

位相最適化に基づく 断層形状推定手法の開発

竿本 英貴

(国研)産業技術総合研究所 活断層・火山研究部門
地震災害予測研究グループ

技術を社会へ
Integration for Innovation



産総研
独立行政法人産業技術総合研究所



IEVG Institute of Earthquake and
Volcano Geology
活断層・火山研究部門

自己紹介

和歌山高専 → (土木工学科)

2004

- 土の力学
- 流体力学
- 粒状体の力学

2007

- 力学の活断層への応用

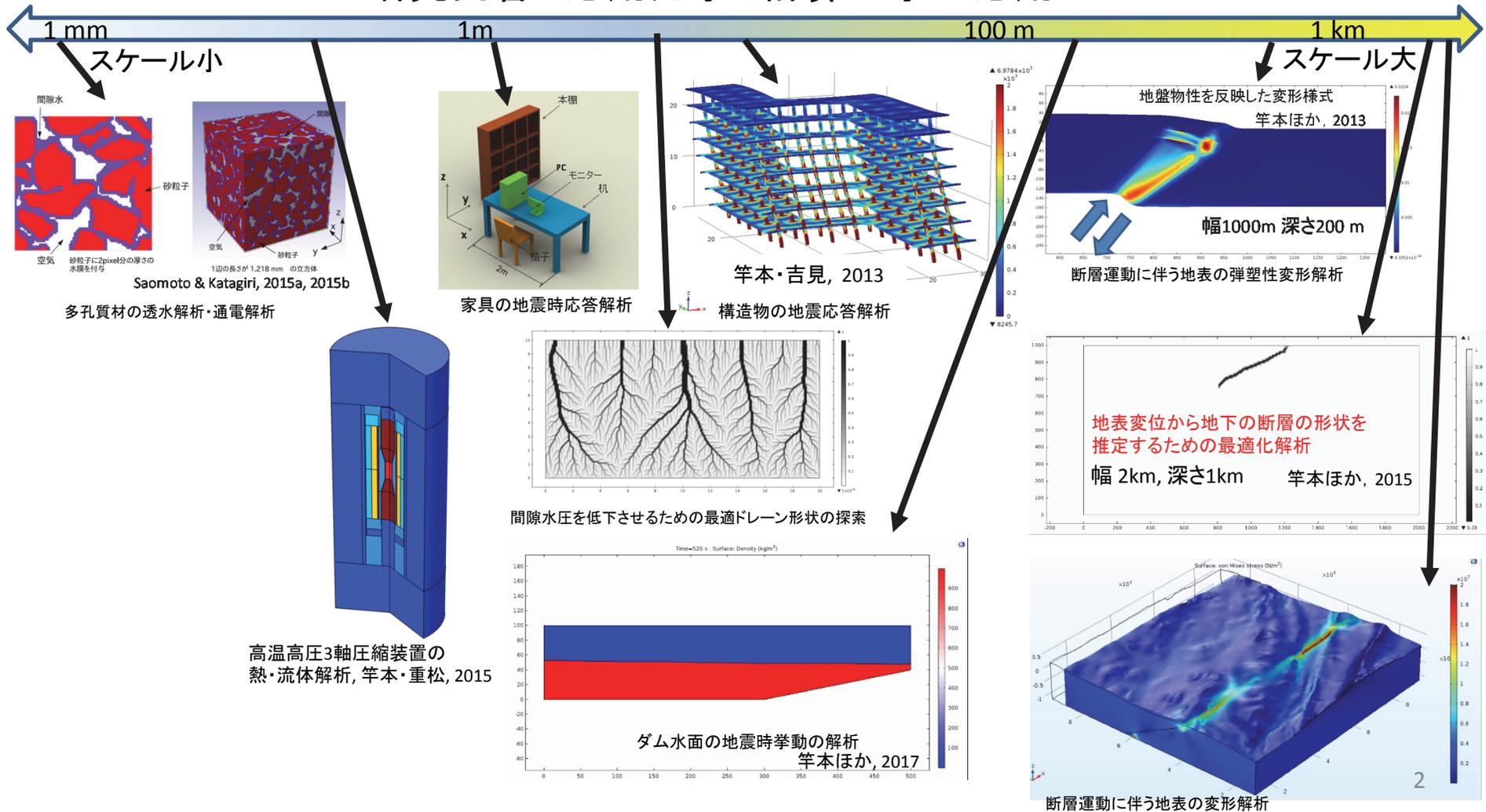
2011

- 摩擦学の応用
- 振動学の応用
- 最適化解析とのつきあい

- 力学の活断層への応用など

和歌山高専 → 筑波大 → 産総研PD → (株)豊田中央研究所 → 産総研

研究内容：応用力学と計算工学の応用



発表内容

1. 研究の背景・目的
2. 位相最適化について
3. 断層形状推定問題の定式化
4. 断層形状推定の数値解析例

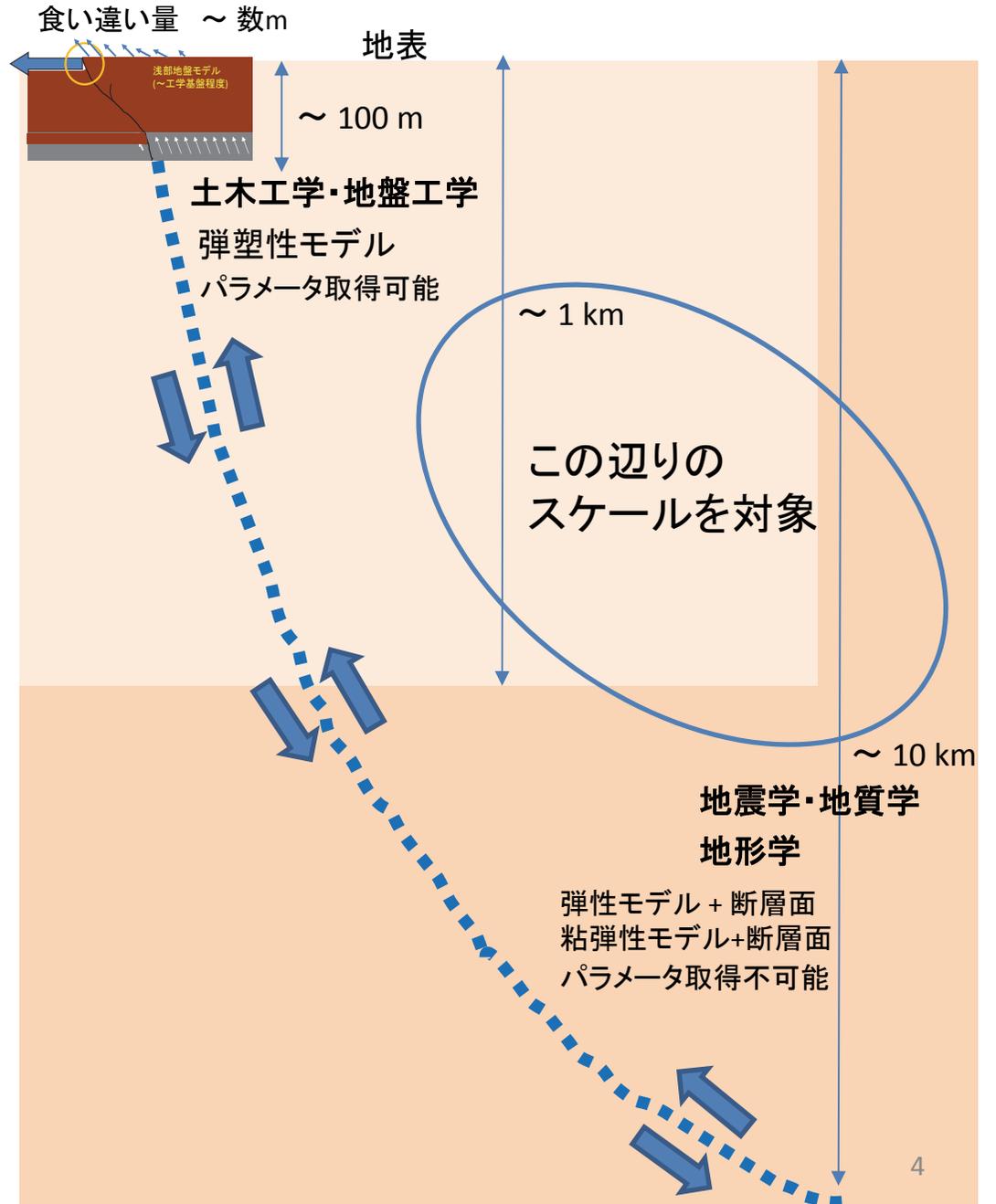
研究の背景

断層変位問題のスケール感と本研究の対象としているスケール

断層変位に伴う表層地盤の変状に関する既往研究の一部

著者	方法	断層種別	傾斜角 (°)	土質
Lade et al. ⁶⁾	調査	正, 逆	120, 45	不明
Bray et al. ⁷⁾	調査	正, 逆, 横ずれ	不明	不明
Cole and Lade ⁸⁾	実験	正, 逆	0-180	砂
Bray et al. ⁹⁾	実験	逆	45, 60	粘性土
谷ほか ¹⁰⁾	実験	逆	90	砂
上田・谷 ¹¹⁾	実験	正, 逆	15-75, 15-90	砂
Lazarte and Bray ¹²⁾	実験	横ずれ	-	粘性土
鬼塚ほか ¹³⁾	実験	正, 逆	30-75, 30-90	アルミ礫
小山・谷 ¹⁴⁾	実験	横ずれ	-	砂
谷・小山 ¹⁵⁾	実験	横ずれ	-	砂
Lee and Hamada ¹⁶⁾	実験	逆	30, 45, 60	砂
Lin et al. ¹⁷⁾	実験	逆	50, 60	砂
Bray et al. ⁹⁾	FEM	正, 逆	45, 60	粘性土
Anders and Hori ¹⁸⁾	FEM	横ずれ	-	岩石
鬼塚ほか ^{19),20)}	DEM	逆	45	砂質土
竿本ほか ²¹⁾	DEM	横ずれ	-	砂質土
Johansson and Konagai ²²⁾	MPM	正, 逆	45, 90	砂質土
Lin et al. ¹⁷⁾	FEM	逆	30, 45, 60	砂
谷山 ²³⁾	DEM	横ずれ	-	砂質土
中川・堀 ²⁴⁾	FEM	正, 逆, 横ずれ	60	岩石
Albertz and Lingrey ²⁵⁾	FEM	逆	15, 30, 60	岩石

