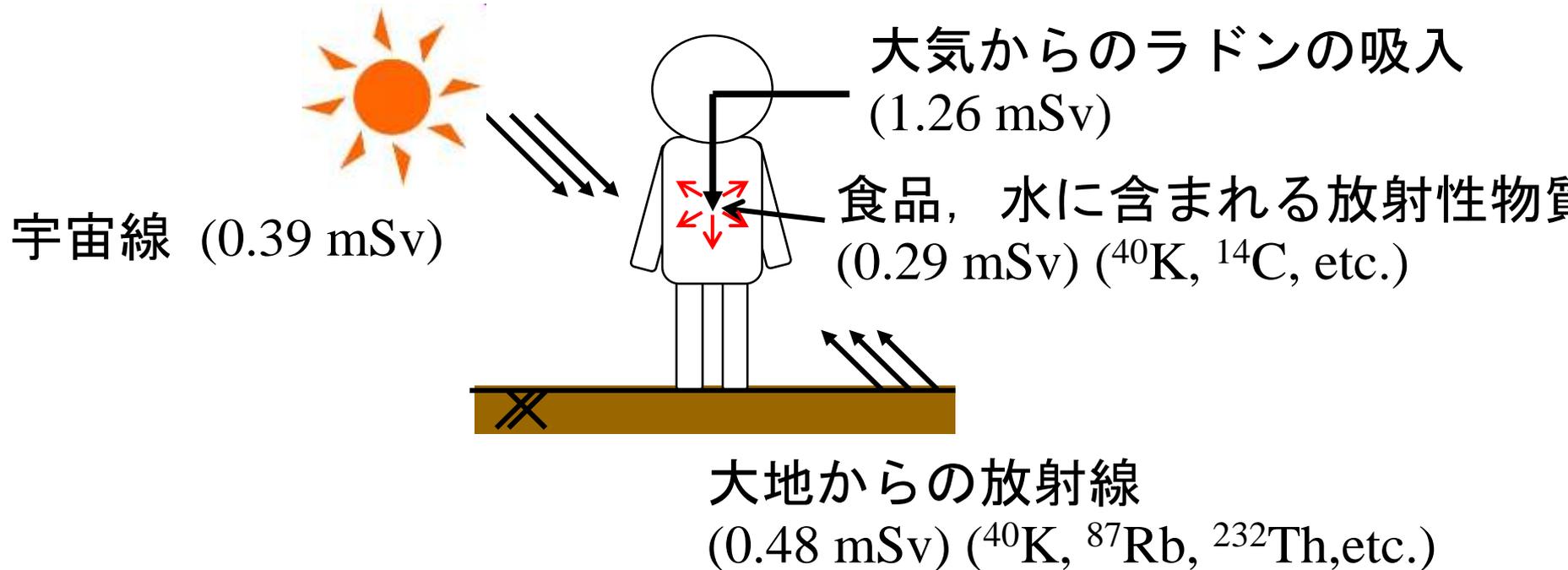
放射性降下物の実測値を用いて、  
人体と同様に土壌における放射能強度を計算した。

# 放射性セシウムが沈着した土壤中で収穫された白米を摂取したときの実効線量の時系列



(繰り返しになるが) 100 mSv/yの線量率 ⇒ 放射性降下物が沈着した土壤中で収穫された白米は有意な発がんリスクを及ぼさない<sup>115</sup>

# 再掲： 自然放射線による被曝



- ・ 我々は2.4 (mSv/year) の被曝に自然に晒されている (世界平均)
- ・ 1日一箱タバコを吸う人は1年あたり100 mSv, 1回の胸部CT検査は約7 mSv, 日本からヨーロッパへの飛行機での移動は0.1 mSvの被曝

- ・ 国が定めた基準値の放射性セシウムから受ける実効線量は自然放射線による被曝と比べても非常に小さい
- ・ UNSCEARは年間100 mSv以下の被曝は疫学的に有意な健康被害は見出だせないとしている

# 非線形性を考慮した 水面波の屈折に関する研究

# 非線形性を考慮した水面波の屈折に関する研究

土木学会論文報告集  
第342号・1984年2月

【論 文】

## 非線形性を考慮した水面波の屈折に関する研究

STUDIES ON THE DIFFRACTION OF WATER WAVES IN  
CONSIDERATION OF NONLINEARITY

山 田 正\*・渡 辺 一 浩\*\*・小 森 宏\*\*\*

*By Tadashi YAMADA, Kazuhiro WATANABE and Hiroshi KOMORI*

---

\* 正会員 工博 防衛大学校講師 土木工学教室

\*\* 防衛施設庁札幌防衛施設局技官

\*\*\* 防衛大学校理工学研究科学生

# 基礎方程式

$$\frac{dk_i}{dt} = - \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (12)$$

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial k_i} \left( = V_i + C_{gi} \right) \quad (13)$$

$k_i$  は波数,  $x_i$  ( $i=1,2,x,y$ に相当)は波群(束)の中心位置

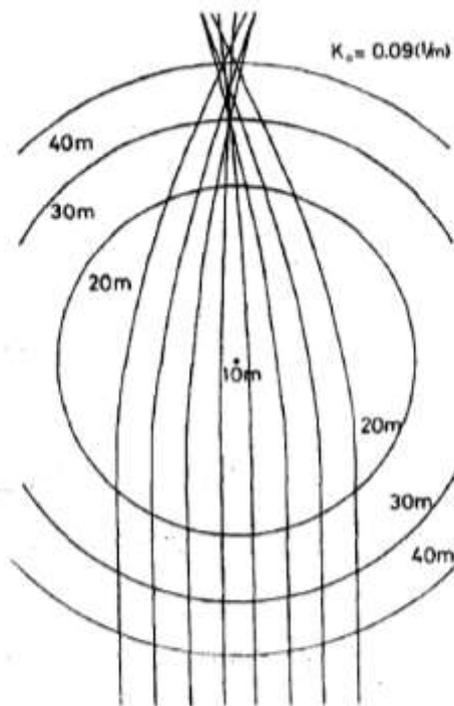
$\omega (= \omega_r + k_i V_i)$  は角振動数

$V_i$  は流れの速度,  $\omega_r$  は流れの速度で動く系から測定される角振動数

$C_{gi}$  は波の群速度

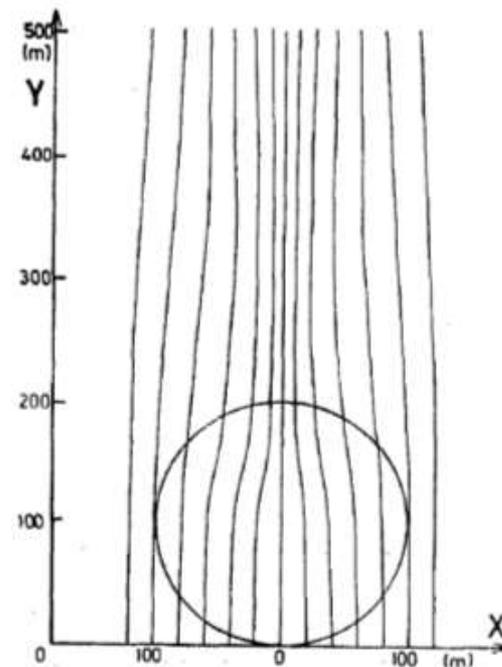
【出典】山田 正, 渡辺 一浩, 小森 宏: 非線形性を考慮した水面波の屈折に関する研究, 土木学会論文報告集, 342号 p. 143-152, 1984.

# 非線形性を考慮した水面波の屈折に関する研究



( 図中の数字は等深線の示す深さ、最浅部の水深 = 10 m, )  
 ( 球面浅瀬の半径 = 2 250 m, 一様部の水深 = 40 m )

図-9 球面浅瀬を通過する波の波向線

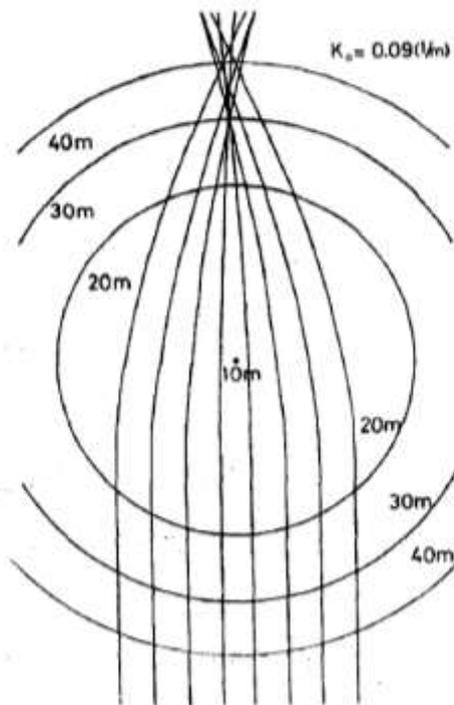


( 球面の半径 = 100 m, 最浅部の水深 = 5 m, 一様部の )  
 ( 水深 = 15 m, 波長 = 20 m, 波高 = 1 m )

図-12 (a) 近似理論によって求められた球面浅瀬を通過する波の波向線

【出典】山田 正, 渡辺 一浩, 小森 宏: 非線形性を考慮した水面波の屈折に関する研究, 土木学会論文報告集, 342 号 p. 143-152, 1984.

