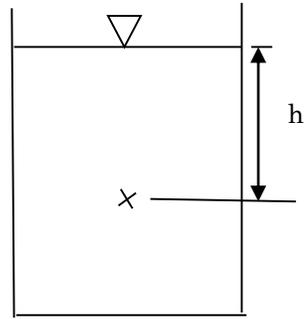


密度流・土石流・掃流砂・浮遊砂研究における課題と展望

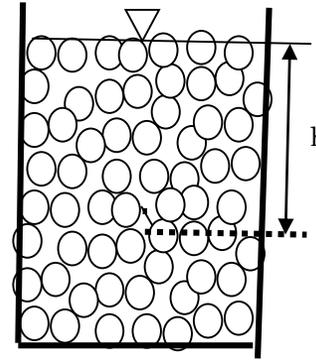
江頭進治

土木研究所水災害・リスクマネジメント国際センター
2013~

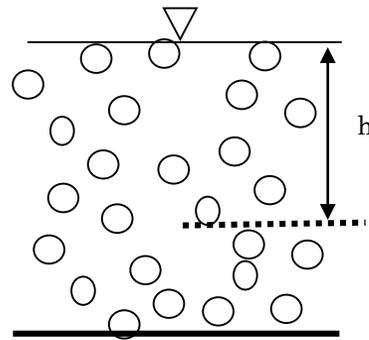
京都大学防災研究所→立命館大学工学部→(株)ニュージェック
1973 1994 2007



(a) Sediment concentration $c=0$
by volume

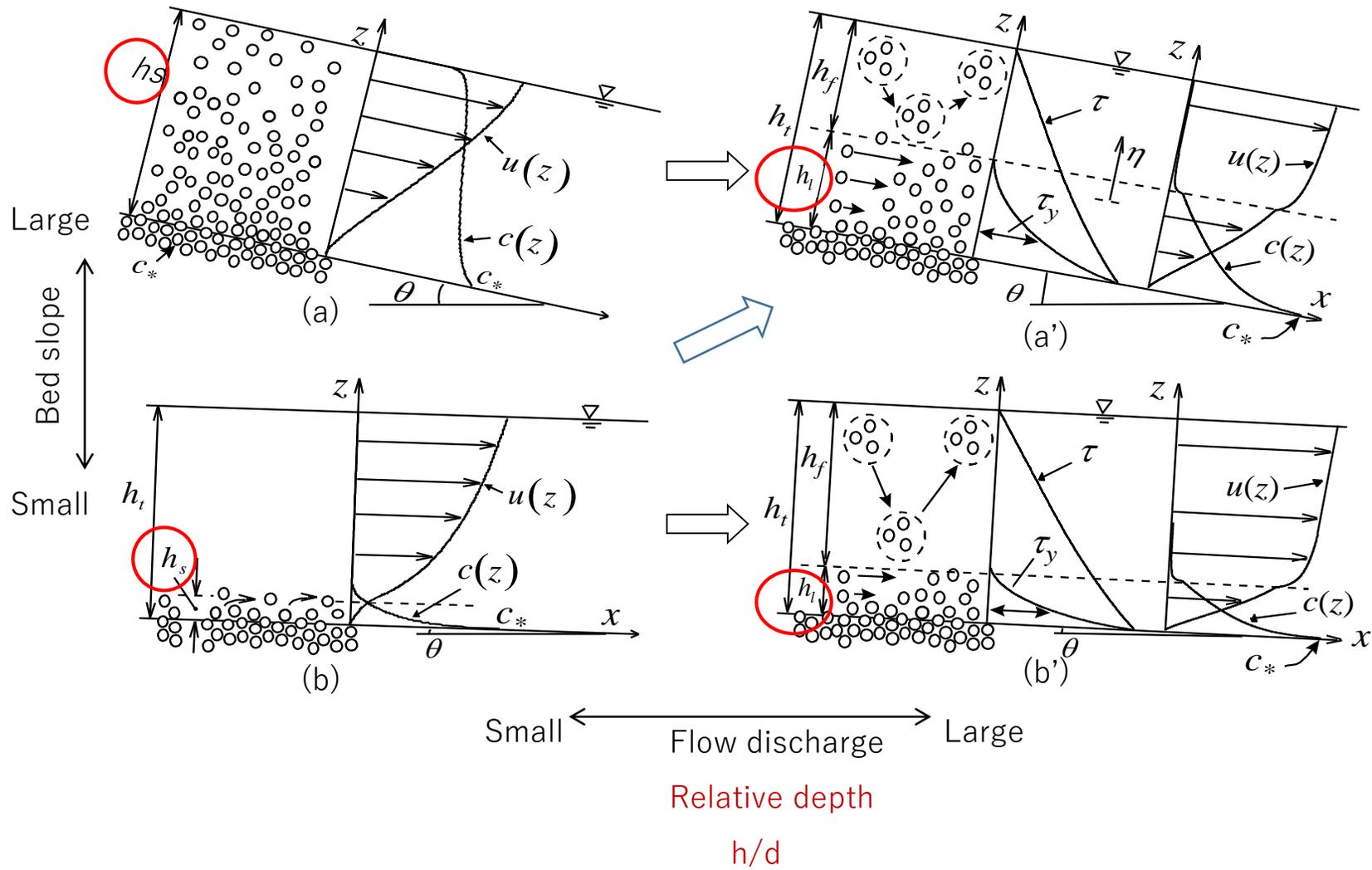


(b) Sediment particles are supported by themselves



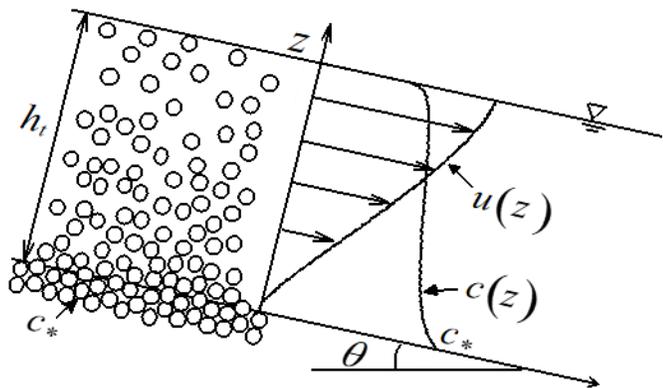
(c) Sediment concentration $c=c$ and sediment particles are entrained into the flow body

図 間隙水圧のいろいろ



流砂を伴う流れ Flow regime of sediment and water mixtures

土石流の構成則



u 流速 p 圧力 τ せん断力

ρ 水の密度 σ 砂礫粒子の密度

ρ_m 水と砂礫の混合体の密度

c 砂礫の体積濃度 c_* 静止堆積層の土砂濃度

運動量保存則

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = b_i - \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

エネルギー保存則

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \rho_m b_i u_i + \frac{\partial p u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij} u_i}{\partial x_j} - \Phi$$

$$\Phi = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad \text{散逸関数 (単位時間単位体積あたりのエネルギー損失)}$$

単純せん断流 (等流)

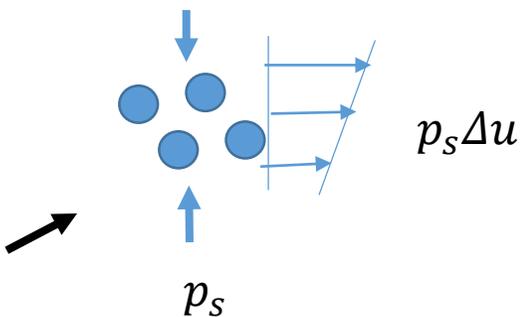
$$\Phi = \tau \frac{\partial u}{\partial z}$$



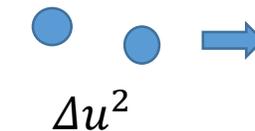
$\Phi \longleftrightarrow \tau$

エネルギー
散逸の原因

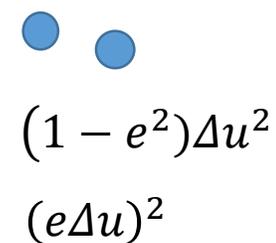
- ・ 粒子接触場のせん断
- ・ 粒子間の非弾性衝突 (2体衝突) ---宮本 (1985)
- ・ 粒子間隙水のせん断



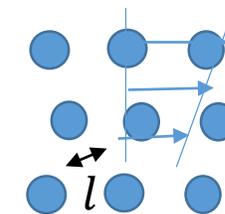
衝突前



衝突後



---江頭ら (1989)



$$\rho l^2 (du/dz)^2$$

$$l = l(c, d)$$

こ線形和で評価できるものとする、

$$\Phi = \Phi_s + \Phi_d + \Phi_f$$

$$= p_s \tan \phi \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) + k_d (1 - e^2) \sigma c^{1/3} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^3 + k_f \rho \frac{(1 - c)^{5/3}}{c^{2/3}} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^3$$

$$\tau = \tau_y + \tau_d + \tau_f$$

τ_y

τ_d

τ_f

d 砂粒子径

l 間隙の空間スケール

$e = 0.85$ 反発係数

$k_d = 0.0828$

$k_f = 0.16$

圧力は間隙水圧（砂粒子の運動は層流）、砂礫の接触に伴う圧力、衝突に伴う圧力から構成

$$p = p_w + p_s + p_d$$

p_w 間隙水の圧力（静水圧） p_s 砂粒子接触による圧力

p_d 非弾性衝突時に保存されるエネルギー

$$p_d = k_d \sigma e^2 c^{1/3} d^2 (\partial u / \partial z)^2 \quad (\text{宮本 1985})$$