土木分野における断層変位研究の多くは工学基盤より浅い領域を想定



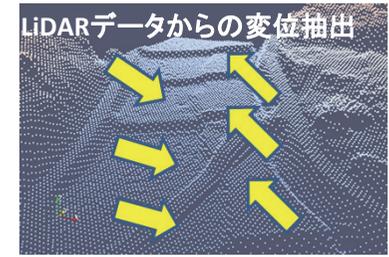
研究の背景

背景1. 断層運動に伴う地盤変状予測の重要性

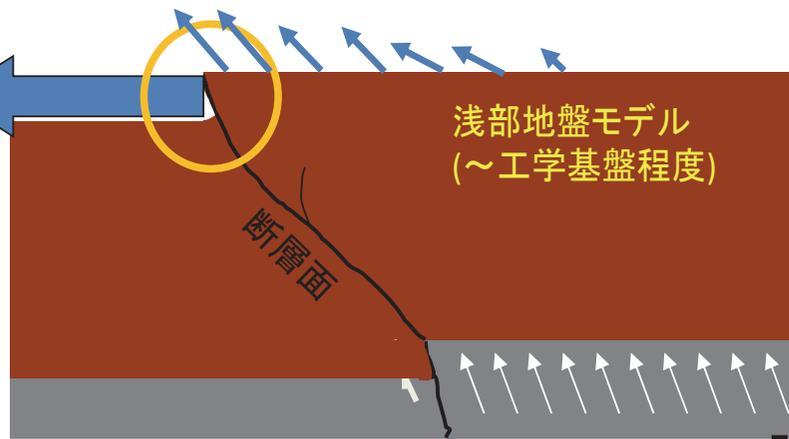
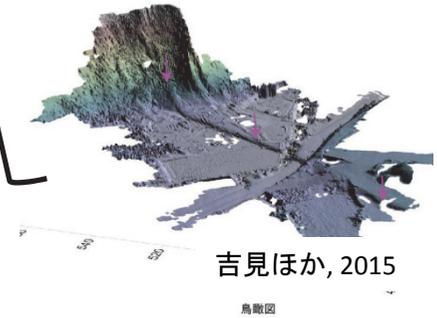
1999年 トルコ・イズミット地震、台湾集集地震、・・・、2016年 熊本地震



背景2. 地表変位分布の面的計測技術の進展 (航空機LiDAR, 干渉SAR)



竿本・丸山・近藤, 2014



土木工学・地盤工学

背景3. 計算機シミュレーション技術の発達

有限要素解析、個別要素解析、粒子法など

様々な深部断層形状が反射法地震探査や
バランス断面法・Okadaの食い違いモデル(後述)
で推定されている。手法によって一長一短。

地震学・地質学
地形学

深部(~20 km)へ続く

面的に計測される地表変位分布を最大限に活用できる
拡張性・精度が高い断層形状推定手法が必要だと感じた

地表の情報から断層形状を求める既往の方法

2手法に大別できる

断層関連褶曲理論に基づく
バランス断面法を用いる方法

Suppe, J., *Am. J. Sci.*, 1983.
Shaw, J. H. and Suppe, J.,
Geol.Soc.Ame.Bull., 1994

主なユーザ：地質学・地理学系研究者

Okadaのディスロケーション
モデルに基づく方法

Okada, Y., *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1985.
Okada, Y., *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1992.

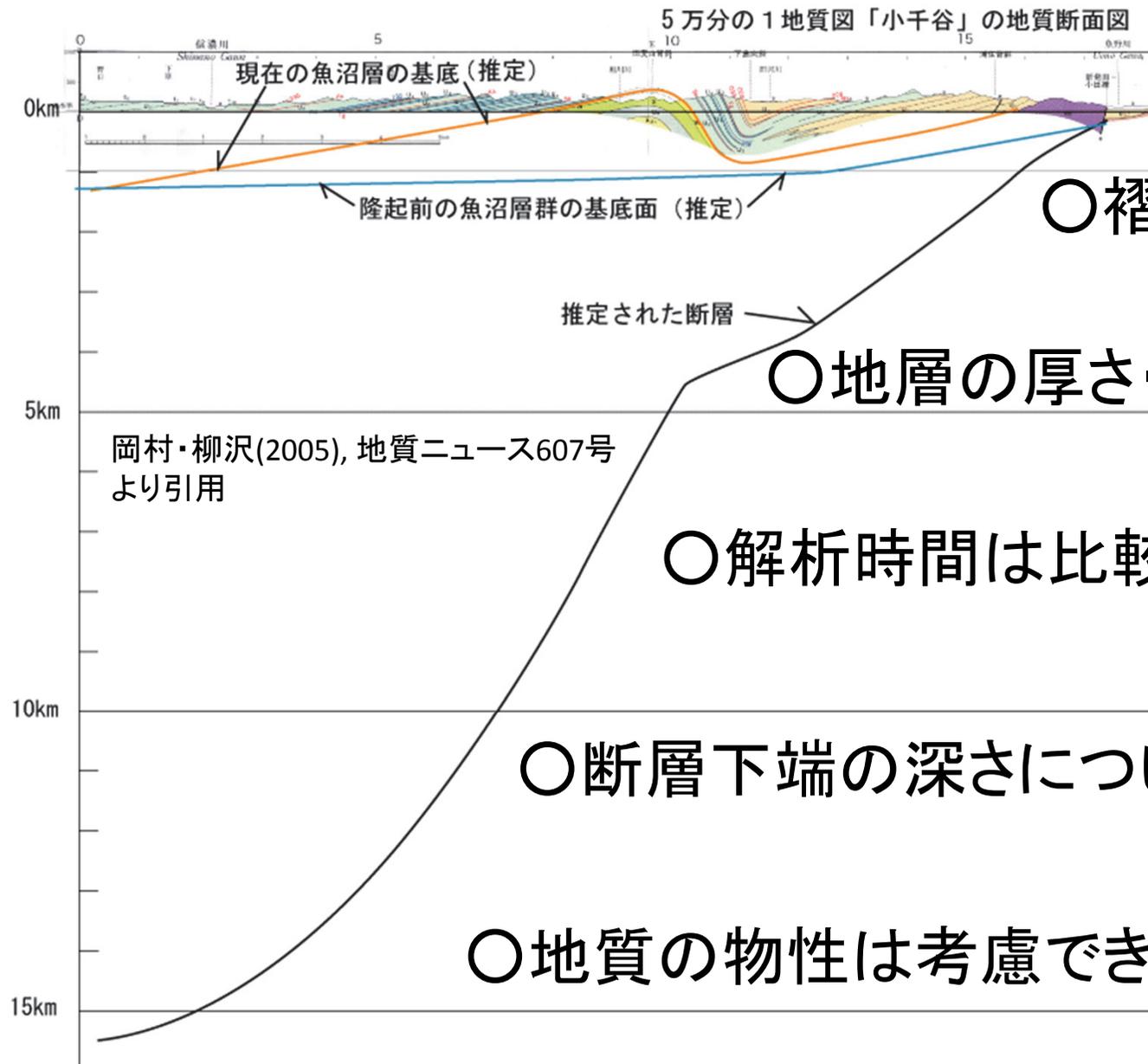
主なユーザ：地震学系研究者

土木技術者にはなじみがない？
高価なソフトしか存在しない？
一定の経験が必要？

土木技術者には親近感がある？
設定が易しい？
フリーのコードが存在

あくまでも私調べ

バランス断面法の特徴



○褶曲構造が必要

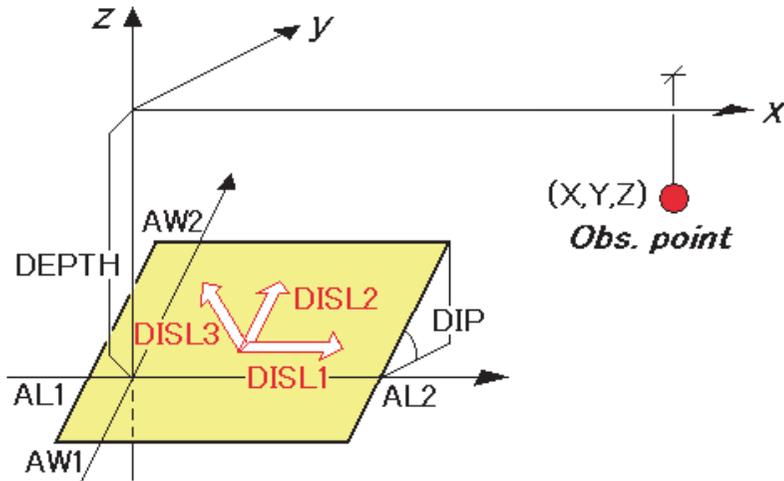
○地層の厚さ・長さが変化しない

○解析時間は比較的短い

○断層下端の深さについての情報が必要

○地質の物性は考慮できない

Okadaのディスロケーションモデルの特徴



岡田 義光氏 作成のプログラム、DC3Dのウェブサイトより引用

○単一材料の半無限弾性体を対象
(材料の物性分布は考慮できない)