# 非線形性を考慮した水面波の屈折に関する研究



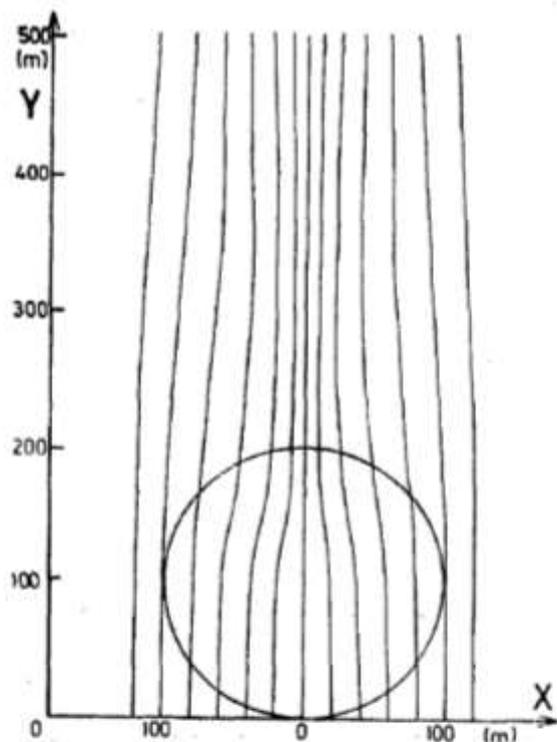
## (iii) 球面浅瀬を通過する波の屈折

図一9は図に示す等深線をもつ球面浅瀬を通過する波の波向線を示している. この場合には波向線が交差しているが, これはその点で波高が無限になることを意味している. この場合が線形幾何光学的屈折理論の限界であるものと思われる. 本研究の主要目的はまさにこの波向線交差の問題の解明にある. ところで線形幾何光学的屈折理論がなぜ現実には現われない波向線交差を生じさせるのかという点につき, 著者らは次のように考える. 海底地形の影響により波向線の間隔が狭まると波高は増大する. このとき実際の水面波では非線形効果により波高の高い部分の位相速度あるいは群速度は波高の低い部分より大きくなる. すなわち同位相線あるいは波峰線は波高の高いところが低いところより速く進む. さらに後に示すように波高に空間的な分布があると, 非線形効果により,  $k_x, k_y$  は修正を受ける(実際にはこの効果の方が大きい). このような理由から波峰線に直交する波向線は交差を免れる. しかし線形幾何光学的屈折理論では波高が高くても低くても位相速度や群速度にば何らの影響も与えず,  $k_x, k_y$  も何ら修正を受けないことから波向線の交差が生じてしまうと. このような波高の大きいところが低いところに回り込むことを"波の非線形性に基づく回折効果"とよぶと, これは先に述べた伊藤・谷本らのいう"屈折における回折の効果<sup>5)</sup>"に相当していよう. ただし彼らの理論は著者らの用いているいわゆるRay methodとは異なっているため, その効果が線形理論の枠内で表現できるのに対し, Ray methodを用いる限り回折の効果は波動のもつ非線形性に起因していると考えられる.

( 図中の数字は等深線の示す深さ, 最浅部の水深 = 10 m, 球面浅瀬の半径 = 2 250 m, 一様部の水深 = 40 m )

図一9 球面浅瀬を通過する波の波向線

# 非線形性を考慮した水面波の屈折に関する研究



(球面の半径=100 m, 最浅部の水深=5 m, 一樣部の)  
水深=15 m, 波長=20 m, 波高=1 m)

図-12 (a) 近似理論によって求められた球面浅瀬を通過する波の波向線

図-12(a)より明らかなように球面浅瀬を通過する直後まで波向線は収束し続けるが、その後は交差することなく横方向に広がっている。このように分散関係式に非線形性を導入することにより(幾何光学理論の枠内では)初めて波向線は交差しなくなり、より実際の現象に近い解を得ることができるようになった。さらに図-12(a)に示す波向線の形は本理論とはまったく異なった基礎方程式から得られる放物形方程式を用いたRadder<sup>9)</sup>の結果と定性的に一致している。

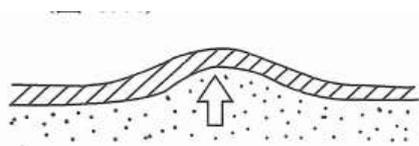
# 一様流中の空洞とくぼみが及ぼす 流速場の変化

# パイピングの定義付け

## 広義のパイピング破壊

### 1 ヒービング破壊 (盤ぶくれ, ガマ) (heaving)

河川の高水時, 地下水圧が大きくなり, 表土を半円丘形に持ち上げる現象.



### 2 ボイリング破壊 (boiling)

ヒービング時よりもさらに水圧が高くなり, 大量の土砂とともに地下水が表土を破って吹き上がる破壊現象.

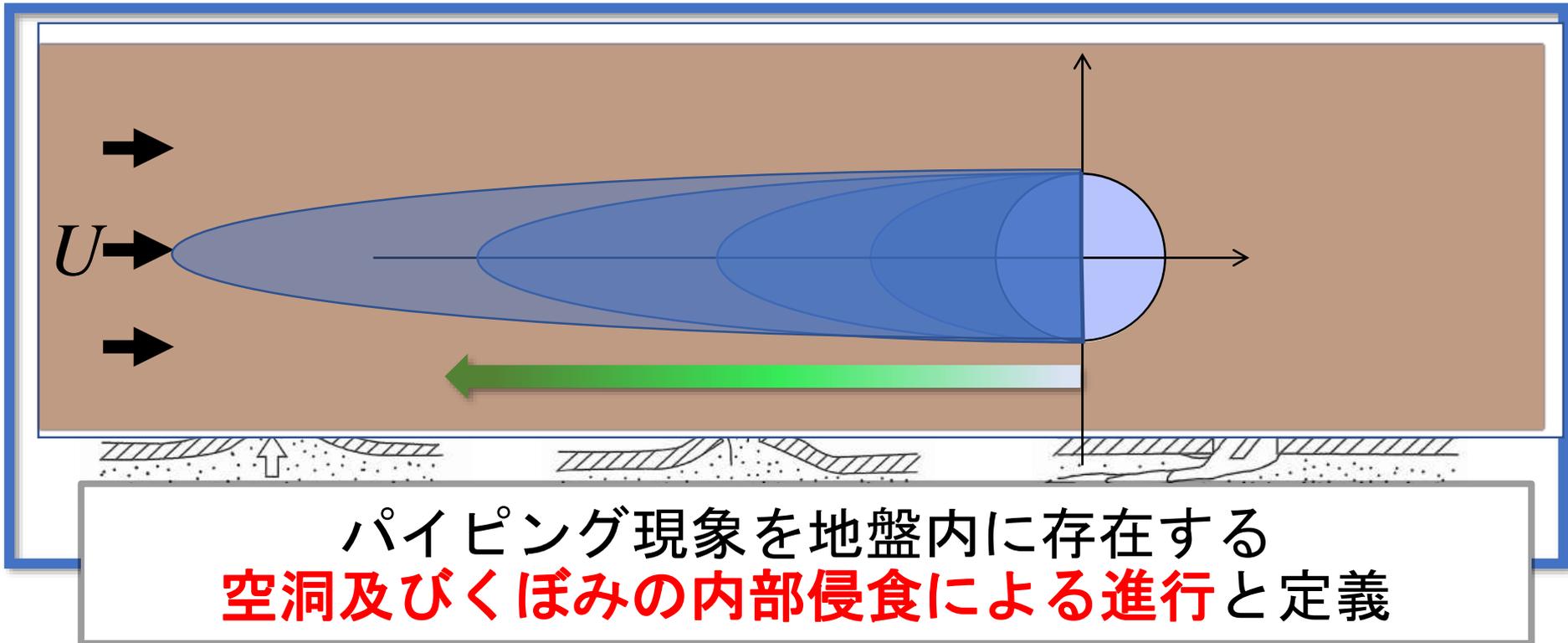


### 3 狭義のパイピング破壊 (内部浸食) (internal erosion)

ボイリングあるいは他の原因で堤内地にくぼみや空洞ができ, そこに集中した浸透水によって, 地表に内部侵食が起こり, 空洞 (水みち) が上流側へ延長していく破壊現象.