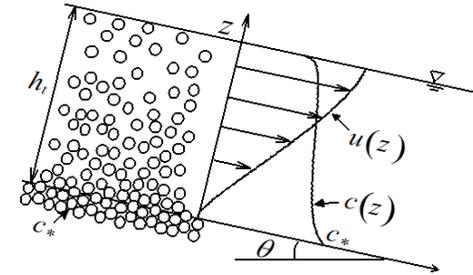
p_s : 砂粒子の運動は層流だから、砂粒子の水中重量は砂粒子によって支えられる。

$c = c_*$ において $p_d = 0$ この関係満たす関数形として、次式を仮定

$$\frac{1}{1 + p_d/p_s} = \left(\frac{c}{c_*} \right)^{1/n} \quad (n = 5) \quad \text{1997年に提案 (Egashira, Miyamoto, Itoh 1997)}$$

なお、上式に至るまでに約8年！それまで、次の関係を用いて固定床上の土石流解析を行っていた。

$$p_d/p_s = \text{const.} (= 0.25)$$



土石流の流速分布・濃度分布

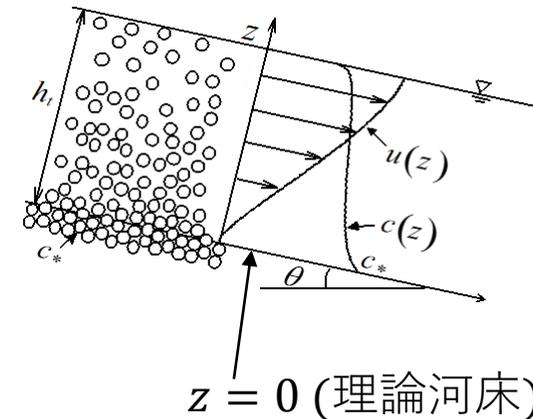
運動量保存則のx成分

$$\underbrace{p_s \tan \phi}_{\tau_y} + \underbrace{k_d(1 - e^2)\sigma c^{1/3} d^2}_{\tau_d} \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \underbrace{k_f \rho \frac{(1 - c)^{5/3}}{c^{2/3}}}_{\tau_f} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 = \rho g \sin \theta \int_z^h \{(\sigma/\rho - 1)c + 1\} dz$$

運動量保存則のz成分

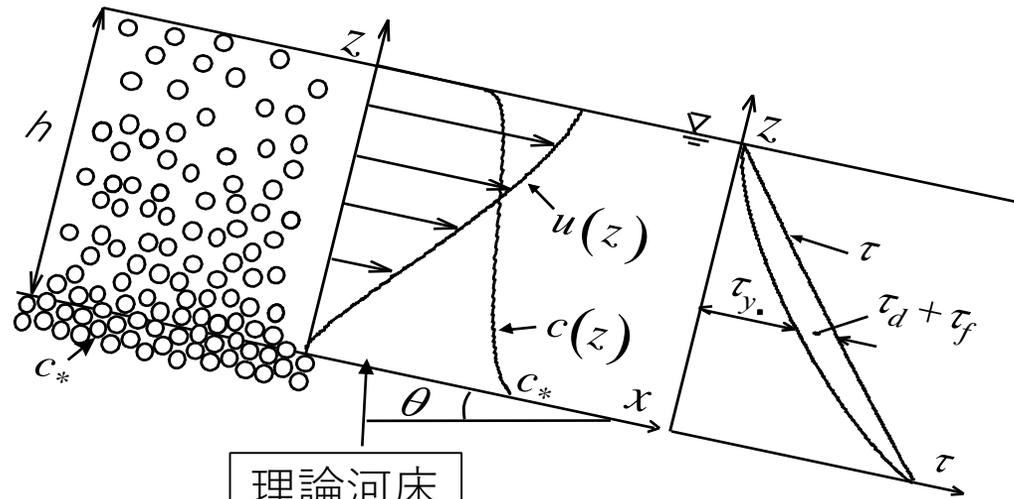
$$p_s(z) + p_d(z) = \rho g \cos \theta \int_z^h (\sigma/\rho - 1) c dz$$

$$p_d = k_d \sigma c^{1/3} e^2 d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \quad \frac{p_s}{p_s + p_d} = \left(\frac{c}{c_*}\right)^{1/n}$$



$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (p = p_s, \tau = \tau_y)$$

$$c = c_*$$



理論河床

$$p = p_s \quad (p_d = 0)$$

$$\tau = \tau_y (= p_s \tan \phi)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$$c = c_*$$

$$\theta = 15 \text{ Deg.} \quad e = 0.85$$

$$\phi_s = 38.5 \text{ 度} \quad h/d = 10$$

土石流の流速分布・濃度分布の解析例

掃流砂層の流れの解析 (江頭ら 1990, 1997)

断面平均濃度

前述の積分の下限を $z = 0$ と置けば、 $p_d(0) = 0, \tau_d(0) = 0, \tau_f(0) = 0$ だから、

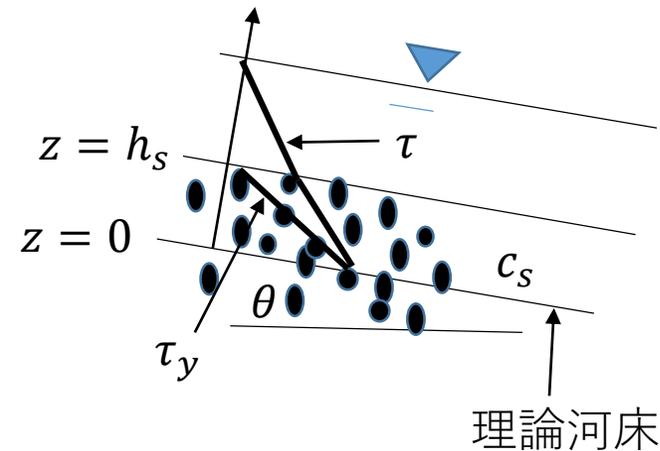
$$p_s(0) = \rho g \cos \theta \int_0^h (\sigma/\rho - 1) c dz \quad (= \rho g \cos \theta (\sigma/\rho - 1) \bar{c} h)$$

$$p_s(0) \tan \phi = \rho g \sin \theta \int_0^h \{(\sigma/\rho - 1) c + 1\} dz \quad (= \rho g \sin \theta \{(\sigma/\rho - 1) \bar{c} + 1\} h)$$

両式と定義式 $\bar{c} = c_s h_s/h$ より、断面平均濃度は

$$\bar{c} = \frac{1}{(\sigma/\rho - 1) \tan \phi - \tan \theta} \tan \theta$$

土石流から掃流砂まで適用できる頼りになる式



$$p = p_s \quad (p_d = 0)$$

$$\tau = \tau_y (= p_s \tan \phi)$$

掃流砂層厚 h_s

$$p_s(0) = g \cos \theta \int_0^h (\sigma / \rho - 1) c dz = \rho g \cos \theta \int_0^{h_s} (\sigma / \rho - 1) c dz$$

$z=0$ における降伏応力 τ_y との釣り合い条件は

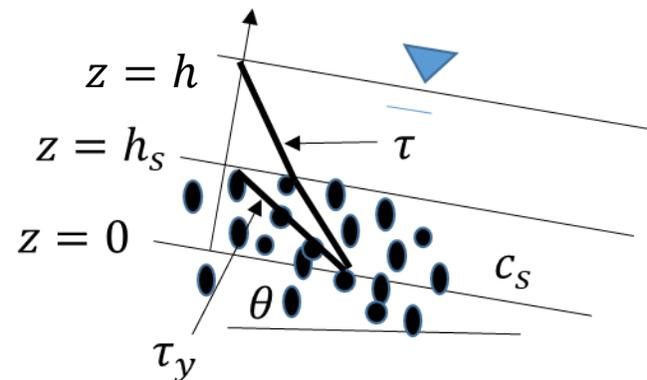
$$\begin{aligned} p_s(0) \tan \phi &= \rho g \sin \theta \int_0^h \{(\sigma / \rho - 1) c + 1\} dz \quad (\tau_y = p_s \tan \phi) \\ &= \rho g \sin \theta \left[\int_0^{h_s} \{(\sigma / \rho - 1) c + 1\} dz + \int_{h_s}^h dz \right] \end{aligned}$$

これより

$$\frac{h_s}{h} = \frac{1}{(\sigma / \rho - 1) \bar{c}_s} \frac{\tan \theta}{\tan \phi - \tan \theta}$$

あるいは
$$\frac{h_s}{d} = \frac{1}{\bar{c}_s \cos \theta} \frac{1}{\tan \phi - \tan \theta} \tau_*$$

$$\tau_* = u_*^2 / (\sigma / \rho - 1) g d (= h \sin \theta / d) \quad \text{無次元掃流力}$$