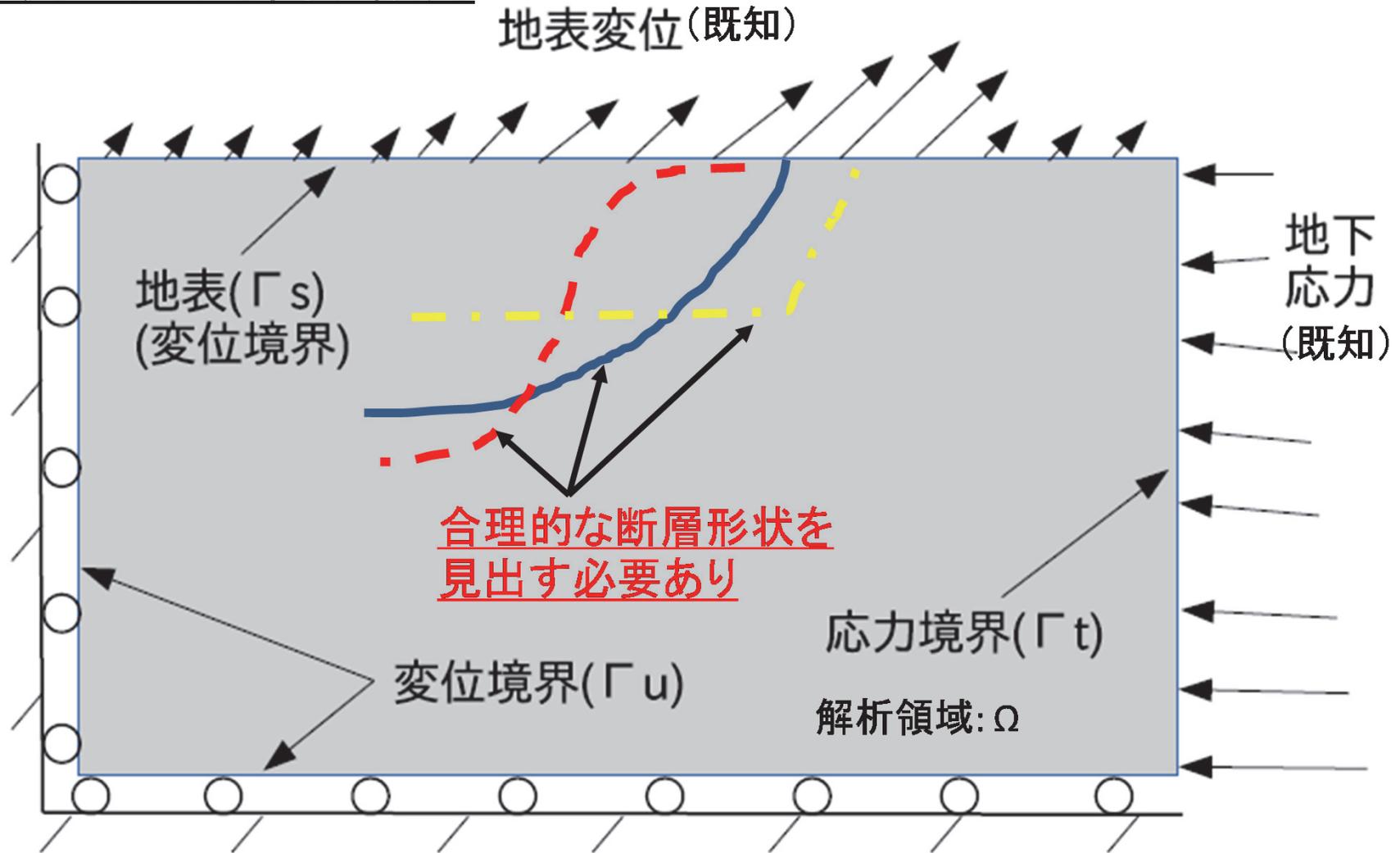
○解析時間は極めて短い

○断層のサイズについては別の情報から
決める場合が多い

○何らかの方法で定めた断層面を用いて断層面上の
すべりと地表の変位分布を議論することが多い

○平面以外の断層を模擬する場合は何らかの工夫が必要

本研究における問題設定

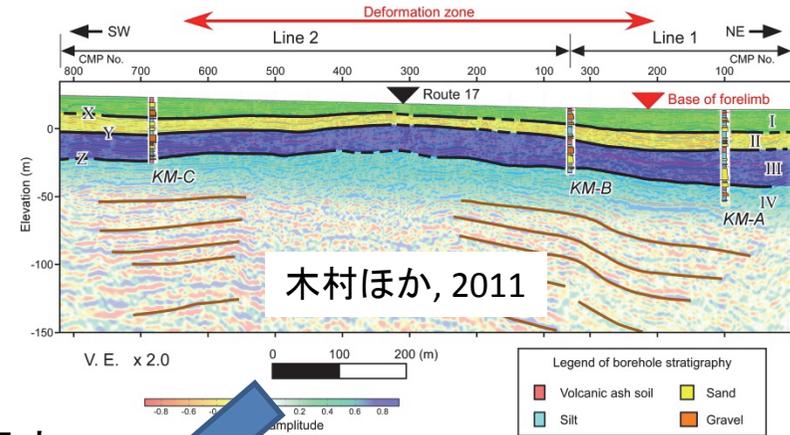


応力のつり合いと境界条件を満たす(無数の)断層形状のうち、(別途計測された既知の)地表変位分布を最も説明し得る断層形状を1つ求めなさい

問題を解くための提案手法

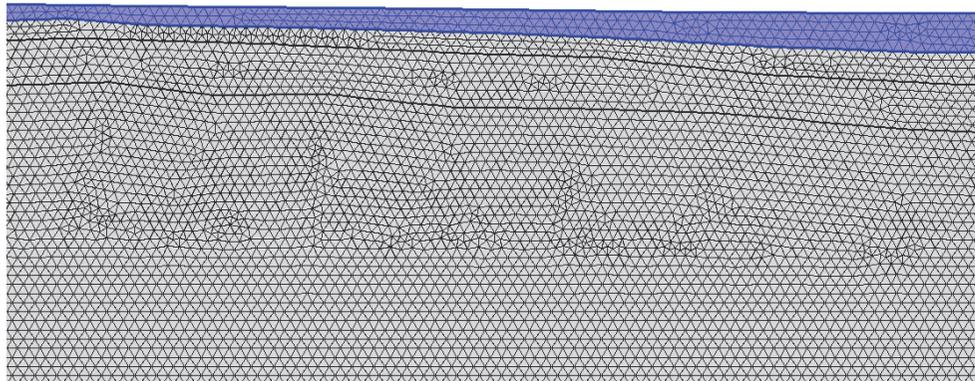
位相最適化(後述)と汎用性が高い
有限要素法を組み合わせる

- 境界で変位制御・応力制御が自由自在
- 地層の分布様式・物性分布を考慮できる
- 断層の規模・形状に関する情報は不要(これを探す)
- 他の手法と同じく地表での変位分布が必要



地表から深くなるにつれて地層Ⅰ, 地層Ⅱ, 地層Ⅲ, 地層Ⅳ (4層構造)

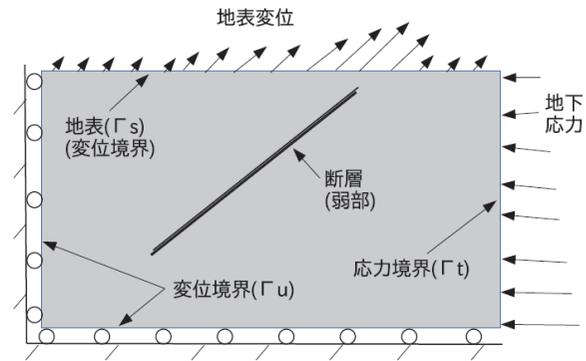
地表の除く境界を**変位制御**, 変位は深部変形解析結果の地表付近でのデータを入力



450 < x < 900の領域を拡大

既往の方法と本手法の比較 (竿本の主観に基づく)

- 有限要素法に基づくため拡張性が高い
- 位相最適化が大自由度に対応しているため
原理的に様々な形状の断層に対応可能

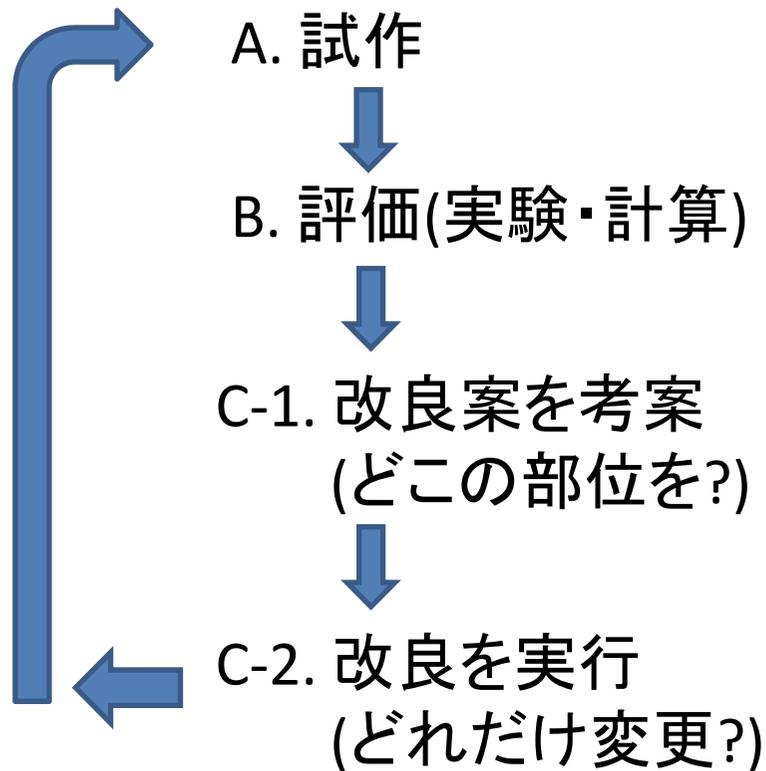
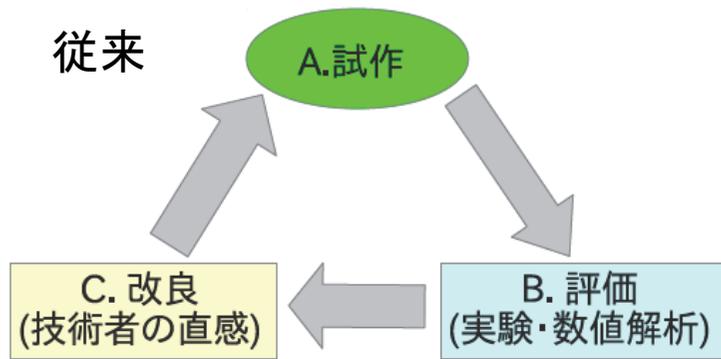