# パイピングイメージ図



# 既往の考え方

○Justin(1923) 【限界流速法】

土粒子に生じる水圧  $P$  [MLT<sup>-2</sup>] が粒子の有効応力  $W$  [MLT<sup>-2</sup>] とつりあうときの流速

$$P = 2A\gamma_w \frac{v_c^2}{2g} = W$$

$$\rightarrow v_c = \sqrt{\frac{Wg}{A\gamma_w}}$$

$A$  : 粒子断面積 [L<sup>2</sup>]

$v$  : 流速 [LT<sup>-1</sup>]

$g$  : 重力加速度 [LT<sup>-2</sup>]

$\gamma_w$  : 水の単位体積重量 [MT<sup>-2</sup>T<sup>-2</sup>]

○Terzaghi(1922) 【限界動水勾配法】

土粒子に生じる水圧  $P$  [MLT<sup>-2</sup>] が粒子の有効応力  $W$  [MLT<sup>-2</sup>] とつりあうときの動水勾配

$$f = i_c \gamma_w = \gamma'$$

$$\rightarrow i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

$i_c$  : 限界動水勾配

$\gamma'$  : 土の水中単位体積重量 [MT<sup>-2</sup>T<sup>-2</sup>]

$f$  : 浸透力 [MT<sup>-2</sup>T<sup>-2</sup>]

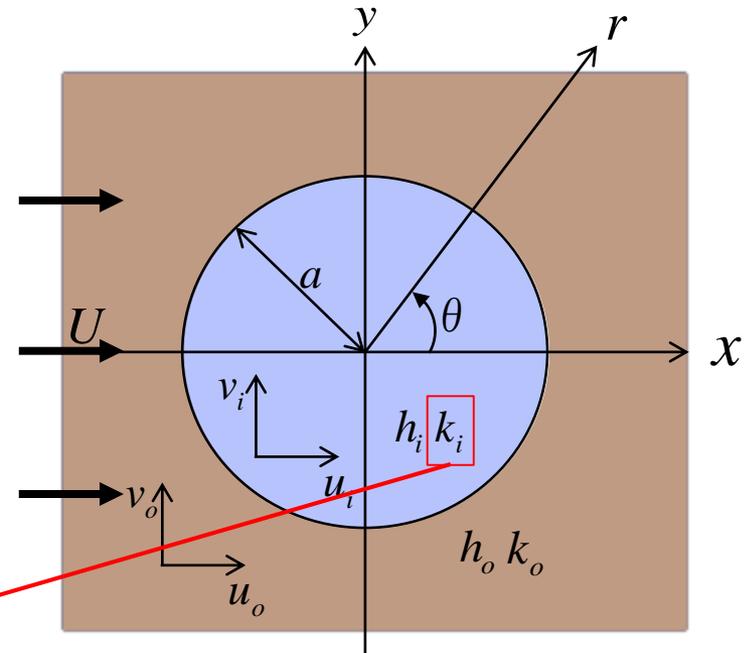
$\gamma_w$  : 水の単位体積重量 [MT<sup>-2</sup>T<sup>-2</sup>]

土粒子が移動し始める基準は存在するが、**進行過程**を表現する式は存在しない！

# 空洞が円形である以下の条件での解を導く

## ○計算に用いた条件

- 1) 一様流速  $U$  中の2次元の飽和浸透流
- 2) 空洞の内外におけるDarcy則の成立
- 3) 流れは  $x$  軸に対して対称
- 4) 空洞内部に特異点はない
- 6) 空洞の境界における水頭の連続性
- 7) 空洞の境界の法線方向の流速の連続



空洞を透水係数の違いで表現

$u_i, v_i, u_o, v_o$ : 空洞内部,外部での  $x, y$  方向流速 [ $LT^{-1}$ ]  
 $h_i, h_o$ : 空洞内部,外部での水頭 [L]  
 $k_i, k_o$ : 空洞内部,外部での透水係数 [ $LT^{-1}$ ]  
 $a$ : 空洞の半径 [L]  
 $U$ : 一様流速 [ $LT^{-1}$ ]

# 地下水流れの基礎方程式

用いる文字の定義を右図に示す

連続式より

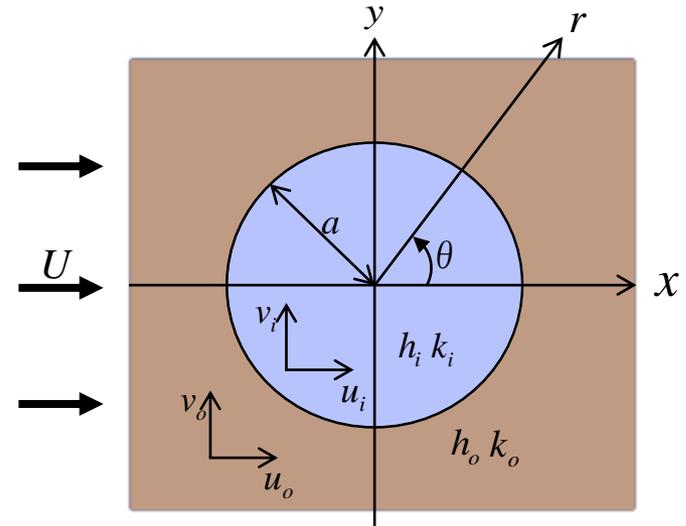
$$\text{div}(\vec{u}) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

空洞の内外で透水係数は一様とするとDarcy則より

$$\begin{cases} u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = -k \frac{\partial h}{\partial x} \\ v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -k \frac{\partial h}{\partial y} \end{cases} \quad (\phi = -kh)$$

これを連続式へ代入すると、以下のラプラス方程式を得る

$$\begin{cases} \Delta h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 & (\text{直交座標表示}) \\ \Delta h = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0 & (\text{極座標表示}) \end{cases}$$



$u_i, v_i, u_o, v_o$ : 空洞内部,外部での $x, y$ 方向流速 [ $LT^{-1}$ ]  
 $h_i, h_o$ : 空洞内部,外部での水頭 [L]  
 $k_i, k_o$ : 空洞内部,外部での透水係数 [ $LT^{-1}$ ]  
 $a$ : 空洞の半径 [L]  
 $U$ : 一様流速 [ $LT^{-1}$ ]  
 $\phi$ : 速度ポテンシャル[L]

$$\text{空洞内部} : h_i(r, \theta) = -\frac{2}{k_i + k_o} U r \cos \theta = -\frac{2}{k_i + k_o} U x \quad \text{空洞外部} : h_o(r, \theta) = -\frac{U}{k_o} \left( r + \frac{a^2}{r} \frac{k_o - k_i}{k_i + k_o} \right) \cos \theta$$