τ_y 降伏応力

ρ 水の密度 σ 砂礫粒子の密度

c 砂礫の体積濃度

c_* 静止堆積層の土砂濃度

掃流砂層の流速分布、濃度分布、および掃流砂量は

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{4}{15} \frac{K_1 K_2}{\sqrt{f_d + f_f}} \tau_* \quad K_1 = \frac{1}{\cos\theta} \frac{1}{\tan\phi_s - \tan\theta} \quad K_2 = \frac{1}{\bar{c}_s} \left[1 - \frac{h_s}{h_t} \right]^{1/2}$$

$$\bar{c}_s = \int_0^{hs} c dz / h_s \approx c_* / 2 \quad u_* = \sqrt{g h \sin\theta} \quad \tau_* = u_*^2 / (\sigma / \rho - 1) g d$$

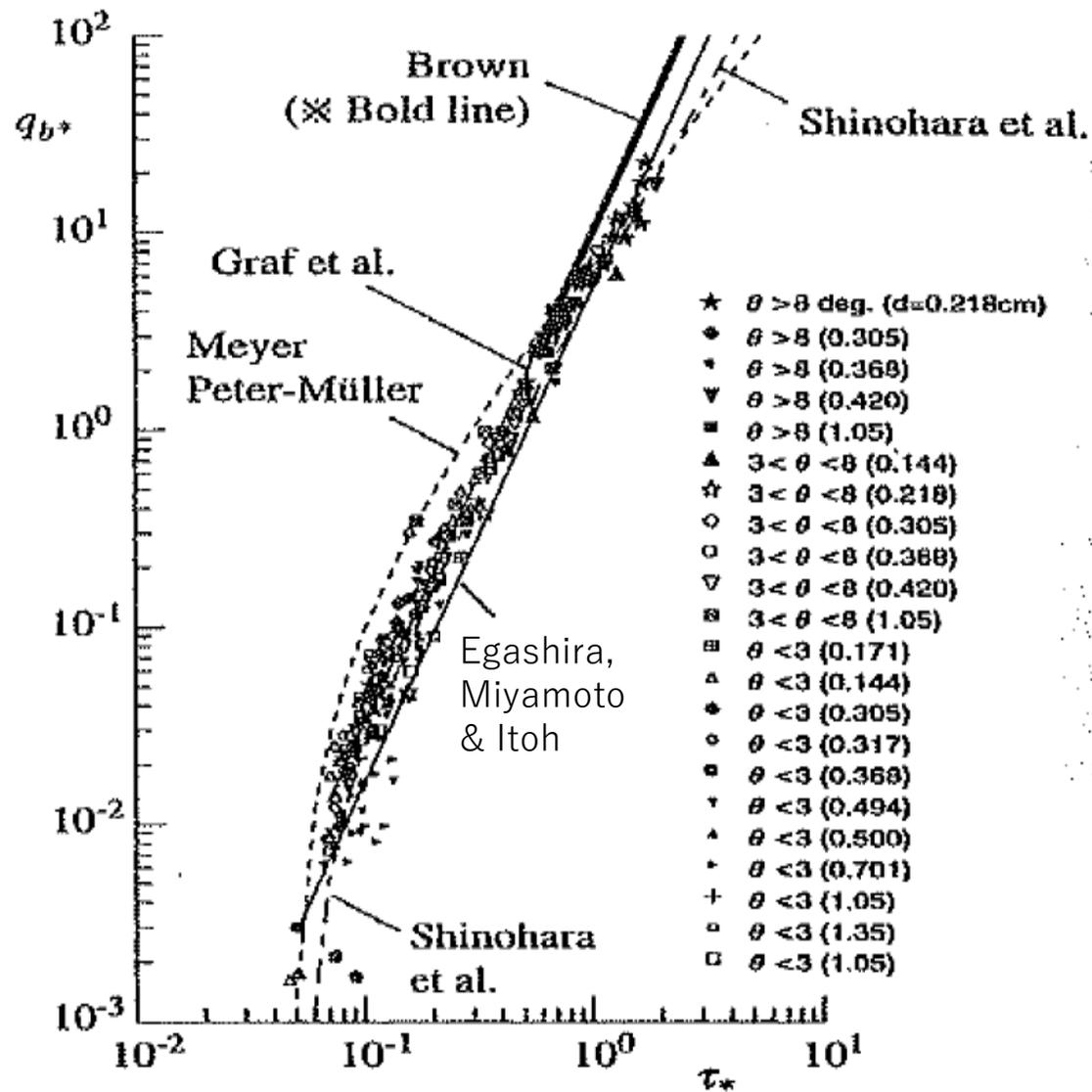
$$f_d = k_d (1 - e^2) (\sigma / \rho) \bar{c}_s^{1/3} \quad f_f = k_f (1 - \bar{c}_s)^{5/3} \bar{c}_s^{-2/3}$$

これらを流砂量の定義式に適用すると、次の流砂量式を得る。

$$q_{b*} = \frac{4}{15} \frac{K_1^2 K_2}{\sqrt{f_d + f_f}} \tau_*^{5/2}$$

なお、 $\phi_s = 34$ 度、 $e = 0.85$ 、 $k_d = 0.0828$ 、 $k_f = 0.16$ 、 $c_s = 0.26$ とすれば、

$$q_{b*} = 4.4 \tau_*^{5/2} \quad (q_{b*} = q_b / \sqrt{(\sigma / \rho - 1) g d^3})$$



$$q_{b*} = \frac{4}{15} \frac{K_1^2 K_2}{\sqrt{f_d + f_f}} \tau_*^{5/2}$$

$$K_1 = \frac{1}{\cos \theta} \frac{1}{\tan \phi_s - \tan \theta}$$

$$K_2 = \frac{1}{\bar{c}_s} \left[1 - \frac{h_s}{h_t} \right]^{1/2}$$

上式に $\phi_s = 34$ 度、 $e = 0.85$, $k_d = 0.0828$, $k_f = 0.16$,
 $c_s = 0.26$ を代入とすれば、

$$q_{b*} = 4.4 \tau_*^{5/2} \quad (q_{b*} = q_b / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3})$$

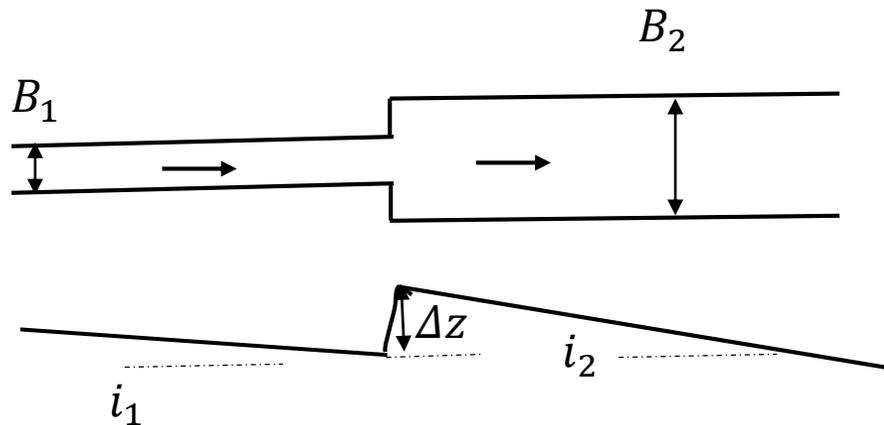
ところで、次の形の掃流砂量式が広く使われている。

$$q_{b*} \sim \tau_*^{3/2} \quad (q_{b*} = q_b / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}, \quad \tau_* = u_*^2 / (\sigma/\rho - 1)gd)$$

$$q_b \sim hi$$

流れは h/d の影響を受けるが、流砂量は粒子径の影響を受けない！！ ウーン???