	バランス断面法	Okadaモデル	提案手法
対象とする変形が生じる時間	長い 褶曲が形成される程度	短い 弾性体近似がなりたつ範囲	短い 弾性体近似がなりたつ範囲
境界条件の自由度 (変位制御・応力制御等)	△?	半無限弾性体	◎
地層の物性分布	考慮不可能	考慮不可能	考慮可能
計算時間 人間の試行錯誤部を除く	○	○	△
地表変位の再現精度	○?	○?	◎
解探索時の人依存性	大?	中?	小

発表内容

1. 研究の背景・目的
2. 位相最適化について
3. 断層形状推定問題の定式化
4. 断層形状推定の数値解析例

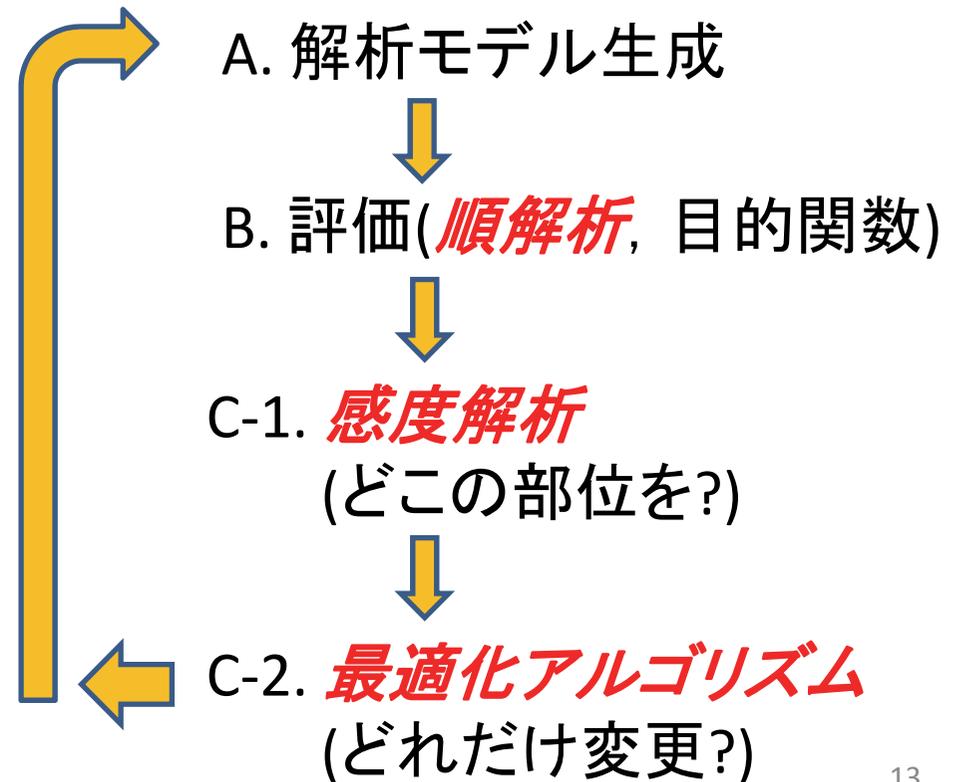
最適化解析の手続き (モノの設計を例にして)



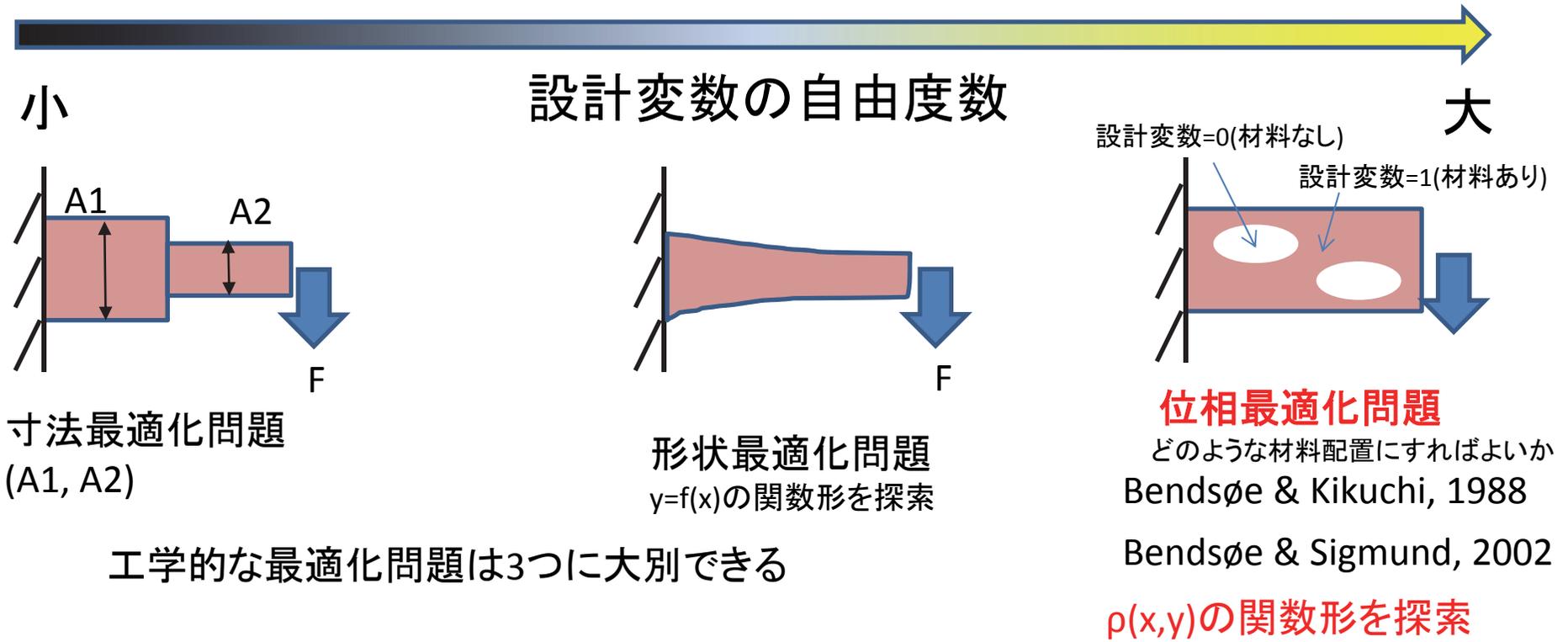
実際に試作する前に
計算機内で最適案を創出



(DELLのウェブサイトより引用)



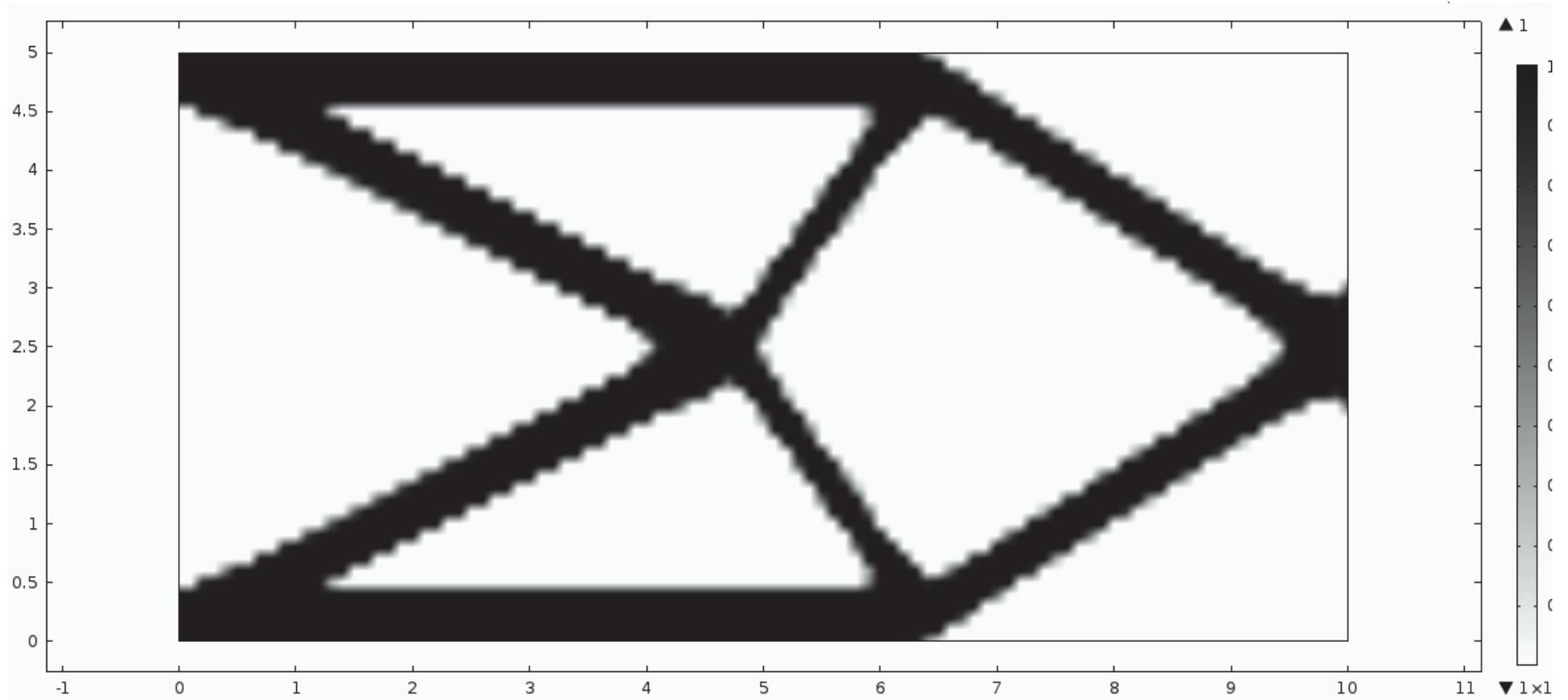
位相最適化とは (トポロジー最適化とも呼ばれる)