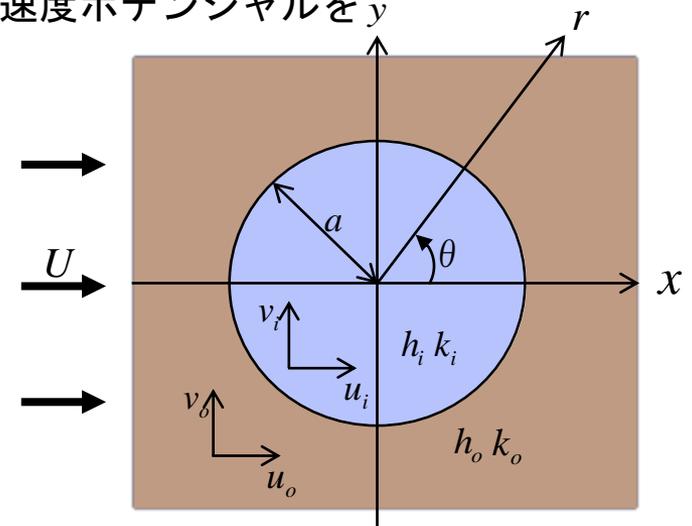
# 円形空洞周りの流れの解の導出

この流れ場の流線・等ポテンシャル線の形状を見るため、複素速度ポテンシャルを求めよう。

$r$ 方向の流速 $u_r$ と流線関数 $\psi$ の関係式

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$$

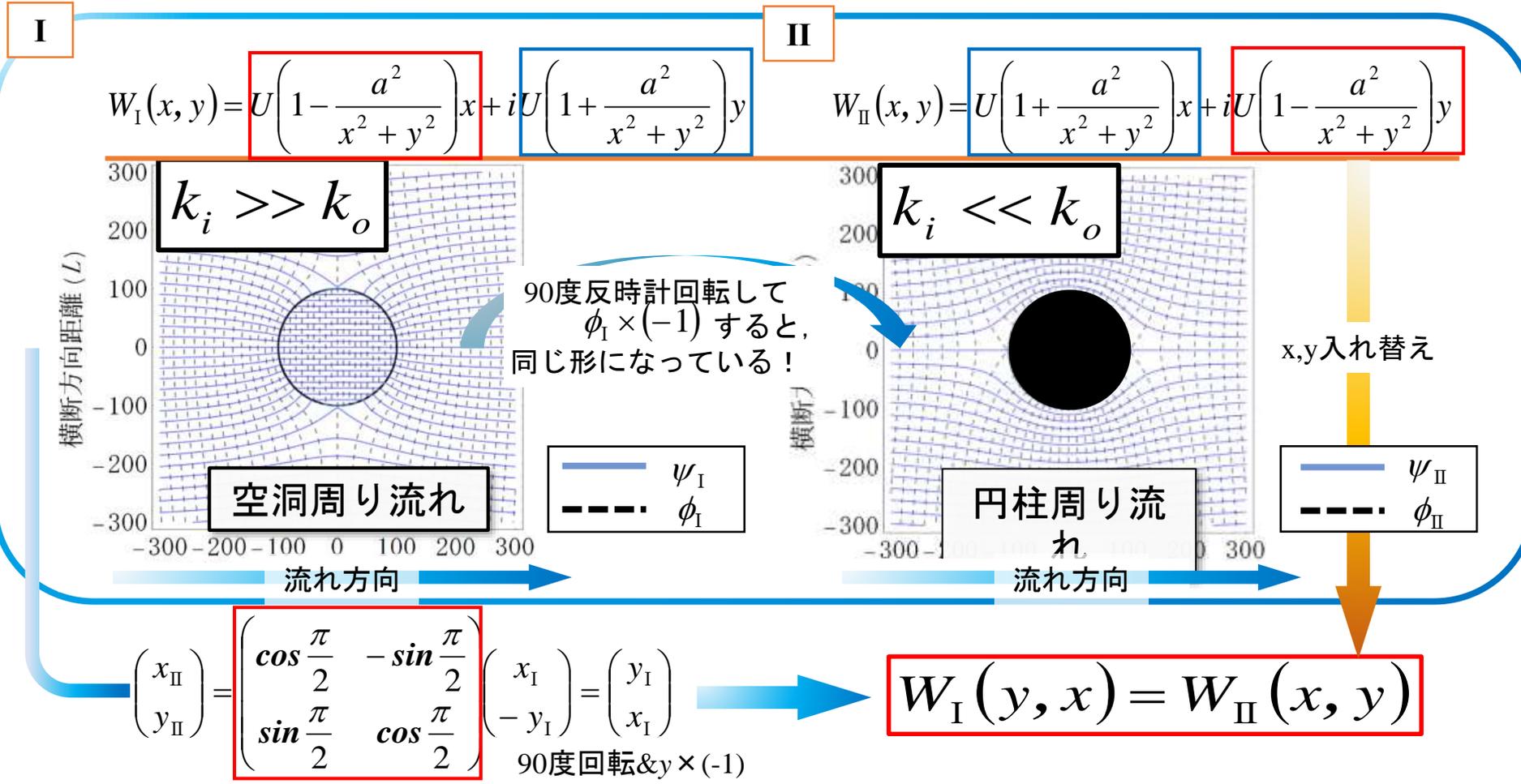
流線関数を求め、複素速度ポテンシャルとして表示



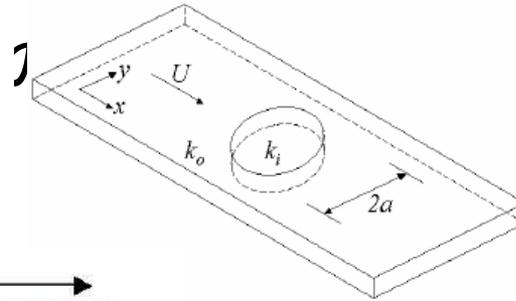
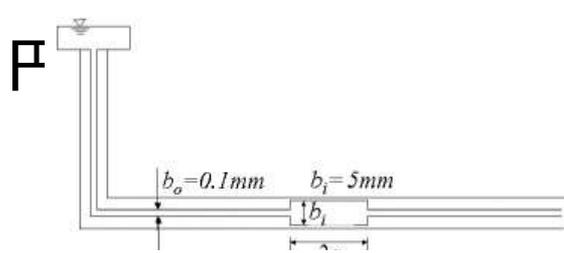
$$\text{空洞内部: } W_i(r, \theta) = \phi_i + i\psi_i = \frac{2k_i}{k_i + k_o} U r \cos \theta + i \frac{2k_i}{k_i + k_o} U r \sin \theta$$

$$\text{空洞外部: } W_o(r, \theta) = \phi_o + i\psi_o = U \left( r + \frac{k_o - k_i}{k_i + k_o} \frac{a^2}{r} \right) \cos \theta + i U \left( r - \frac{k_o - k_i}{k_i + k_o} \frac{a^2}{r} \right) \sin \theta$$

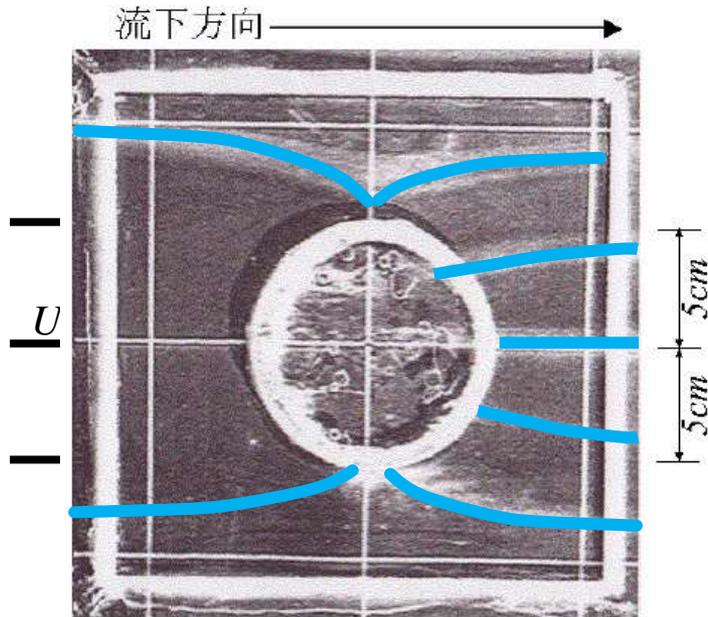
# 一様流中の円周りの流れに対する双対定理 (空洞周り, 円柱周り流れの関係)