移動床直線開水路において、**川幅及び流砂量（式）に対する河床縦断形状の応答**を見る。



川幅の異なる直線開水路の河床縦断形状

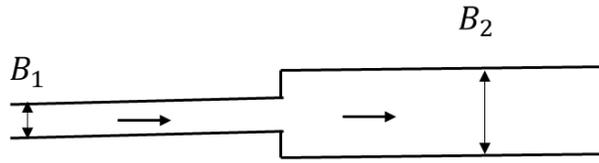
流砂量式として

$$q_{b*} \sim \tau_*^m (1 - \tau_{*c}/\tau_*)^m$$

を用いて、平衡状態における勾配比を求めると、

$$i_2/i_1 = (f_2/f_1)^{-1/2} (B_2/B_1)^{(2m-3)/2m} f_{nc}^{-3/2}$$

$$f_{nc} = 1 + \left\{ \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*1}} \left(\frac{B_2}{B_1} \right)^{1/m} - 1 \right\}$$



$$m = 3/2$$

$$i_2/i_1 = (f_2/f_1)^{-1/2} f_{nc}^{-3/2}$$

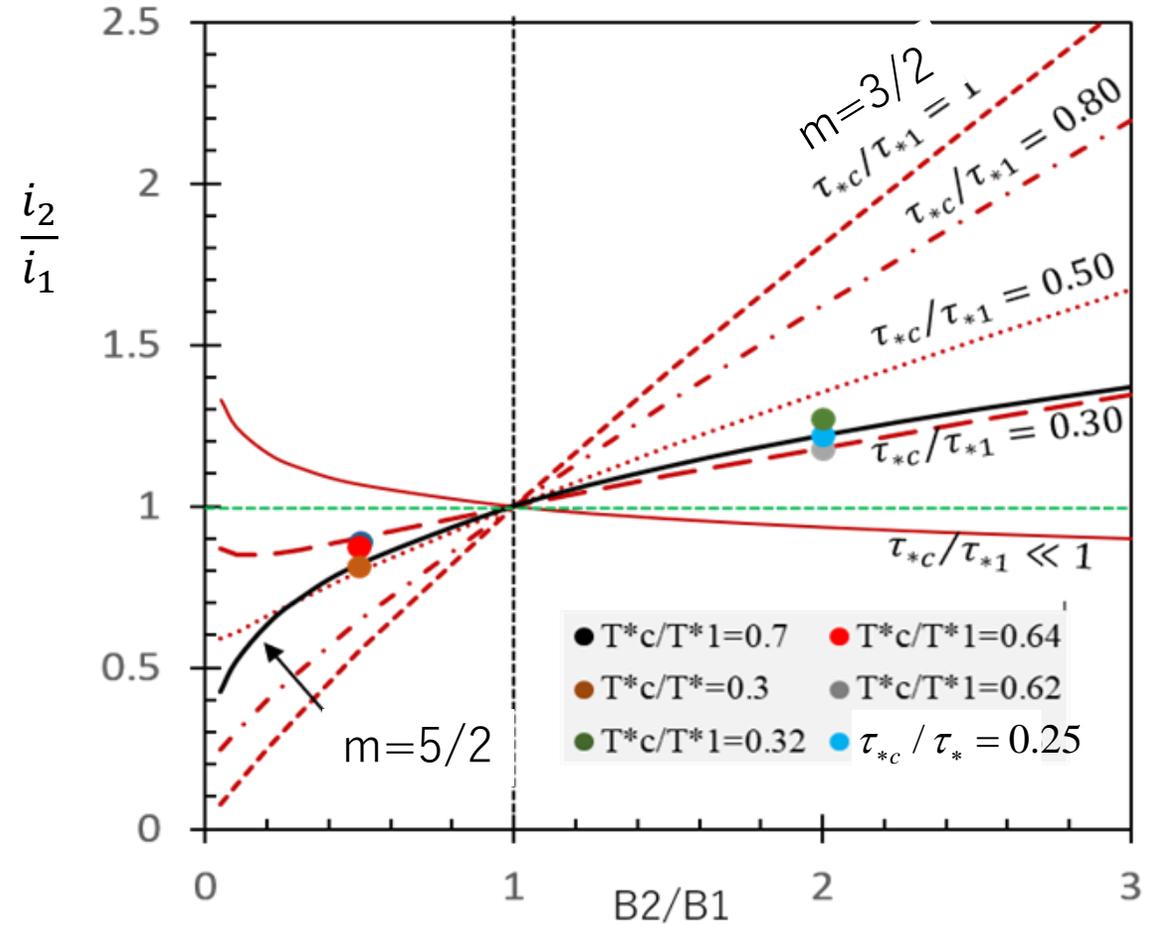
$$i_2/i_1 = (n_2/n_1)^{-6/7} (B_2/B_1)^{-2/21} f_{nc}^{10/7}$$

$$m = 5/2 \quad (\text{江頭らの式では } f_{nc} = 1)$$

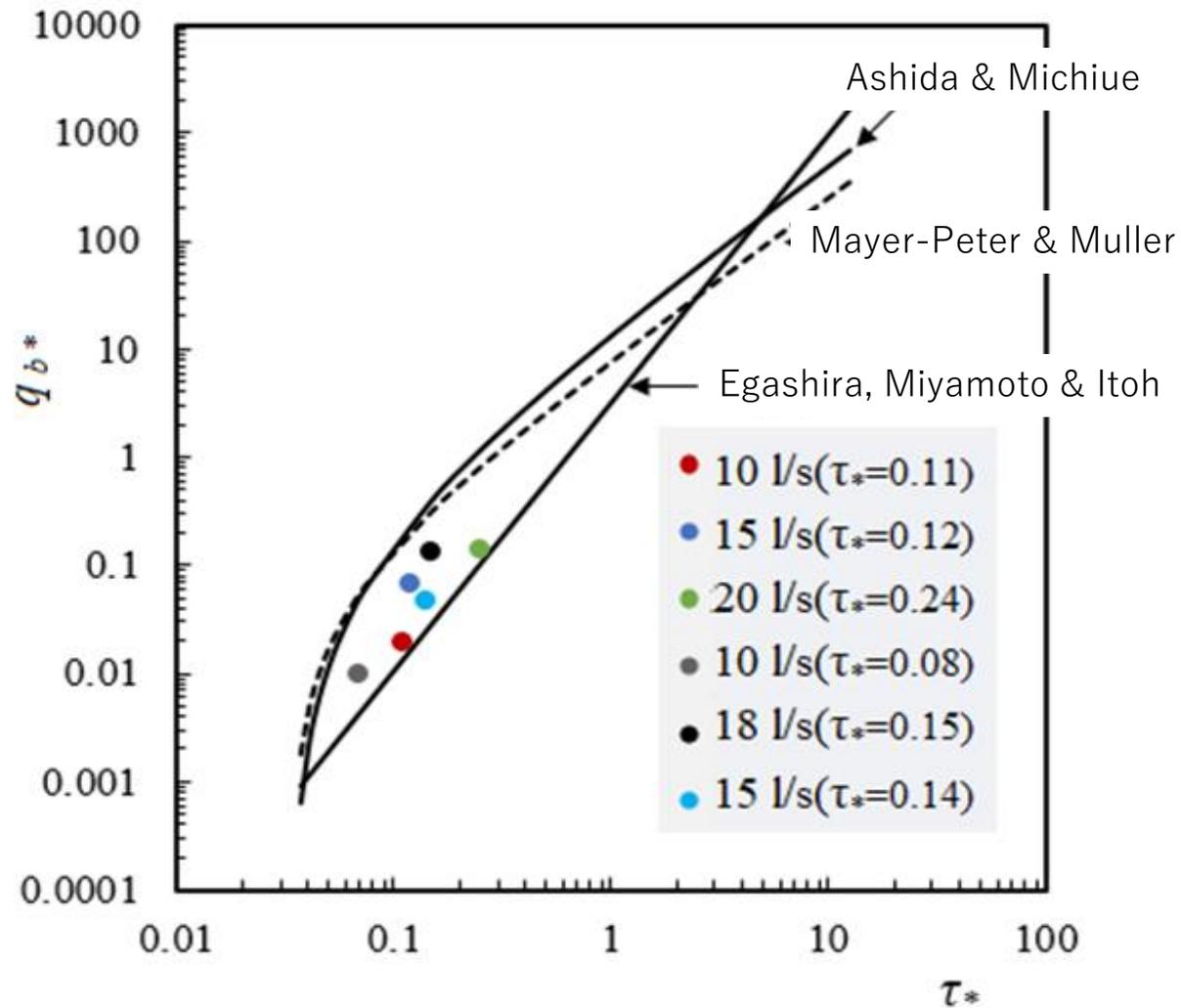
$$i_2/i_1 = (f_2/f_1)^{-1/2} (B_2/B_1)^{2/5}$$

$$i_2/i_1 = (n_2/n_1)^{-6/7} (B_2/B_1)^{2/7}$$

f はDarcy-Weisbachのfriction factor
n はマンングの粗度係数。



川幅および流砂量に対する河床縦断形状の応答
(Egashira et.al 2022)



上述の移動床直線開水路における下流端流砂量の実験データといくつかの流砂量式 (Egashira et.al 2022)

ここまでの議論は、掃流砂層の運動は層流であることを前提としている。ここで、運動方程式を基準化し、前提条件の適用性を調べる。

水と砂粒子の混合体の運動量保存則は、

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = b_i - \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\tau = p_s \tan \phi + f_n(\sigma/\rho, e, d, c) d^2 (\partial u / \partial z)^2)$$