位相最適化

- ・ 関数の形を決めればある値(目的関数値)が定まる
- ・ 関数を色々変化させて、目的関数値が最小となる関数形を求める
順解析→感度解析→最適化のループを終了基準まで実行し続ける

位相最適化とは (トポロジー最適化とも呼ばれる)



位相最適化

- ・ 関数の形を決めればある値(目的関数値)が定まる
- ・ 関数を色々変化させて、目的関数値が最小となる関数形を求める
順解析→感度解析→最適化のループを終了基準まで実行し続ける

事例紹介(1) 液状化対策工ドレーンの形状最適化

フローチャート

目的関数: 解析領域の圧力水頭の平均値を最小化

拘束条件: 透水問題の支配方程式(偏微分方程式)



1. FEMで透水の支配方程式を解く
2. 随伴変数法を用いた感度解析
3. 逐次2次計画法による非線形最適化

ドレーン形状更新

1, 2, 3 の繰り返し

評価→改良→評価・・・の試行錯誤ループに対応

$$\text{Minimize}_{\rho} \int_{\Omega} |\nabla T|^2 d\Omega \quad (\text{解析領域の全水頭の平均値を最小化})$$

subject to

$$0 < \rho \leq 1 \quad (\text{設計変数の取りうる範囲、0:地盤、1:ドレーン})$$

$$\int_{\Omega} \rho d\Omega = \tilde{V} \quad (\text{全面ドレーンとなるのを防止、ドレーンの総体積が}\tilde{V}\text{)})$$

$$K(\rho) = \rho^p K_0 \quad (2), (3), (4)$$

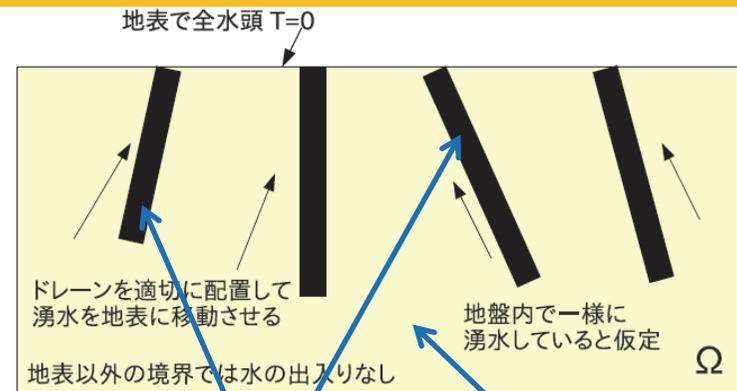
(設計変数と透水係数の関連づけ, SIMP法, p=3が推奨値)
Solid Isotropic Material with Penalization

$$-\nabla \cdot (K(\rho)\nabla T) = Q$$

$$T = 0 \quad \text{地表面}$$

$$\nabla T \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{地表面を除く境界}$$

支配方程式
湧きだしを含む連続の式
(流速にはダルシーの式を適用)



黒の領域は同等の透水性のよい材料で置換

$\rho=1$: ドレーン領域

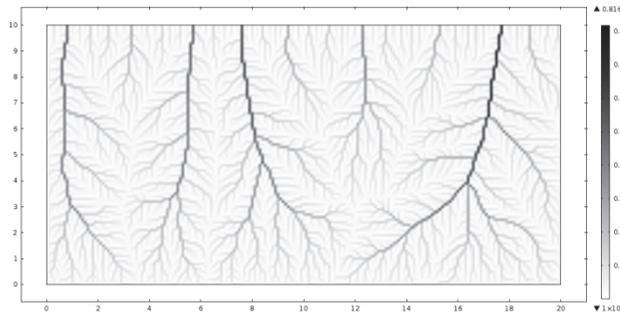
$\rho=0$: 地盤

偏微分方程式を拘束条件に持つ最適化問題

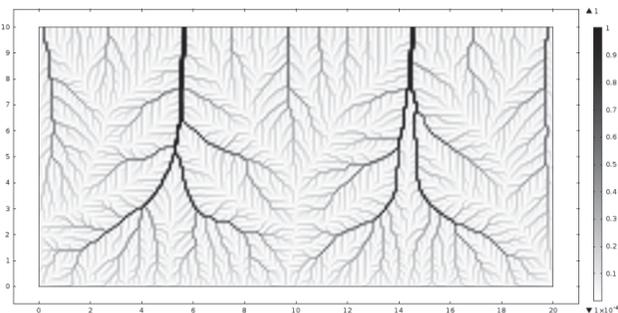
PDE(Partial Differential Equation) constrained optimization