# 実験と計算結果の比較

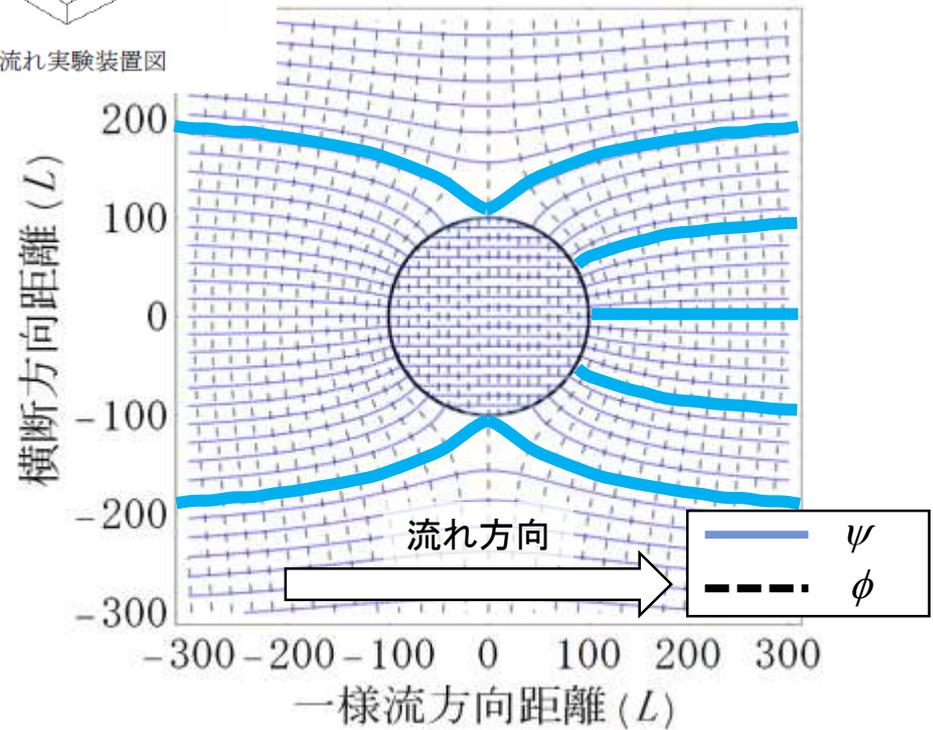


ポテンシャル線を可視化



Helle-Shaw 流れ実験装置図

佐藤ら(2007)による実験



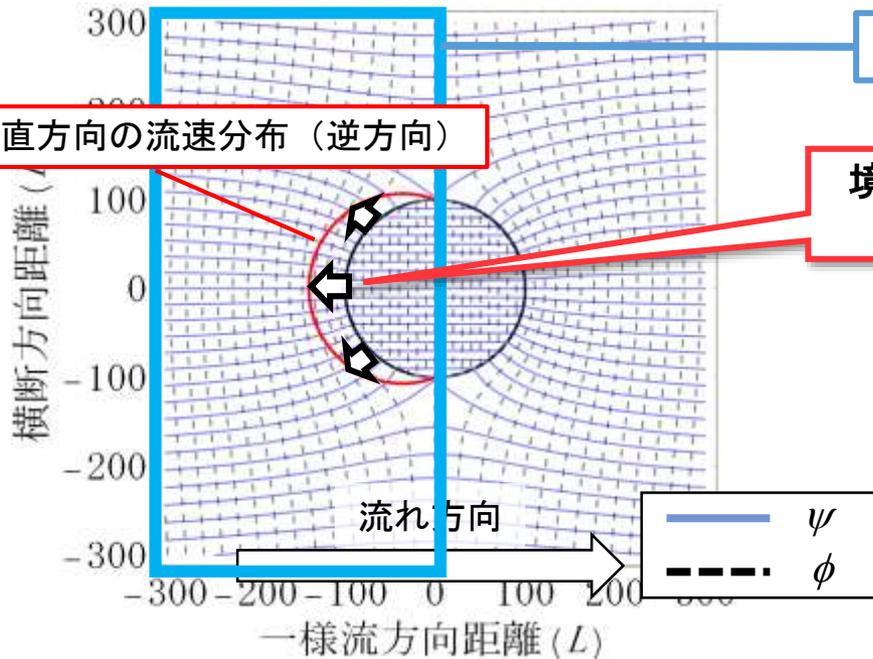
計算結果と概ね一致している！

# 円形空洞周りの流れの解からパイピングの進行形状に対する考察

速度ポテンシャルを  $\phi = -kh$  とした時の複素速度ポテンシャル

$$\text{空洞内部} : W_i(r, \theta) = \phi_i + i\psi_i = \frac{2k_i}{k_i + k_o} Ur \cos \theta + i \frac{2k_i}{k_i + k_o} Ur \sin \theta$$

$$\text{空洞外部} : W_o(r, \theta) = \phi_o + i\psi_o = U \left( r + \frac{k_o - k_i}{k_i + k_o} \frac{a^2}{r} \right) \cos \theta + iU \left( r - \frac{k_o - k_i}{k_i + k_o} \frac{a^2}{r} \right) \sin \theta$$



円の中心より上流側で流線を引き込んでいる

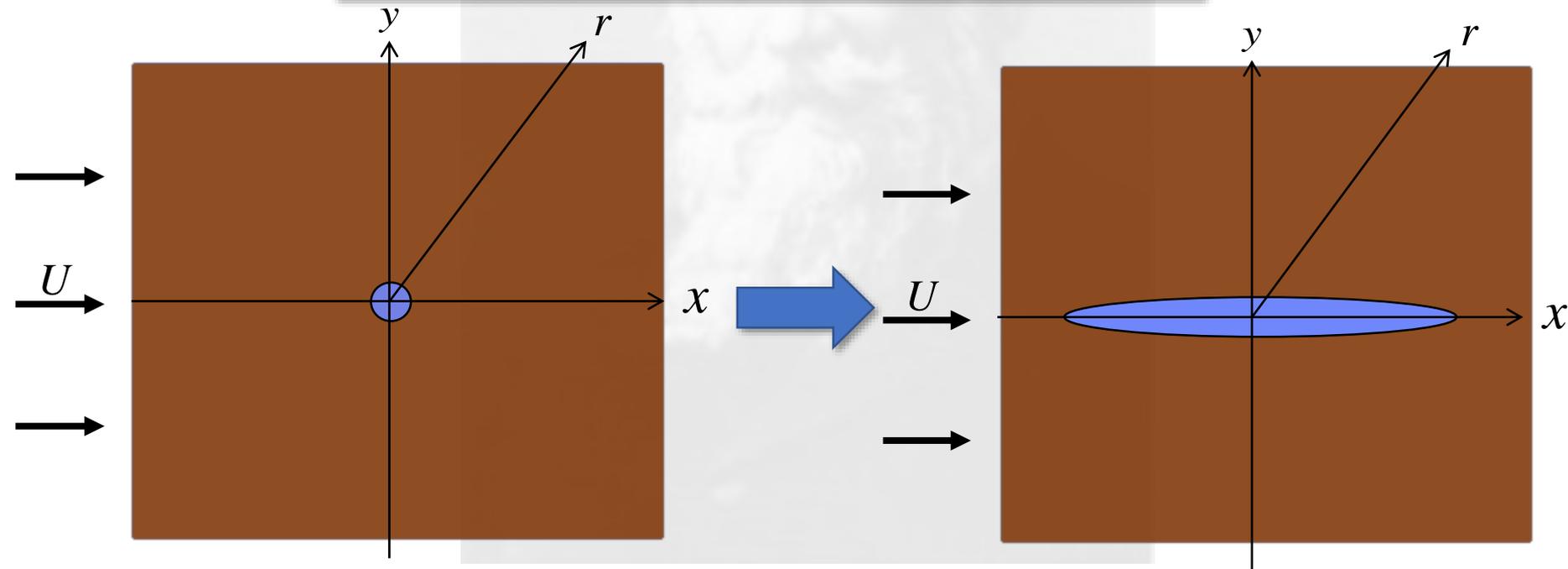
境界垂直方向の流速分布 (逆方向)

境界の剥離が境界垂直方向の流速に比例すると  
内部侵食は矢印の方向に進行する

空洞は**楕円**もしくは**円弧**に近い形状  
に変化していくと推測できる！

○円形空洞周りの解を楕円周りの解に変換するため、等角写像理論の**Joukowski変換**を用いる

Joukowski変換: 
$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta}$$



# 等角写像とは

「角度が保存される座標変換」

$$z = f(\zeta) \quad (\zeta = x+iy \rightarrow z = x'+iy')$$

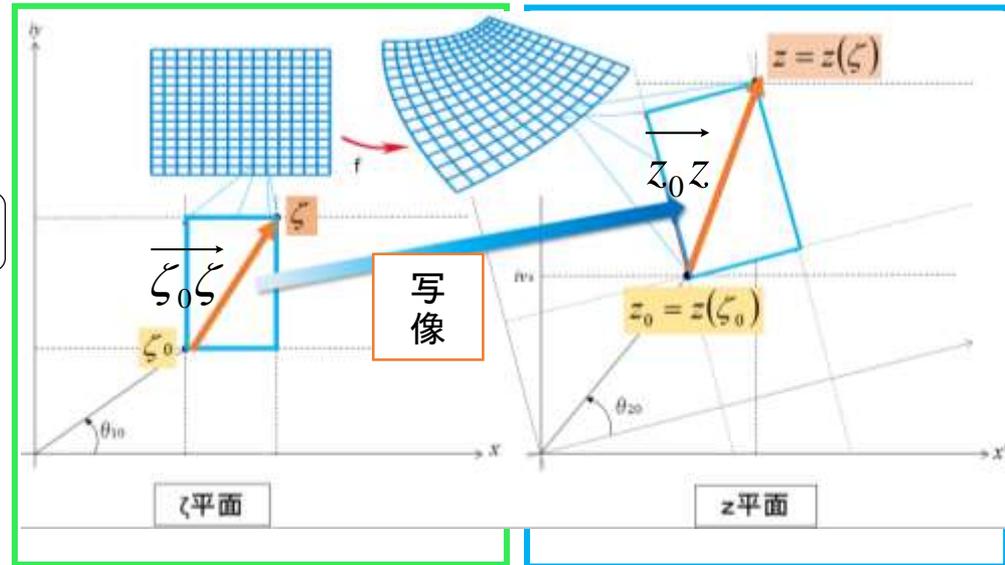
座標変換

$$W(\zeta) \rightarrow W(z(\zeta))$$

写像前後のベクトルの比をとると・・・

$$\frac{\overrightarrow{z_0 z}}{\overrightarrow{\zeta_0 \zeta}} = \lim_{\zeta \rightarrow \zeta_0} \frac{z(\zeta) - z(\zeta_0)}{\zeta - \zeta_0} = \frac{dz}{d\zeta}(\zeta_0) \quad \text{注目}$$