代表スケール、 $h, U, h/U$ を用いて上式を基準化すると、上式の x 成分は

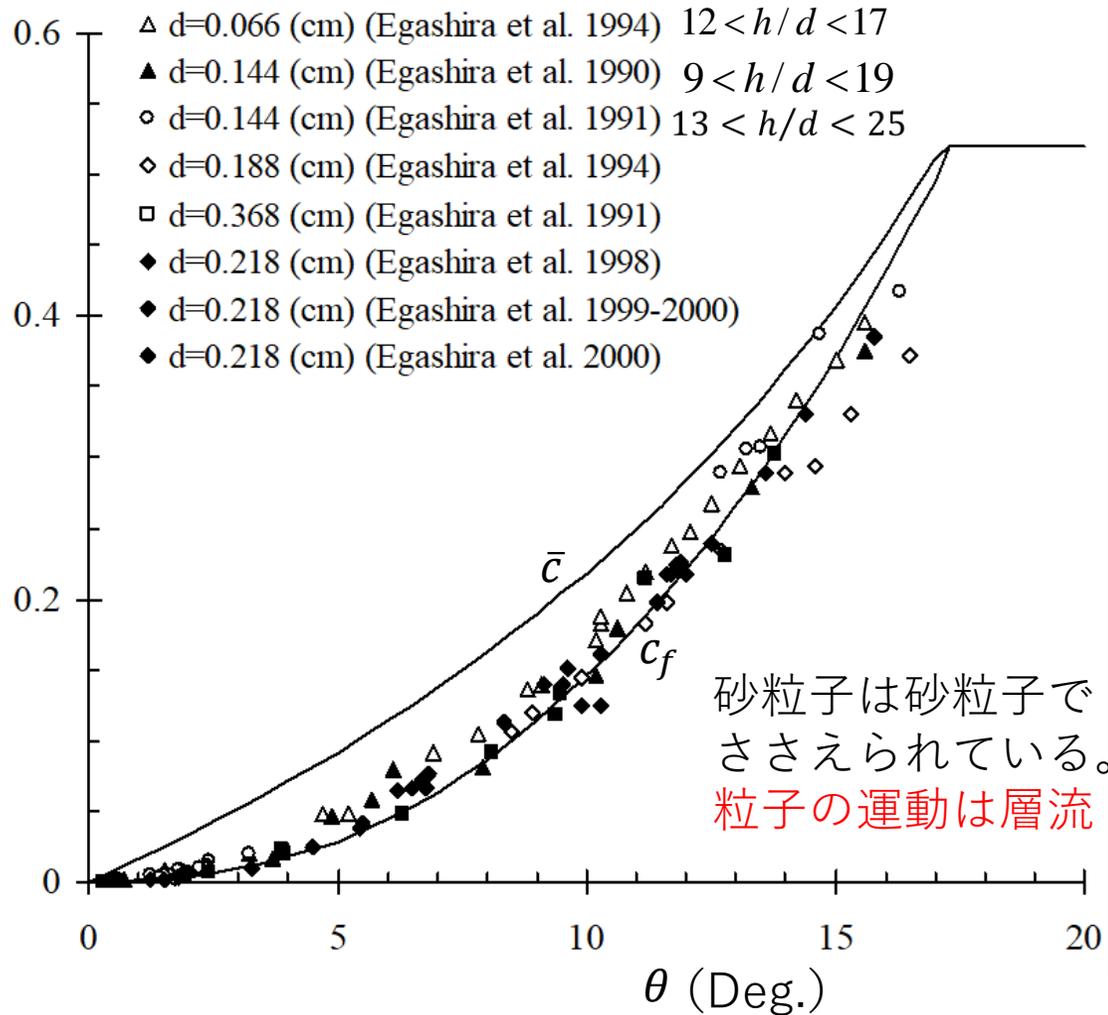
$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} = \frac{-1}{Fr^2} \left(\frac{\partial H'}{\partial x'} \right) - \frac{\partial p'}{\partial x'} + f''_n \left(\frac{d}{h} \right)^2 \frac{\partial u'}{\partial z'} \frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} \quad \begin{array}{l} H' \text{ 無次元重力ポテンシャル} \\ Fr = U / \sqrt{gh} \end{array}$$

これによれば、流れの巨視構造は、フルード数 Fr と幾何学的量 h/d に支配される。粘性流体のものと対比すると、慣性力と摩擦力の比は相対水深で表現され、レイノルズ数に相当する無次元量は、

$$h/d$$

である。

したがって、相対水深がある限界値を越えると、掃流砂層の一部が不安定になって乱流層が形成されることが推察される。



$$\bar{c} = \frac{1}{(\sigma/\rho - 1)} \frac{\tan\theta}{\tan\phi - \tan\theta}$$

実験によって検証することは容易でない

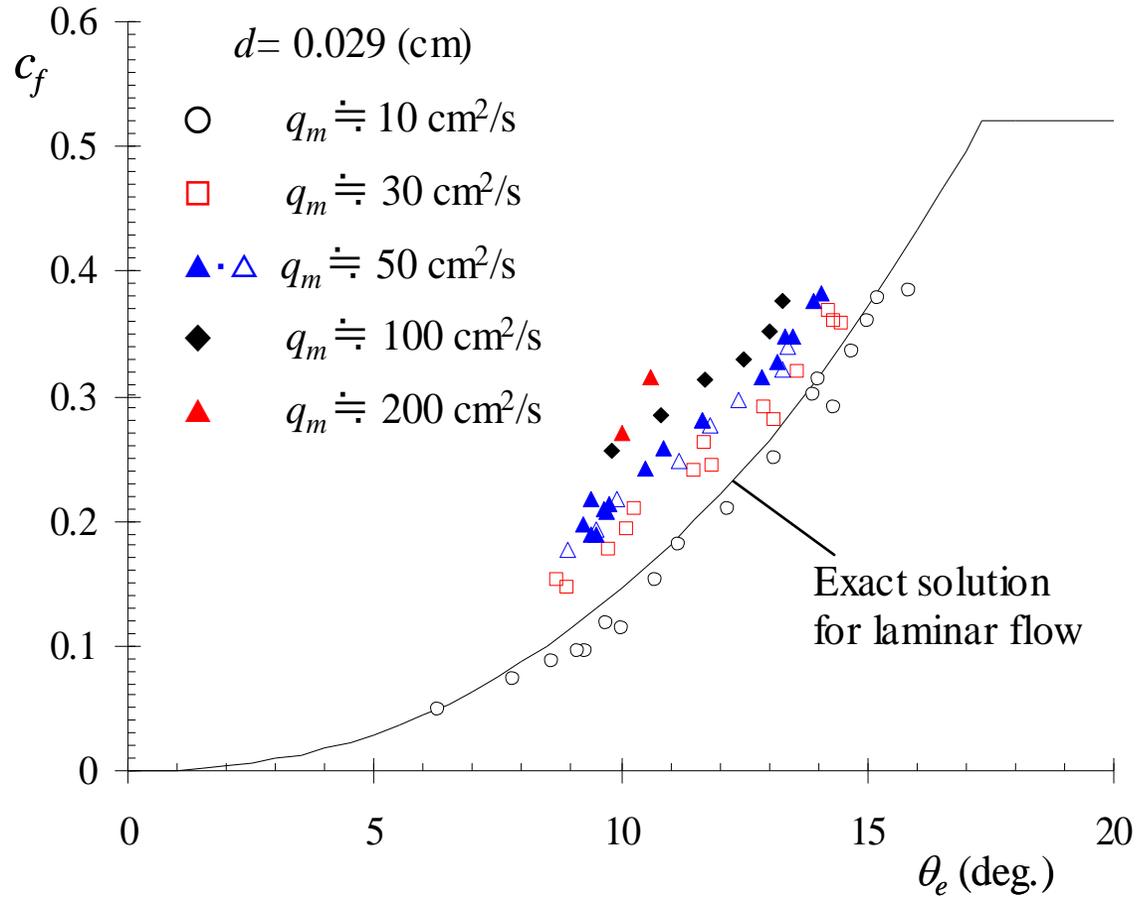
$$c_f = \int_0^{hs} u(z)c(z)dz / \int_0^h u(z)dz (= q_b / (q_w + q_b))$$