目的関数が最小となるように設計変数 $\rho(x,y)$ をうまく配置する問題

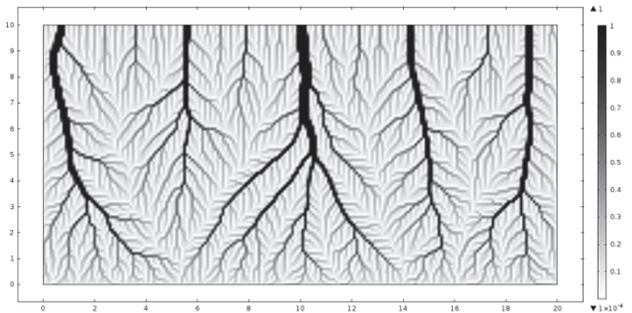
事例紹介(1) 最適化されたドレーン形状: 設計変数 ρ [0-1]の分布



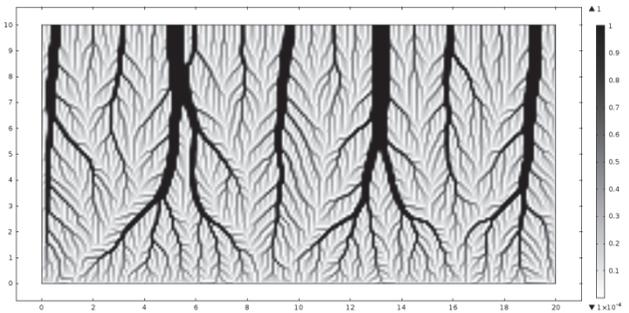
面積比 5%



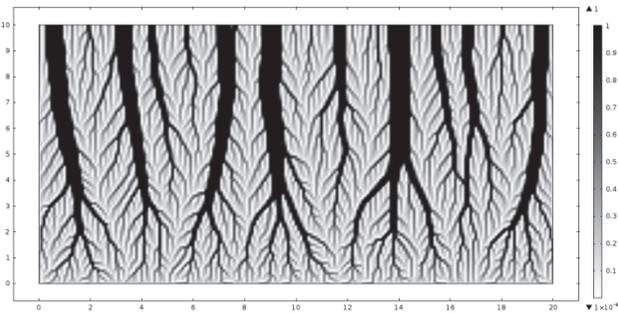
面積比 10%



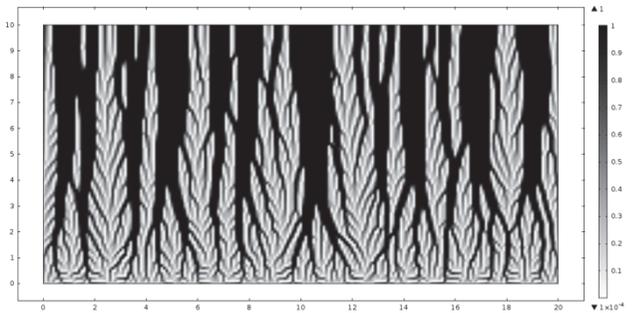
面積比 20%



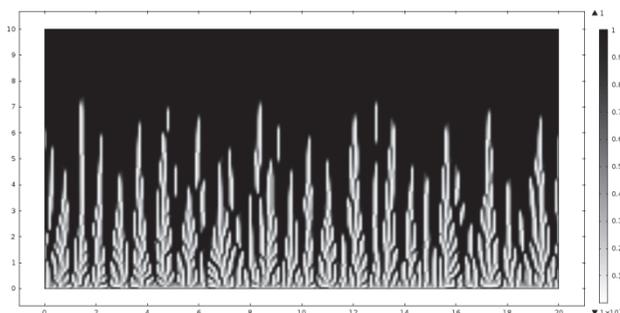
面積比 30%



面積比 40%



面積比 60%



面積比 80%

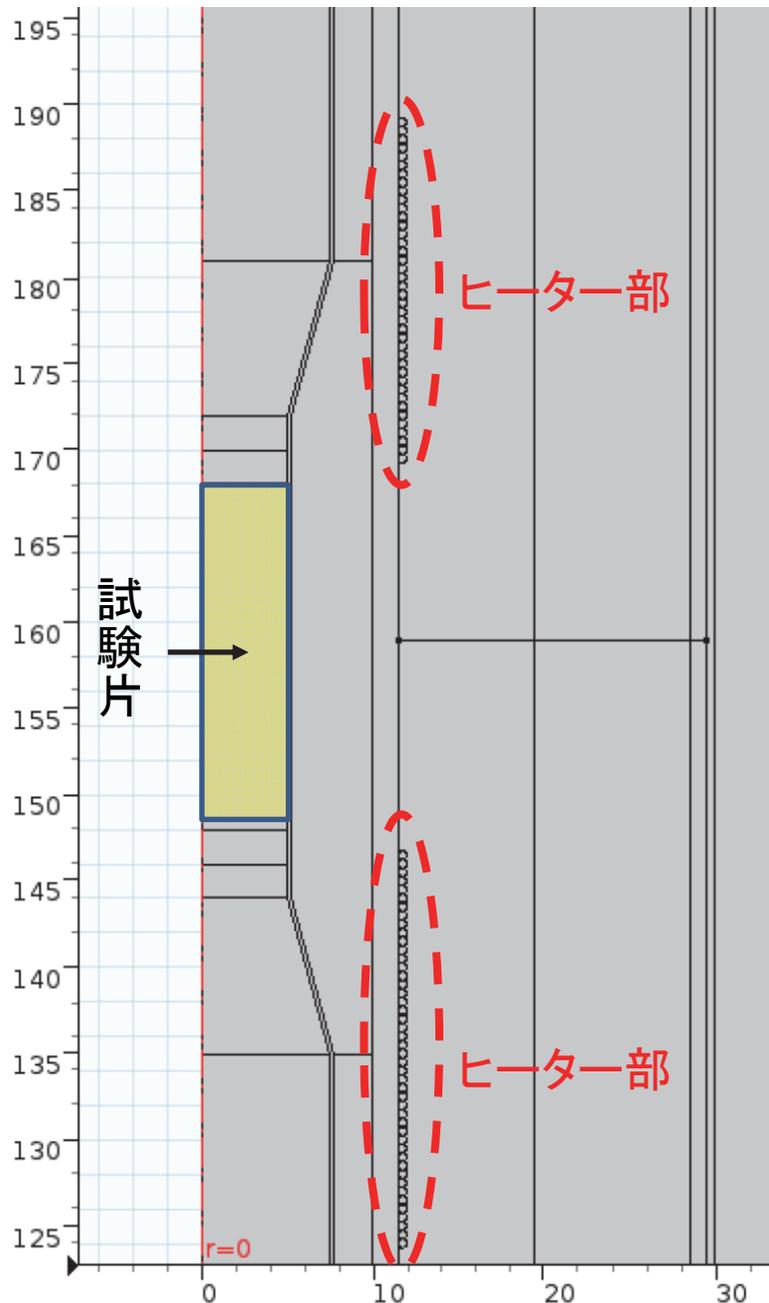
○黒い領域がドレーン

○植物の根のような形状

竿本・吉見, 2012.

事例紹介(2) 実験装置内の発熱量分布の最適化

竿本・重松、2015



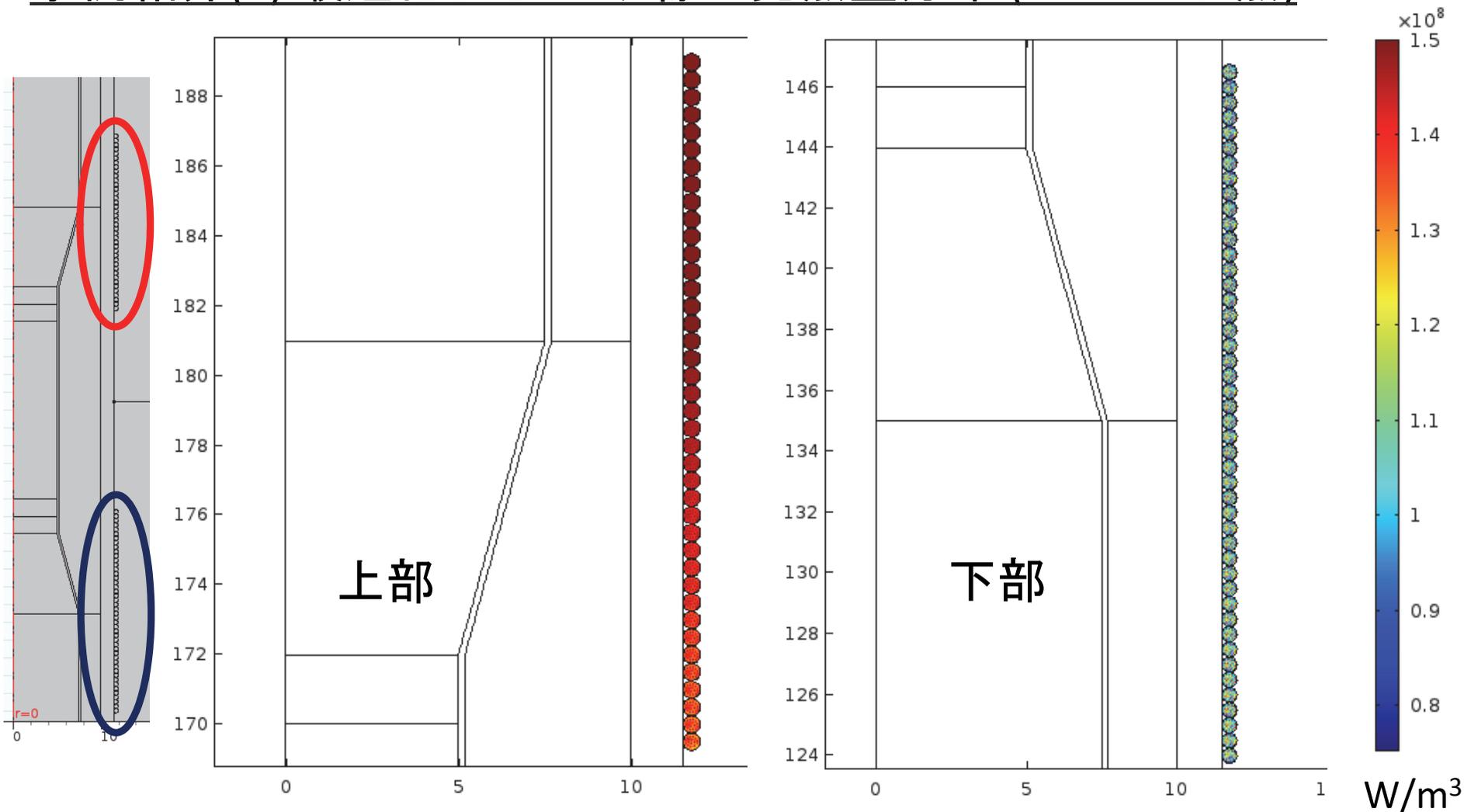
試験片の温度を制御した岩石に対する
三軸圧縮試験

試験片の温度が均一に800°Cになるよ
うにヒーター部の発熱量分布を最適化

トポロジー最適化技術を応用

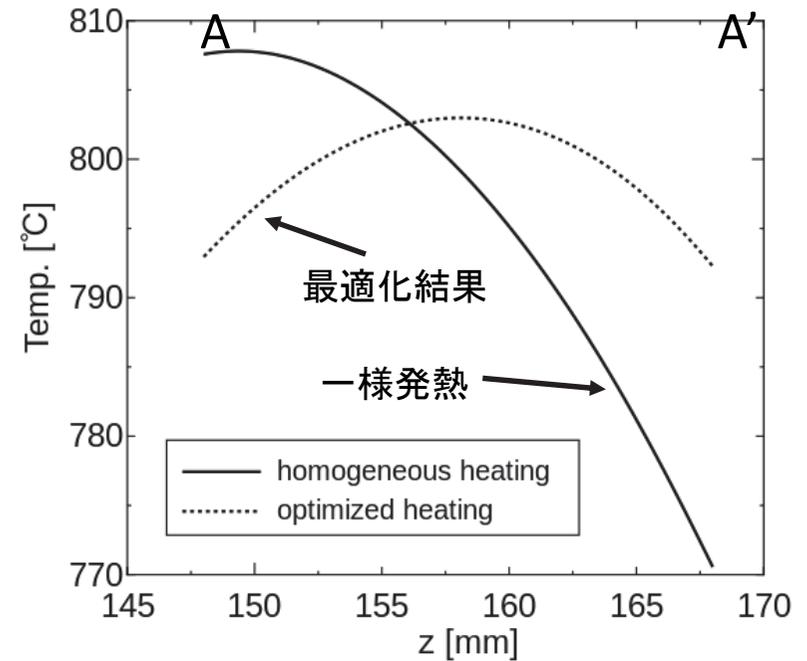
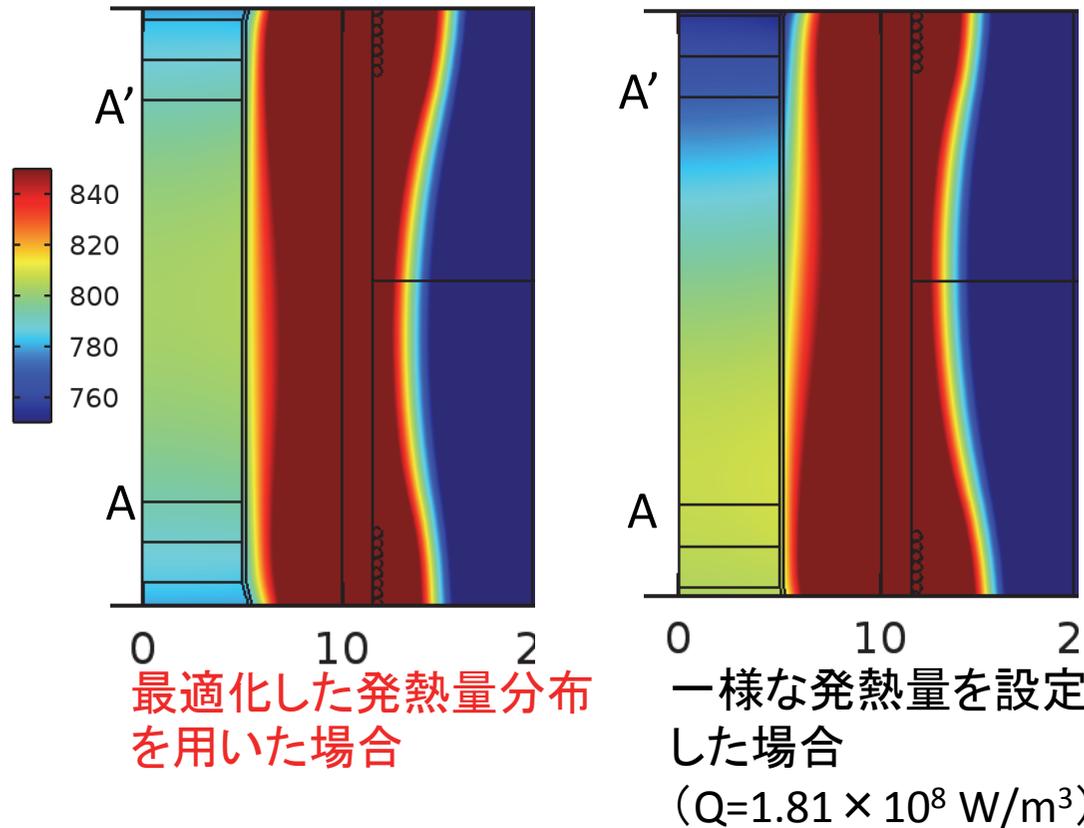
実機ではヒータの巻き数に発熱量分布を反映