$\frac{dz}{d\zeta}(\zeta_0) = re^{i\theta}(\zeta_0) : \zeta_0$  点では全てのベクトルが同じ回転を受ける！

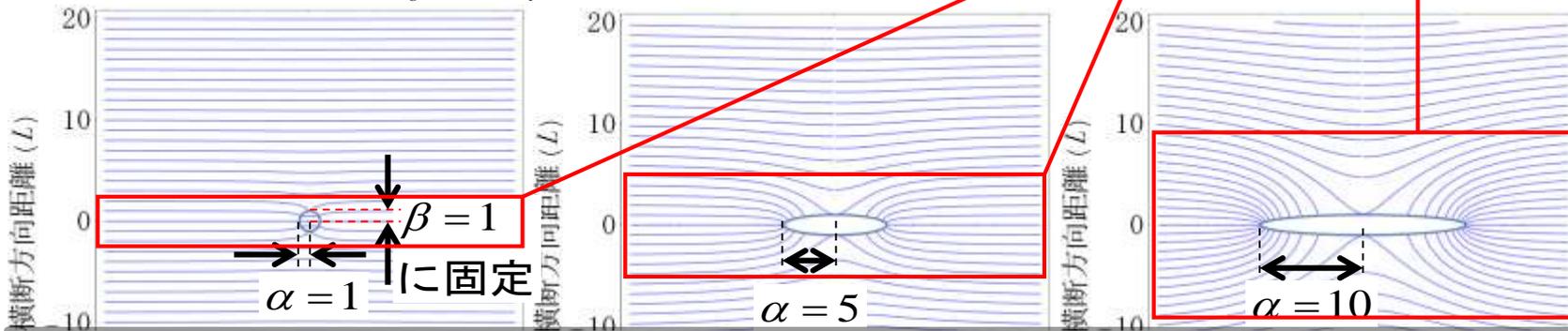


# 楕円形空洞周りの流れの解

Joukowski変換： $z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta}$  を用いて円周り→楕円周りの解へ変換された複素速度ポテンシャル

$$W_o(z) = U \left( \frac{z + \sqrt{z^2 - 4b^2}}{2} + \frac{k_o - k_i}{k_i + k_o} \frac{2a^2}{z + \sqrt{z^2 - 4b^2}} \right) \quad b^2 : \text{任意定数}$$

○  $U = 1, k_o = 1, k_i = 1000$ として、短軸  $\beta$  が一定のもとで長軸  $\alpha$  を変化させた流線図

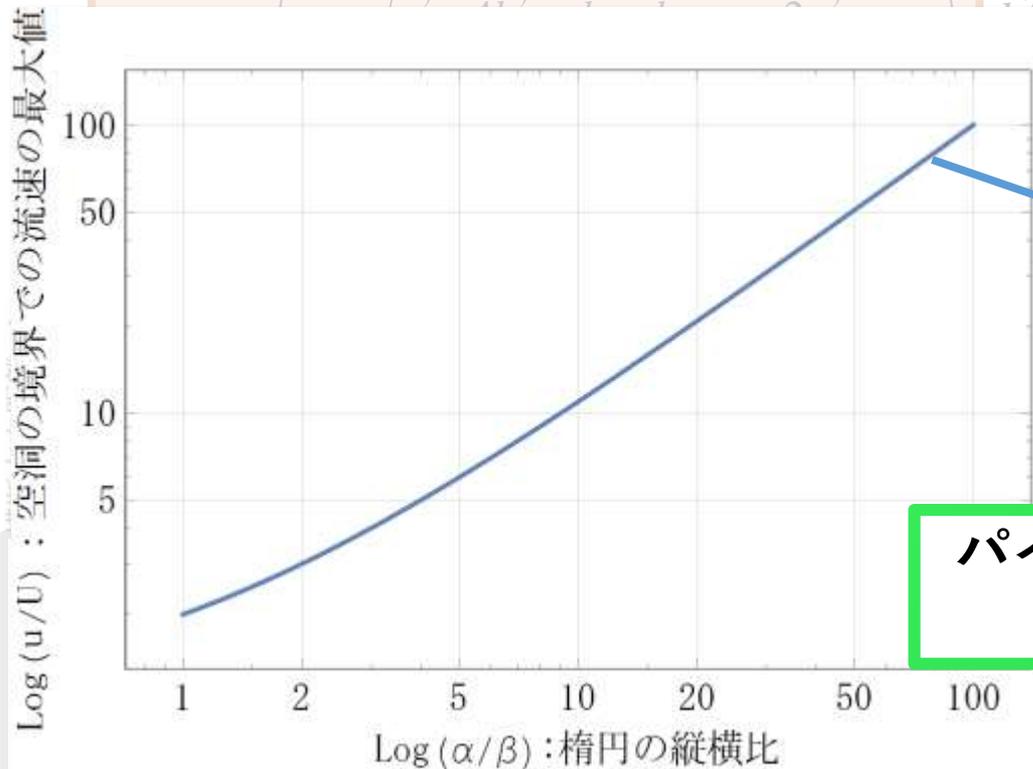


空洞に引き込まれる流線の範囲

$\alpha / \beta$  の増加に従って、より遠くの流線を引き込んでいる  
=楕円が扁平になるほど端点での流速が大きくなっている！

# 楕円形空洞周りの流れの解

空洞の縦横比 $\alpha/\beta$ と一様流速 $U$ に対する流速の最大値の関係



: 任意定数

空洞に引き込まれる流線の範囲

一定のもとで長軸を変化させた流線

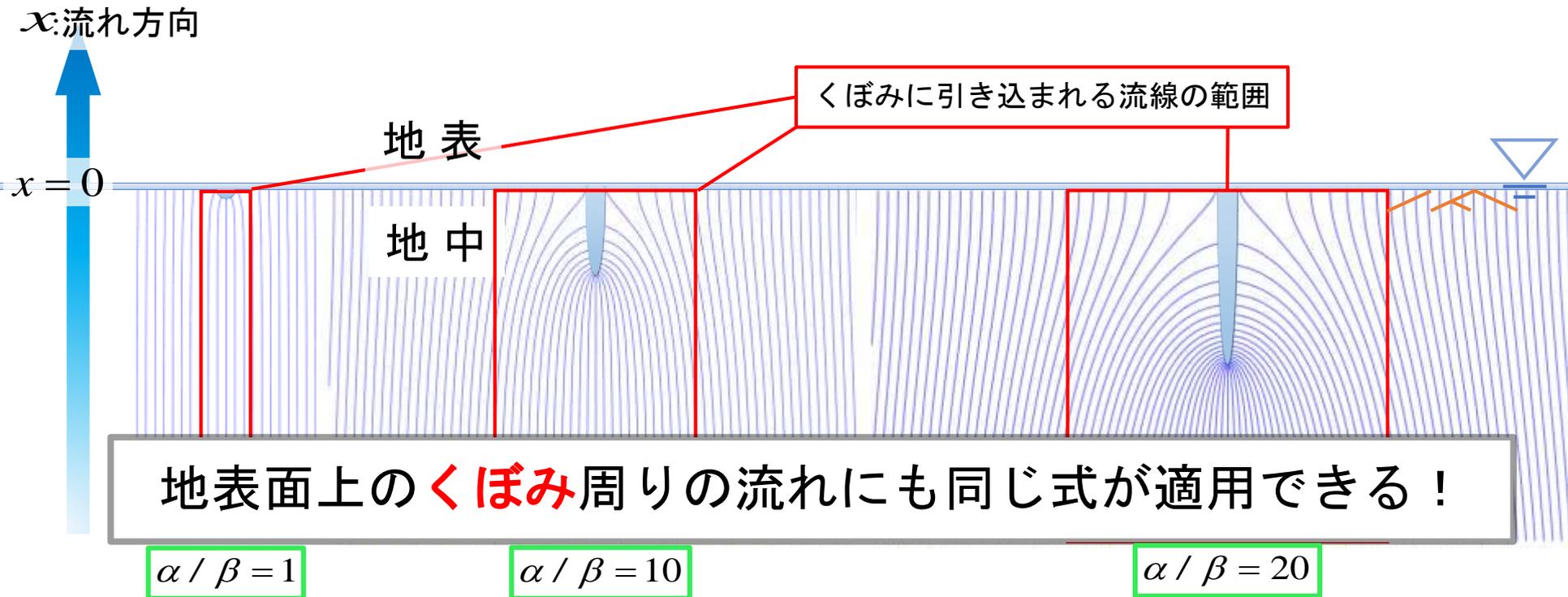
比例関係に漸近している

パイピングは加速度的に進行していく！

流速が大きくなっている！

# 地表面上にくぼみが存在した場合への応用

$x = 0$  での等ポテンシャル線が直線になることを利用し,  $h|_{x=0} = 0$  とおくと . . .