実験は容易。ただし、計算曲線を求めるのは簡単ではない。

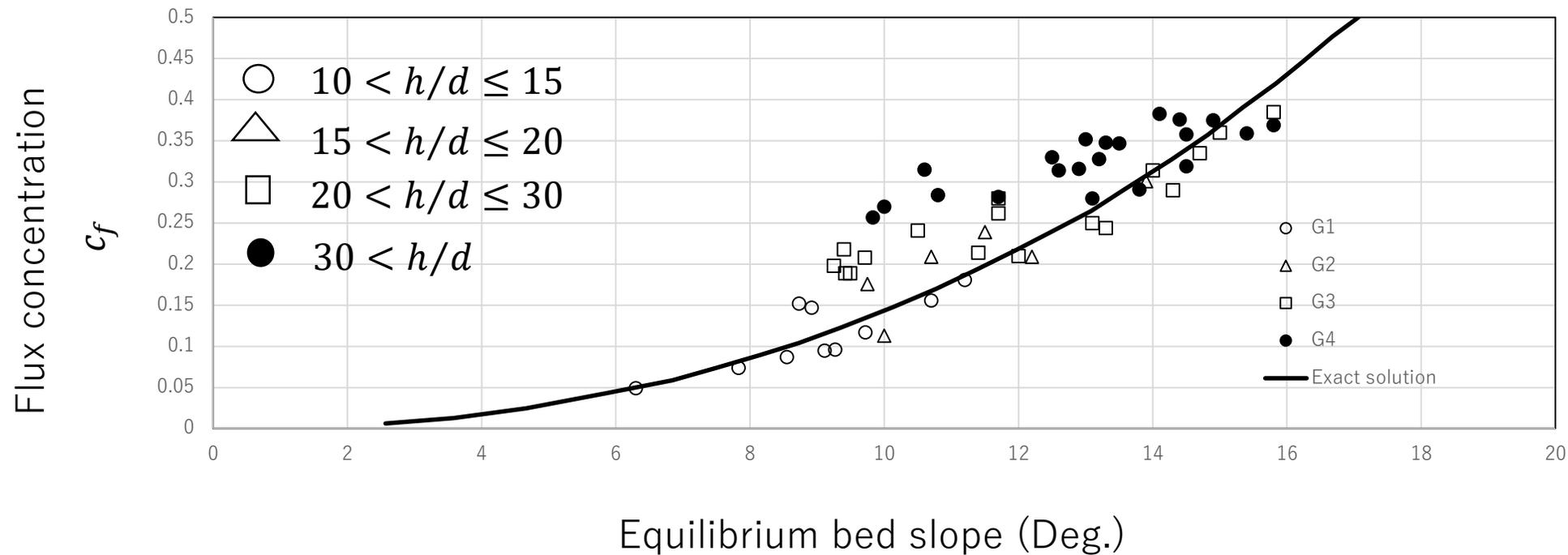
輸送濃度と勾配の関係（砂粒子径によらず一意的な関係？）

伊藤・江頭（2007）

砂粒子の粒子径が小さい場合には、輸送濃度が大きくなる

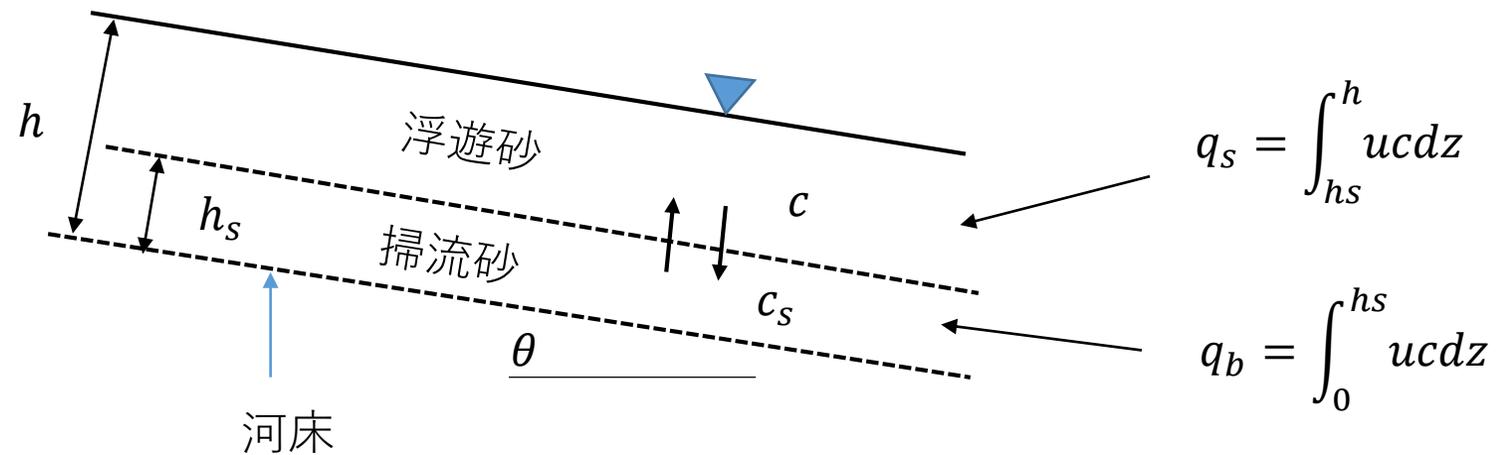


輸送濃度と勾配の関係（一意的な関係が崩れる (Itoh & Egashira 2007)



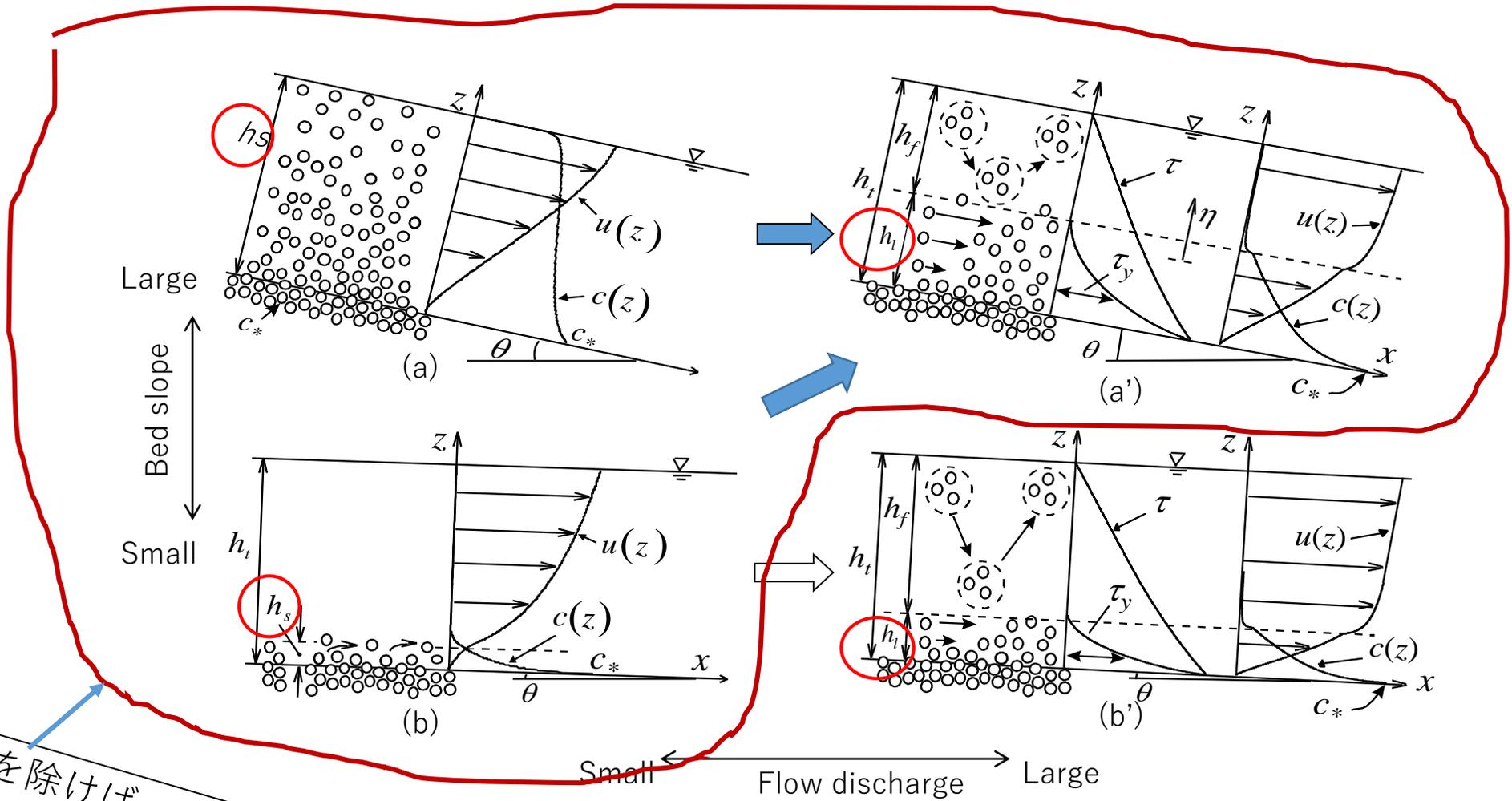
輸送濃度～平衡勾配（？）～相対水深
 (浮遊砂の発生が顕著な実験では平衡勾配が形成されるという前提は怪しい)

災害時には、図に示すように $d=1\sim 10\text{mm}$ の砂粒子は浮遊砂として流出し、
 氾濫するような事象が多い。このような流れの解析はいかに？



$$\frac{h_s}{h} = \frac{1 + sc}{sc_s} \frac{\tan\theta}{\tan\phi - \tan\phi + c/c_s}$$

江頭・竹林・萬矢・原田 (2020)



心配事を除けば、これらについて議論したつもりです。

流砂を伴う流れ

Flow regime of sediment and water mixtures

Relative depth
 h/d

浮遊砂の記述法

拡散方程式による浮遊砂の挙動は次のように記述されている。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_s \frac{\partial c}{\partial x} + v_s \frac{\partial c}{\partial y} + w_s \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_{sx} \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_{sy} \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_{sz} \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

(u_s, v_s, w_s) : 浮遊砂の輸送速度 $(\varepsilon_{sx}, \varepsilon_{sy}, \varepsilon_{sz})$: 浮遊砂の拡散係数

面的な流れでは、 $u_s = u, v_s = v, w_s = w - w_0$ と近似して上式は次のように書き換えられている。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + (w - w_0) \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

w_0 砂粒子の沈降速度 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 流水からみた見かけの拡散係数

ε_{sz} と ε_z の違いには構わないで、

移動床直線開水路における浮遊砂輸送の平衡状態では、次の操作が行われている。

$$\cancel{\frac{\partial c}{\partial t}} + u \cancel{\frac{\partial c}{\partial x}} + v \cancel{\frac{\partial c}{\partial y}} - w_0 \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\cancel{\varepsilon_x \frac{\partial c}{\partial x}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\cancel{\varepsilon_y \frac{\partial c}{\partial y}} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