事例紹介(2) 最適化したヒータ線の発熱量分布 (2ゾーン加熱)



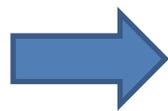
上部は発熱強度のグラデーションがわかりやすい
下部は発熱強度のグラデーションが強くない、ほぼ一定
実機では、ヒーター線の巻き数を調整して実装

事例紹介(2) 発熱量分布の最適化結果: 試験片の温度分布(2ゾーン加熱)



800°Cがねらいの温度

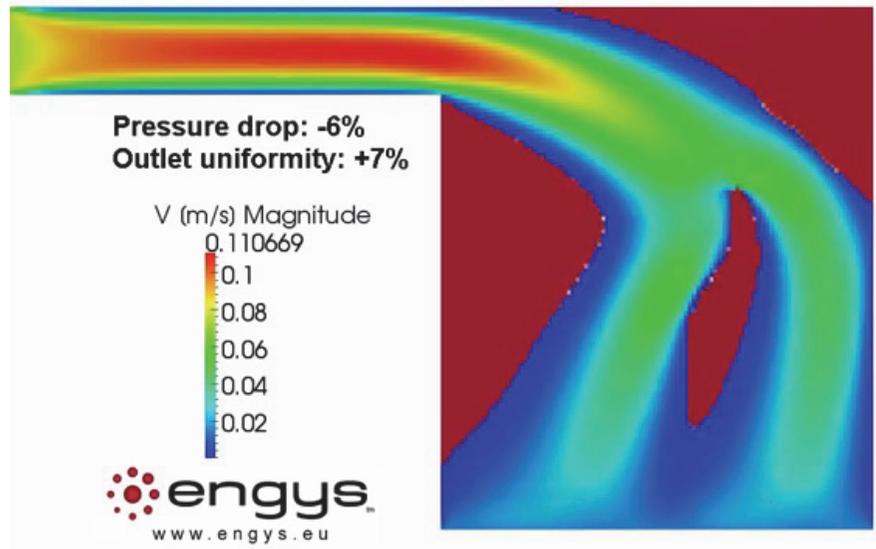
最適化した発熱量分布を用いた場合平均的に2.7°C程度の差があるが、一様に発熱する場合に比べて均一な温度分布となる



トポロジー最適化の温度制御への有効性を確認

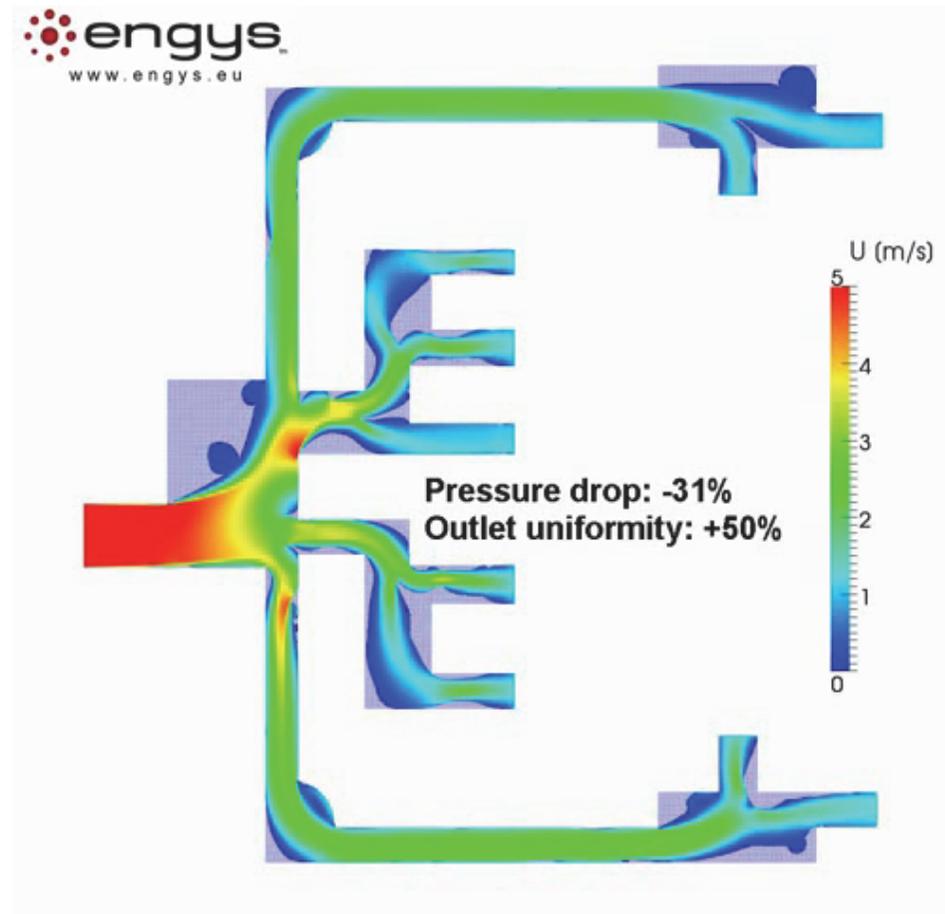
計算時間: 約3.7時間 (自由度: 約72000, 約280回の反復)

事例紹介(3)



目的関数
圧力損失の最小化および
出口での流速のバラツキを最小化

制約条件
流れの方程式
(連続の式、N-S方程式)



engys社、HELYX® Adjoint ソルバーのデモより

位相最適化についてのまとめ

- 位相最適化は煩雑であるが汎用性が高く、設計変数の自由度が極めて大きい場合に有効

最適化問題の雛形 (位相最適化に限らず)

最小化 or 最大化

目的関数 (系の平均温度, 系の平均圧力, 観測結果と計算結果の残差など)

subject to

制約条件

$0 < \rho < 1$ 変数の取りうる範囲の指定など
不等式制約 (上限, 下限値)

$F(x, y, u, v; \rho) = 0$ 順問題の方程式など
等式制約 (透水の方程式, 応力の釣合式)

梁の位相最適化の場合

minimize $\int_{\Omega} \frac{1}{2} \varepsilon : D(\rho) : \varepsilon d\Omega$
系の弾性ひずみエネルギーを最小化

subject to

$0 < \rho \leq 1$ 設計変数の上下限

$D(\rho) = \rho^p D_0$ 設計変数と材料定数の関連付け

$\int_{\Omega} \rho d\Omega = \tilde{V}$ 材料総量の制約

$\nabla \cdot \sigma = \nabla \cdot (D(\rho)\varepsilon) = 0$

$u = \tilde{u}$ on Γ_u 応力のつり合い式

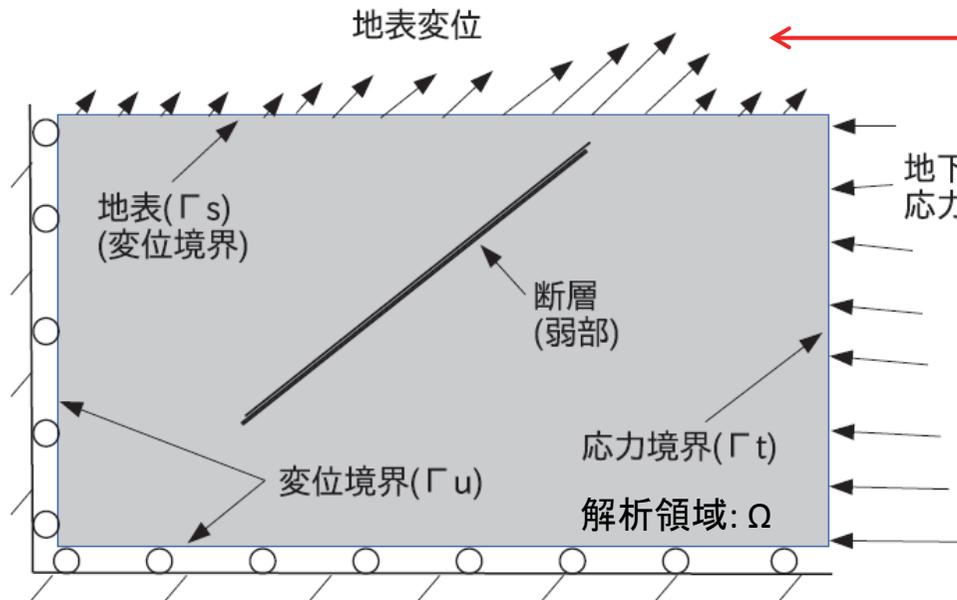
$\sigma n = f$ on Γ_f

テーマに応じて対応箇所を書き換える

発表内容

1. 研究の背景・目的
2. 位相最適化について
3. 断層形状推定問題の定式化
4. 断層形状推定の数値解析例

断層形状推定問題の定式化



地表変位: LiDAR等で評価

地殻応力:

e.g., 産総研 地殻応力場DB (~ 30 MPa)