# 悪戦苦闘中の乱流理論

# 乱流の統計理論的研究の歴史

年	人物・研究(キーワード)	内容
1938	<b>G.I.Taylor</b> 「一様等方性乱流理論」	速度の相関(Ex. 2点2時刻相関)が中心的役割を果たすことを強調.
◎ 1941	<b>A.N.Kolmogorov</b> 「局所等方性乱流理論」	乱流の慣性領域における普遍的構造を2つの仮説と次元解析により見出した.
1948	<b>W.K.Heisenberg</b> 「Heisenbergの渦粘性モデル」	速度の3次相関を乱流粘性とおくことで慣性領域と散逸領域のスペクトルの概形を解析的に求めた.
1950 年代	<b>Millionshtchikov (1941), Proudman &amp; Reid (1954), Tatsumi (1957)</b> 「準正規(Q.N.)理論」	速度の確率密度関数が正規分布になるとして4次相関を2次相関の積で表現し, 3次相関および2次相関について厳密な表式を解いた. →Ogura(1963)はQ.N.理論ではエネルギー Spektrum が負になることを指摘した.
◎ 1959	<b>R. H. Kraichnan</b> 「直接相互作用近似(D.I.A.)」	乱流場の応答を表すグリーン関数を新たに導入し, 相関関数とグリーン関数の両者を用いて閉じた方程式系を構成した. D.I.A.は最も洗練されたクロージャー理論である. →Kraichnan(1959)はD.I.A.が異時刻相関がガリレイ不変性を満たしていないため慣性領域におけるKolmogorovの-5/3乗則を導けないことを指摘した.
1960 年代	<b>R. H. Kraichnan(1965, 1966)</b> 「A.L.H.D.I.A.」	Lagrange的枠組みで構成されたDIA理論.
1981	<b>Kaneda</b> 「Lagrange的くりこみ近似(L.R.A.)」	KraichnanのA.L.H.D.I.A.に対してより系統だった柔軟性に富んだ統計理論を構築した.
◎ 1984	<b>Yoshizawa</b> 「T.S.D.I.A.理論」	DIAと多重スケール解析の手法を組み合わせることで非一様性乱流を解析する統計理論を構成した.

# Kraichnanの直接相互作用近似(Direct-Interaction Approximation: DIA)

## 支配方程式群

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k}, t) = 0 \quad (1)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \nu k^2 \right) u_i(\mathbf{k}, t) = \lambda M_{iab}(\mathbf{k}) \sum_{\mathbf{l}+\mathbf{m}=\mathbf{k}}^{\Delta} u_a(\mathbf{l}, t) u_b(\mathbf{m}, t) \quad (2)$$

(13)

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \nu k^2 \right) \tilde{G}_{ij}(\mathbf{k}; t, s) = 2\lambda M_{iab}(\mathbf{k}) \sum_{\mathbf{l}+\mathbf{m}=\mathbf{k}}^{\Delta} u_a(\mathbf{l}, t) \tilde{G}_{bj}(\mathbf{m}; t, s) + P_{ij}(\mathbf{k}) \delta(t-s)$$

$$\left[ M_{iab}(\mathbf{k}) = \frac{i}{2} (k_a P_{ib}(\mathbf{k}) + k_b P_{ia}(\mathbf{k})) \quad , \quad P_{ij}(\mathbf{k}) = \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right]$$

$k$  : 波数  
 $\mathbf{k}$  : 波数ベクトル  
 $\mathbf{u}$  : 波数空間流速ベクトル  
 $\nu$  : 動粘性係数  
 $D$  : 非圧縮オペレーター

## ▼ DIA方程式

速度の2次相関 $Q$ とGreen関数 $G$ についての閉じた方程式系を構成する

### Approach

1. **摂動展開** :  $u_{ij}$ ,  $G_{ij}$ を $\lambda$ のべきに展開する.
2. **ガウス統計に基づく計算** : 展開した式を支配方程式群に代入し,  $\lambda$ について最低次の $\mathbf{u}^{(0)}$ がGauss分布に従うとして統計平均をとる.
3. **部分和** :  $u_{ij}$ ,  $G_{ij}$ についての無限級数を自明でない最低次の項( $O(\lambda^2)$ )で打ち切り.
4. **くりこみ(無限部分和)** : 得られた式の $Q^{(0)}$ ,  $G^{(0)}$ を本物の $Q$ ,  $G$ でそれぞれ置き換える.

# KraichnanのD.I.A.理論と非一様性乱流の統計理論との比較

## ▼DIA理論

### Approach

1. **摂動展開** :  $u_{ij}$ ,  $G_{ij}$ を $\lambda$ のべきに展開する.
2. **ガウス統計に基づく計算** : 展開した式を支配方程式群に代入し,  $\lambda$ について最低次の $\mathbf{u}^{(0)}$ がGauss分布に従うとして統計平均をとる.
3. **部分和** :  $u_{ij}$ ,  $G_{ij}$ についての無限級数を自明でない最低次の項( $O(\lambda^2)$ )で打ち切り.
4. **くりこみ(無限部分和)** : 得られた式の $Q^{(0)}$ ,  $G^{(0)}$ を本物の $Q$ ,  $G$ でそれぞれ置き換える.

## ▼TSDIAの理論構成

### Approach

1. **2スケールの導入** : スケールパラメータ $\delta_s$ を用いて空間と時間のスケールを分離.
2. **速い変動成分のフーリエ表現** : 揺らぎ速度場は速い空間変数について局所的な平均流 $U$ に乗った座標系でフーリエ変換を実行する.
3. **スケールパラメータによる展開** : 物理量 $f$ をスケールパラメータ $\delta$ を用いてべき乗展開する. (最低次の方程式はDIAのN-S式に等しい.)
4. **Green関数の導入** : 揺らぎ速度場のN-S式に付随するGreen関数を導入する.
5. **基本場に統計的性質を仮定** : 最低次の速度相関とGreen関数に一様等方性を仮定. (TSDIAにおける非一様性効果は1次近似以降に入ってくる)
6. **DIAによる統計量の計算** : 基本場の統計的性質を利用して速度や圧力の相関をDIAの手法を用いて計算する.

# TSDIAにおいてスケールパラメータの2次オーダーまで考慮したK-εモデル

$$R_{ij} = \frac{2}{3} K \delta_{ij} - \nu_T \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \Gamma_1 \left( \frac{D}{Dt} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right) + \Gamma_2 \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \frac{\partial U_j}{\partial x_m} \right)^*$$

$$+ \Gamma_3 \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \frac{\partial U_m}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_m} \frac{\partial U_m}{\partial x_i} \right) + \Gamma_4 \left( \frac{\partial U_m}{\partial x_i} \frac{\partial U_m}{\partial x_j} \right)^*$$

$$\nu_T = C_{\nu_1} \frac{K^2}{\varepsilon} + C_{\nu_2} \frac{K^2}{\varepsilon^2} \frac{DK}{Dt} + C_{\nu_3} \frac{K^3}{\varepsilon^3} \frac{D\varepsilon}{Dt}, \quad C_{\nu_1} = 0.1230, \quad C_{\nu_2} = 0.1470, \quad C_{\nu_3} = 0.0933$$

$$\Gamma_1 = C_1 \frac{K^3}{\varepsilon^2}, \quad \Gamma_2 = C_2 \frac{K^3}{\varepsilon^2}, \quad \Gamma_3 = C_3 \frac{K^3}{\varepsilon^2}, \quad \Gamma_4 = C_4 \frac{K^3}{\varepsilon^2}$$

$$C_1 = 0.0427, \quad C_2 = 0.0542, \quad C_3 = 0.0297, \quad C_4 = 0.0525$$

\*は、テンソルの縮約を取ると消えるような構造をしている  
上記の表式を歪速度 $S_{ij}$ と渦度 $\Omega_{ij}$ を用いて書き直す

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

# TSDIAにおいてスケールパラメータの2次オーダーまで考慮したK-εモデル

スケールパラメータの2次までの表式を歪速度 $S_{ij}$ と渦度 $\Omega_{ij}$ を用いて書き直す

$$R_{ij} = \frac{2}{3} K \delta_{ij} - 2\nu_T S_{ij} + \gamma_1 \left[ S_{im} S_{mj} \right]_{tre} + \gamma_2 \left( S_{im} \Omega_{mj} + S_{jm} \Omega_{mi} \right) \\ + \gamma_3 \left[ \Omega_{im} \Omega_{mj} \right]_{tre} + \gamma_4 \frac{DS_{ij}}{Dt}$$

$$\nu_T = C_{\gamma_1} \frac{K^2}{\varepsilon} + C_{\gamma_2} \frac{K^2}{\varepsilon^2} \frac{DK}{Dt} + C_{\gamma_3} \frac{K^3}{\varepsilon^3} \frac{D\varepsilon}{Dt}, \quad C_{\nu_1} = 0.1230, \quad C_{\nu_2} = 0.1470, \quad C_{\nu_3} = 0.0933$$

$$\gamma_1 = C_1 \frac{K^3}{\varepsilon^2}, \quad \gamma_2 = C_2 \frac{K^3}{\varepsilon^2}, \quad \gamma_3 = 0, \quad \gamma_4 = C_4 \frac{K^3}{\varepsilon^2}$$

$$C_1 = 0.119 (= 4.0 \times 0.0297), \quad C_2 = 0.0492 (= 4 \times 0.0123), \quad C_4 = 0.0105 (= 2 \times 0.00525)$$

$$\left[ S_{im} S_{mj} \right]_{tre} = S_{im} S_{mj} - \frac{1}{3} S_{nm} S_{mn} \delta_{ij}$$

$$\left[ \Omega_{im} \Omega_{mj} \right]_{tre} = \Omega_{im} \Omega_{mj} - \frac{1}{3} \Omega_{nm} \Omega_{mn} \delta_{ij}$$