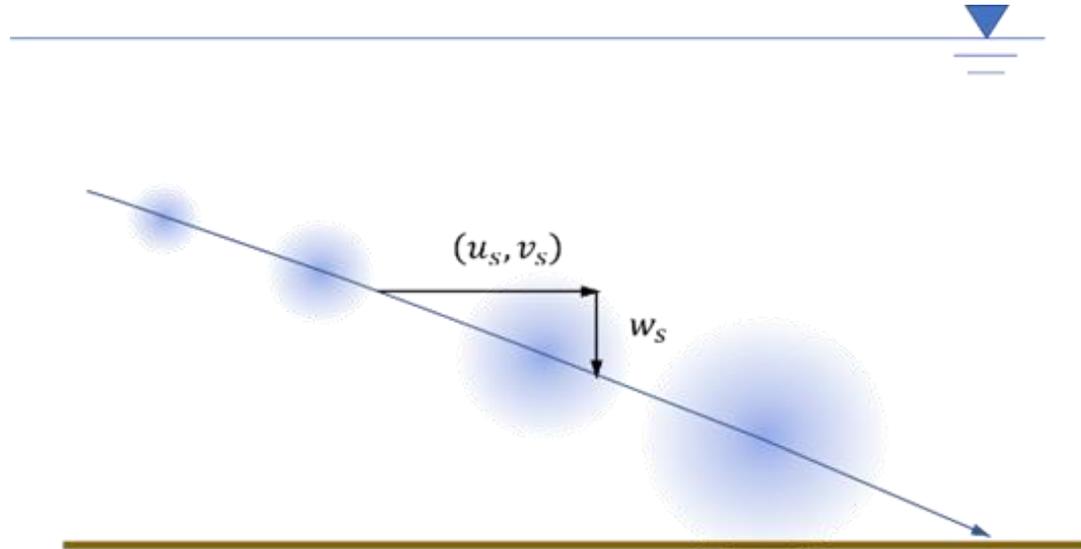

砂粒子沈降と拡散による輸送が釣り合っていると見なして

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(w_0 c + \varepsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) = 0 \quad \longrightarrow \quad w_0 c + \varepsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Rouse 分布} \\ \text{Lane-Kalinske 分布} \end{array}$$

この扱いは、ある時には受け入れ・・・
ある時には否定し・・・
かつては、学生の教育材料として使ったこともある・・・

元の拡散方程式は：

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_s \frac{\partial c}{\partial x} + v_s \frac{\partial c}{\partial y} + w_s \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_{sx} \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_{sy} \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_{sz} \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$



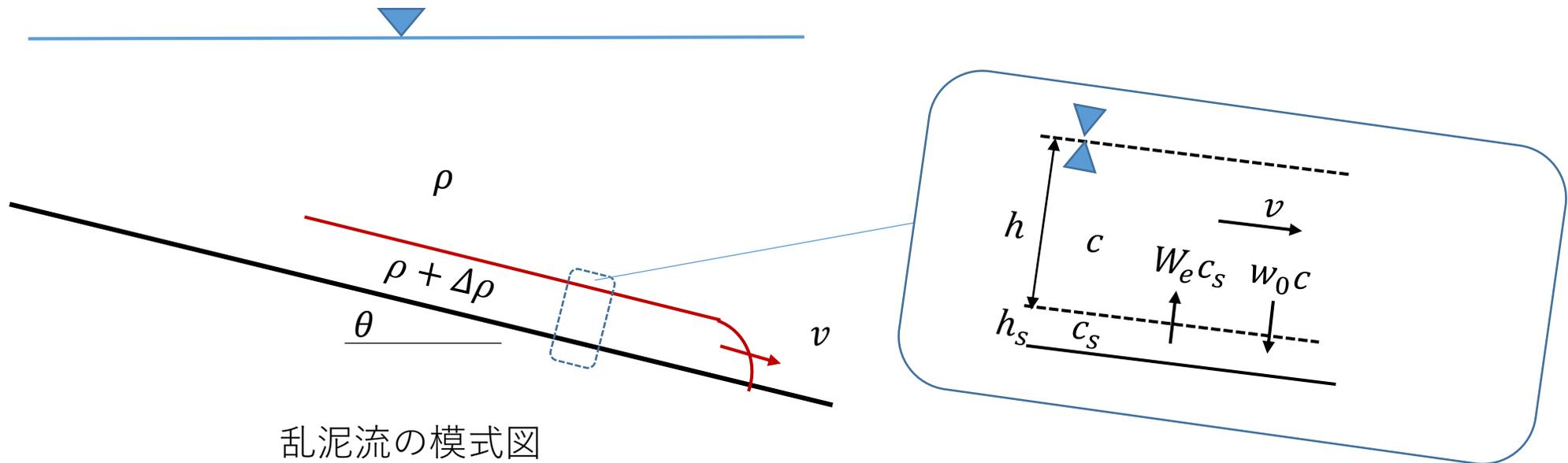
- 砂粒子群は左図のように河床に到達し消滅する。
- 平衡状態の存在を説明するためには、**浮遊粒子群の生成点とそこでの強度の空間分布則**が必要である。
- そのためには、拡散方程式に**生成項**を加える必要がある

砂粒子群の運動 (u_s, v_s, w_s) とその周りの拡散

拡散方程式で表現される砂粒子群の挙動

乱泥流、泥水密度流 (Turbidity Currents)

昨年、重力流研究会（理工学系の研究者集会：工学系では、京大:藤田正治先生、竹林洋史先生、広島大：内田龍彦先生など）に出席して、50年前にtime-slip

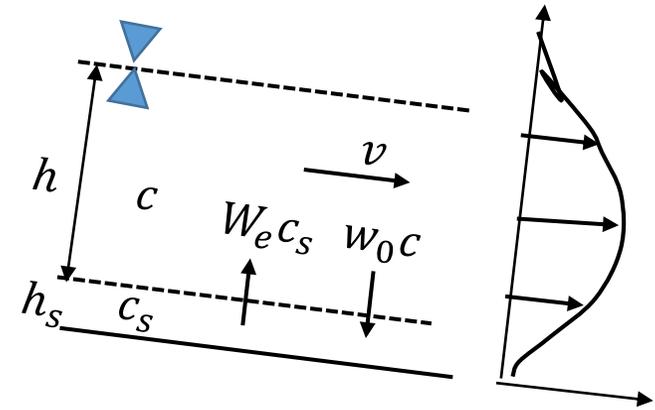


$$\frac{\Delta\rho}{\rho} g h \sin\theta = (f'_b + f'_i) v^2 \quad \frac{\Delta\rho}{\rho} = (\sigma/\rho - 1) c$$

$$\frac{\partial c h}{\partial t} + \frac{\partial c v h}{\partial x} = W_e c_s - w_0 c$$

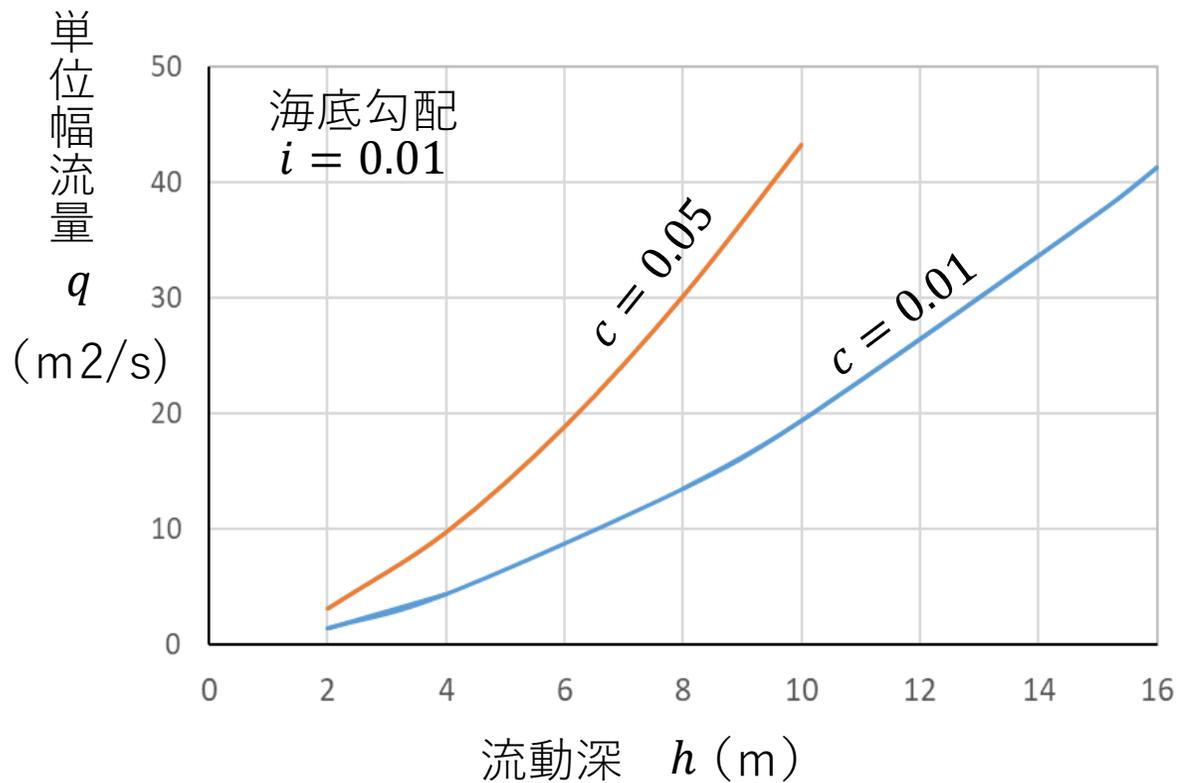
$$\frac{W_e}{v} = \frac{K}{R_{i*}} \quad (K = 0.0015, R_{i*} = (\sigma/\rho - 1) c_s g h / v^2)$$

$$f'_b = \left(6.0 + 2.5 \ln \frac{h/2}{k_s} \right)^{-2} \quad (\text{さらに、乱暴に } f'_i = f'_b \text{ とする})$$



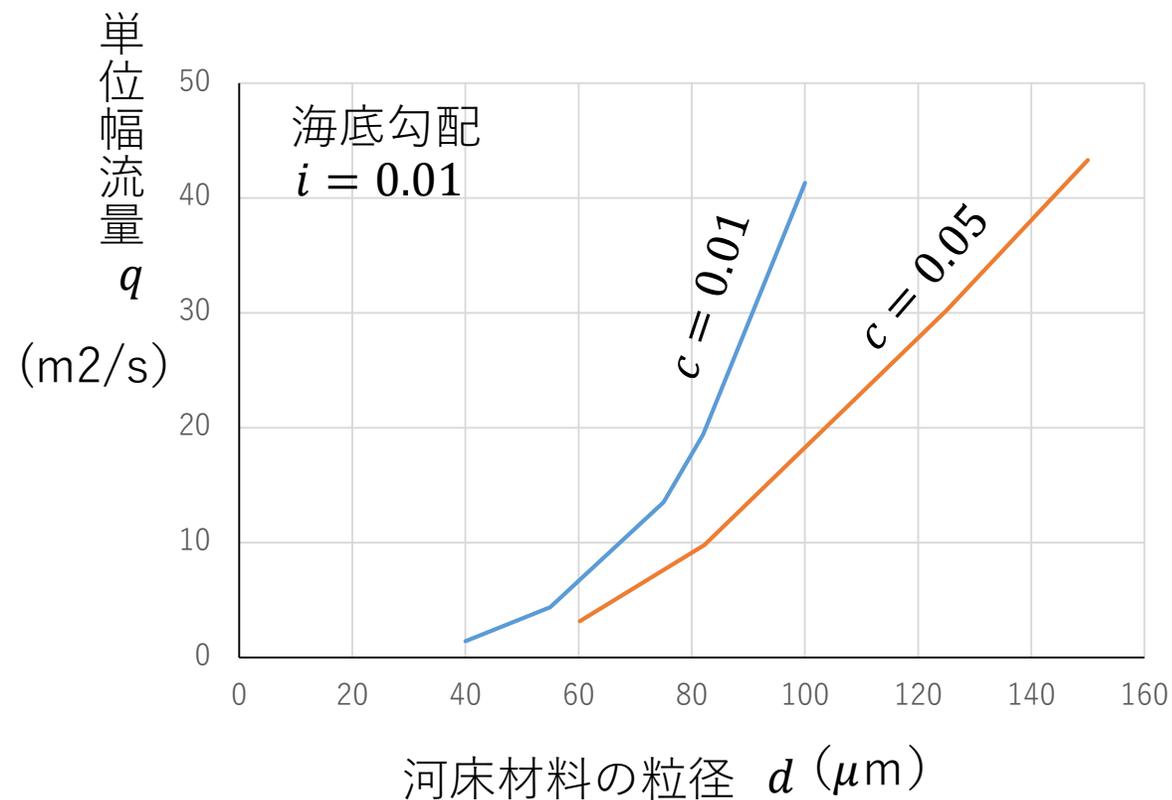
平衡状態における粒子濃度は、上式の右辺 = 0 より

$$c = \frac{v}{w_0} \frac{K}{R_{i*}} c_s \quad \longrightarrow \quad c = \frac{1}{w_0} \frac{K}{(\sigma/\rho - 1)} \frac{q^3}{g h^4}$$



濃度一定の条件下における泥水密度流（乱泥流）の
流動深と単位幅流量の関係

掃流砂の移動性 $\tau_* = \frac{(\sigma/\rho - 1)cghi}{(\sigma/\rho - 1)gd} = \frac{chi}{d}$



濃度を維持するための河床材料の
砂粒子径と単位幅流量の関係

$i=0.01, h=6\text{m}, c=0.05, d=3\text{mm}$ とすると、
 $\tau_* = 1.0$ となる

おわりに

- (1) 土石流から掃流砂にまたがる領域における砂粒子の運動を層流として導かれた構成則を用いて流砂量式をはじめとする、流れの特性を議論した。江頭らは、掃流力の $5/2$ 乗型の流砂量式を提案している。
- (2) 掃流力の $3/2$ 乗型の流砂量式によれば、掃流力の大きいところで、流砂量は h/d に依存しない。これは、研究を始めたころから今日でもなお疑問であって、このことを川幅の異なる移動床直線開水路における縦断勾配の掃流砂量式および川幅に対する応答を通じて、疑問に思うことを具体的に示した。
- (3) 粒子沈降項を有する拡散方程式を用いた浮遊砂の記述法は、適切ではないことをこれまでに幾度か申し上げてきた。今回は、特に拡散と沈降による上下方向の輸送が釣り合っていると、みなすことは原理的にできない理由を述べ、拡散方程式に代わる浮遊砂の記述法を提案している。
- (4) 新しい浮遊砂の解析法を適用して、定常・等流状態における泥水密度流（乱泥流）の流動と土砂輸送能について簡単な解析を行った。定常等流の密度流の解析ではあるが、その結果は、流路の材料にシルトや細粒砂が卓越していれば、大量の土砂を浮遊砂として輸送する密度流が形成されることを示唆している。

謝辞 以上の内容の一部は、筑波大名誉教授 宮本邦明氏、ICHARM 原田大輔氏との共同研究の途上にある。中でも (3) は、宮本邦明氏および藤田正治氏（京都大学名誉教授）とは、会合の機会が多く、その際のオードブルであったり、ワインであったり、デザートの話題として大いに勉強させていただいている。ここに記して深く感謝いたします。

参考文献

- 伊藤隆郭・江頭進治 (2007): 高濃度流れの相変化に関する実験的研究, 水工学論文集, 51巻, 895-900.
- Itoh, T. and Egashira, S. (2007): Influence of debris flow discharge on equilibrium bed slope, Proc. 4-th Int. Conf. on DFHM
- Egashira, S., Biswas, R.K., Harada, D., Miyamoto, K.(2022), On a reasonable, functional form for bed-load formulas, Proceedings of the 39th IAHR World Congress, pp.737-742. (doi:10.3850/IAHR-39WC2521711920221438)
- Conference, Chengdu, China.
- 江頭進治・竹林洋史・萬矢敦啓・原田大輔 (2020) : 土石流・掃流砂・浮遊砂・泥流の統一解釈, 土木学会論文集B1(水工学), 76巻2号, 1123-1128.
- 江頭進治・宮本邦明・伊藤隆郭(1997): 掃流砂量に関する力学的解釈, 水工学論文集, 41巻, 789-794.
- Egashira, S., Miyamoto, K. and Itoh, T.(1997): Constitutive equation of debris flow and their applicability, 1-st Int. Conf. on Debris Flow Hazards Mitigation, ASCE, 340-349.
- 江頭進治・佐藤隆宏・千代啓三 (1994): 砂粒子を高濃度に含む流れに及ぼす粒子径の影響, 京都大学防災研究所年報, 37号 B-2, 359-369.
- 江頭進治・芦田和男・田野中 新・高橋徹也 (1991): 連続体手法による掃流砂量式に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 34号 B-2, 261-271.
- 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中 新 (1990): エネルギー散逸機構に基づく流砂モデル, 京都大学防災研究所年報, 33号 B-2, 293-306
- 江頭進治・芦田和男・矢島 啓・高濱淳一郎 (1989): 土石流の構成則に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 32号 B-2, 487-501.
- Harada, D., Egashira, S., Ahmed, T. S., & Ito, H. Entrainment of bed sediment composed of very fine material. *Earth Surface Processes and Landforms*, **2022**, 47(13), 3051-3061, doi:10.1002/esp.5442.
- 原田大輔・江頭進治(2019): 連行速度を用いた浮遊砂の解析法, 土木学会論文集 B1 (水工学), 76巻2号, 1111-1116.
- 宮本邦明(1985): ニュートン流体を含む粒子流の流動機構に関する基礎的研究 (1985) , 立命館大学学位論文, 39-72.