# 私の研究に対する思い出と 若手研究者へのメッセージ

# 私の研究に対する思い出と若手研究者へのメッセージ

私の研究人生も半世紀になろうとしています。ここまでやって来られたのもひとえに指導頂いた先生方、そして研究者仲間にも恵まれていたからだと思っています。中央大学の学生時代は国際水理学会会長を務められた林泰造先生の指導を受け、その後移った東京工業大学では吉川秀夫先生、日野幹雄先生、福岡捷二先生らに指導頂きながら助手時代を過ごしました。学外では、東京大学の虫明功臣先生と親しくさせて頂き、当時研究室にいらっしゃった沖大幹先生や鼎信次郎先生と知り合うことができました。さらに、京都大学の岩佐義朗先生、中川博次先生、高棹琢馬先生を通じて、池淵周一先生や椎葉充晴先生、寶馨先生、中北英一先生、立川康人先生と親しくお付き合いさせて頂くことで自分も成長させてもらいました。皆さんとは、若い頃から国内外の学会で顔を合わせ、研究の話から他愛無い話まで喧々諤々の時もあれば穏やかな時もあるって、何度となく議論させてもらいました。特に、中川先生、高棹先生には何度となく祇園や先斗町界隈で飲ませて頂いたことも、研究者としてのその後の経験に繋がっています。

# 私の研究に対する思い出と若手研究者へのメッセージ

忘れてならないのは中央大学，防衛大学校，北海道大学などにおいて私の研究室に来てくれた学生諸君です．現在，教え子たちがこれまでの論文をまとめてくれています．その論文数が査読付き，査読なし論文を合わせて1400篇近くになるとのことで，彼らの頑張りに改めて感服しています．査読なし論文の1000篇余りは学生が中心に書いた論文なので出来には差があるかもしれませんが，この成果は大切な財産です．熊本県知事が県議会でダム建設再開を表明した演説にも，私が長く提唱してきた「不確実性」という言葉が使われ，これも学生たちが長く研究してきた成果です．他にも，気象，水位，氾濫予測等，河川工学に関わる多くの計算手法の提案を始め，水文学的アプローチによる放射能に関する研究，避難の意思決定に関する研究，水質問題に関する研究，ミュオン粒子を活用した探査技術に関する研究など，私の学生が頑張った研究成果は挙げれば限りがありませんが，本当に多くの成果を遺してくれました．彼らの研究成果が，水文学とは水を扱う全ての学問であるということを体現してくれていると思います．これらの研究成果を学生たちと積み重ねて来られたことは私の研究人生の最大の喜びです．

# 私の研究に対する思い出と若手研究者へのメッセージ

一方で、今の若手研究者の皆さんには若干の心配している点があります。私は多くの先生方や研究者仲間と研究について議論する場が日常的にありました。しかし、最近の学会活動を始めとする研究会に活気、覇気を感じません。研究の世界に老いも若いもありません。積極的に意見を主張し、議論し、そして発展させて、世界に挑んでほしいと思います。

# 私の研究に対する思い出と若手研究者へのメッセージ

最後に、今年はコロナ騒ぎで大変な年でした。しかし、大学に行けないため日頃読みたいと思っていた本を読めた年でした。その中の一冊で、菅原正巳先生の本を紹介します。数学者リーマンが教授になるための審査講演会をガウスの前で発表した際の論文を菅原先生が翻訳したものです（「幾何学の基礎をなす仮説について」，復刻版，筑摩書房）。流出解析の一分野を創られた菅原先生が相対性理論や微分幾何学など純粋数学の論文を熟読，精通されているのです。さらに，一般相対性理論を創ったアインシュタインは，川はなぜ曲がるのかというエッセイに近い論文も執筆しています。後世，アインシュタインは，流線が曲がったところにはコリオリ力と同じような力が働いて二次流が発生し，この二次流が川の蛇行の大元であると述べてます。菅原先生やアインシュタインらは，純粋数学や物理学を探究するとともに，自然現象にも深く興味をもった本質的な研究をされていたということです。

今の私たちに水文学の学理としての進化を目指し  
探求している研究者がどれだけいるだろうか…

# 私の研究に対する思い出と若手研究者へのメッセージ

さらに、水文学は社会に応用されることが期待されている学問であり、同時に、科学的に深く探求すべき学問であると理解しています。もちろん、数多くの水文研究者が日々研究に邁進し、その成果を公表していることも知っています。しかし、果たしてその成果が社会に応用されているでしょうか。応用的学問と言う割には応用できる成果が少なく、学理的に探究しているという割には科学的に浅い研究にはなっていないでしょうか。最近、日野幹雄先生が「乱流の科学～構造と制御～」という1000頁を超える著書をまとめられました。私たちにこれと同等レベルの水文学の書籍を執筆することができるでしょうか。

# 私の研究に対する思い出と若手研究者へのメッセージ

近年、日本は水害が激甚化し、頻発していることは周知です。こうした世情にあって我々水文学を専門とする研究者がいかにあるべきか、もう一度考えて頂きたい。そして、人命と資産を守り、国民の安寧を願うまちづくりに資するような研究をしていきたいと強く思います。さらに、若い人たちにはその研究成果をもって諸外国を席卷してほしいと期待するばかりです。

勝手なことばかり述べましたが、ここで述べたことは私自身が今後研究者として生きていくための枷とすべきことであり、ここに記録することで後進につながり、水文学としての学理の進展につながれば良いと思っています。

# JIS (Japanese International School)



日本国際学校の開校セレモニー  
(2016年5月7日)



日本国際学校の校舎

# チャオプラヤ川下流域の洪水被害の軽減に向けて

チャオプラヤ川下流域の洪水被害軽減に向けて  
9つの作業計画 (2016年)

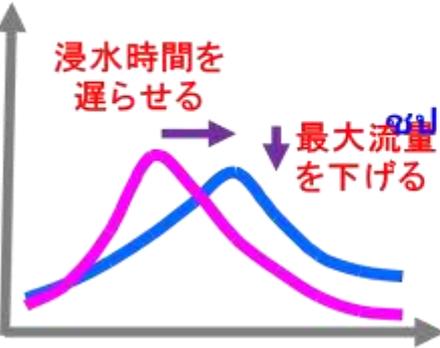


## 方針

1. 浚渫・障害物の撤去・排水口の向上によって河川の排水能力を高める
2. 新しい排水設備の追加
3. チャオプラヤ川の限界以上の排水は行わない(2800m<sup>3</sup>/s)
4. 畑で一時的に貯水

浸水時間を遅らせる

最大流量を下げる



75%<sup>5</sup>  
チャオプラヤ川の排水効率の向上

จท - ชป.

81%<sup>6</sup>  
堤防外側の水管理計画

ยผ. - สก. ปค. ชป.

4%<sup>7</sup>  
アユタヤ・バイパス水路

ชป. - ทล. ทช.

6%<sup>4</sup>  
チャオプラヤ西部灌漑水路の排水量の向上

จท. - กทม. ทช. รพท.

พอช.

8  
ターチン川排水効率向上

จท. - ชป.

2.1  
チャイナート-  
パサック運河

ชป. - ทช.

2.2  
パサック川・  
タイ湾水路

ชป. - ทช.

1  
21%  
チャオプラヤ東部の低地における灌漑運河の排水流量の向上

ชป. - ทล. ทช. รพท.  
พอช.

3  
外郭環状  
道路放水路

ชป. - ทล.

9  
洪水調節地域

ชป. - ทช. ทล.

修復  
新設