断層形状推定問題の定式化

$$\text{minimize}_{\rho} \int_{\Gamma_s} \frac{1}{2} (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}_s) \cdot (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}_s) d\Gamma_s \quad (\text{目的関数})$$

subject to

観測結果 計算結果

$$0.01 < \rho \leq 1.00$$

$$\sigma = D : \varepsilon = \rho^3 D_0 : \varepsilon \quad (\text{設計変数と材料定数を関連づけた等方線形弾性体の構成式})$$

$$\nabla \cdot \sigma = 0$$

$$u = \tilde{u} \text{ on } \Gamma_u$$

$$\sigma n = t \text{ on } \Gamma_t$$

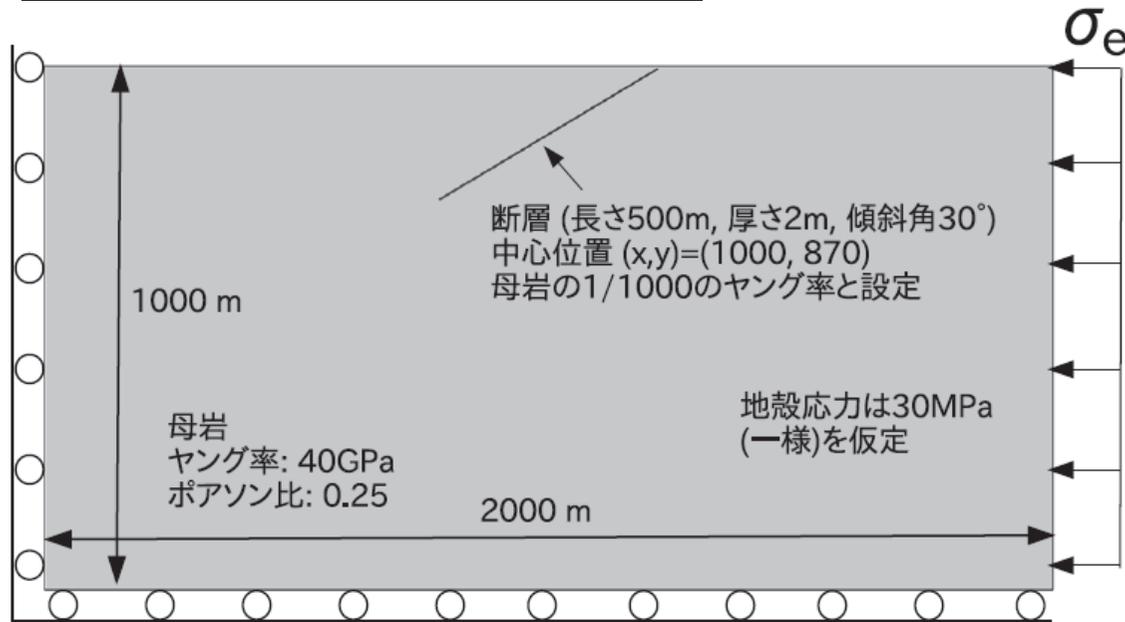
Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP法)

応力の平衡方程式

応力の釣合いを満たす材料分布のうち、地表変位場を最も再現する弱い材料の分布形態を探しなさい $\rho(x, y)$

断層の分布形態

動作検証用の問題



$$\text{minimize}_{\rho} \int_{\Gamma_s} \frac{1}{2} (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}_s) \cdot (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}_s) d\Gamma_s$$

subject to

$$0.01 < \rho \leq 1.00$$

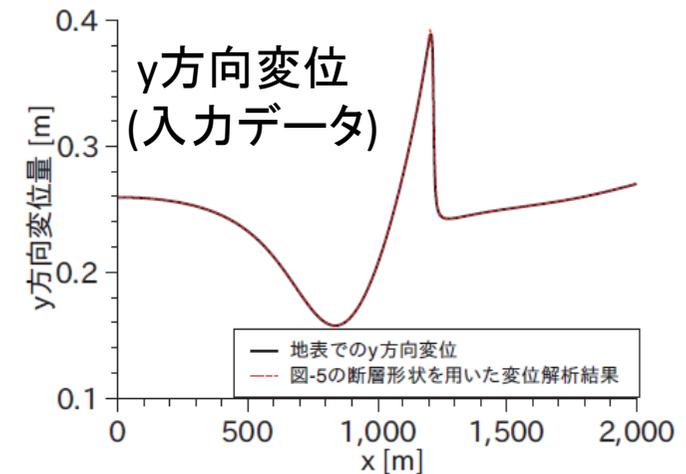
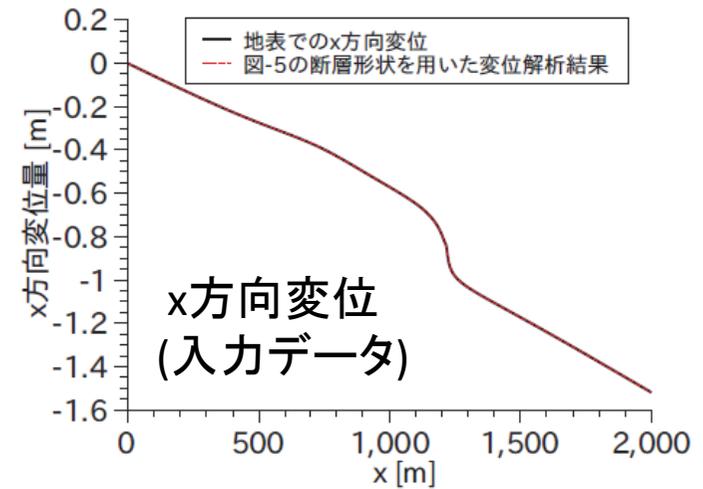
$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} : \boldsymbol{\varepsilon} = \rho^3 \mathbf{D}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0$$

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} \text{ on } \Gamma_u$$

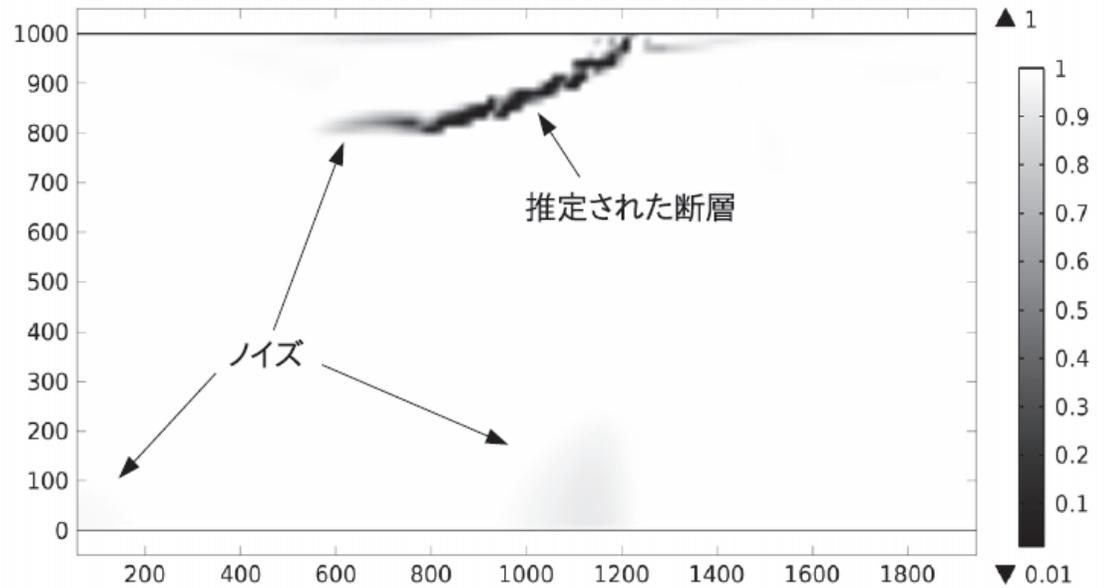
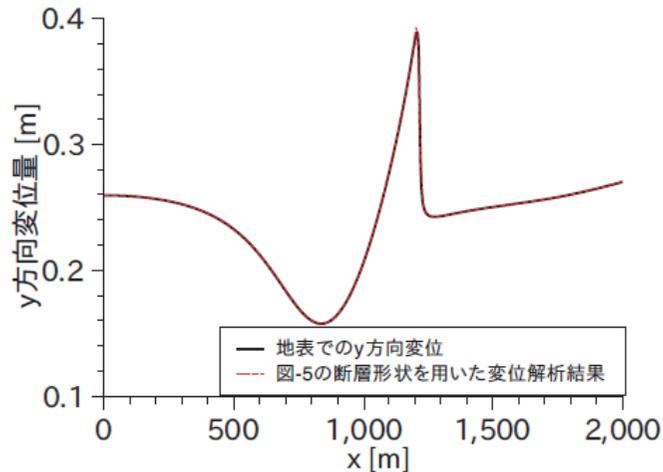
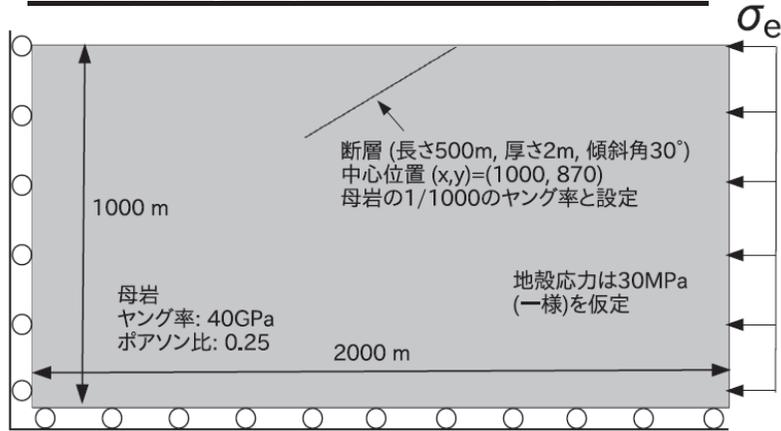
$$\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} = \mathbf{t} \text{ on } \Gamma_t$$

応力の
平衡方程式



正解: 長さ500m, 幅2m 傾斜角30° の直線状の断層

動作検証用の問題



推定された断層形状
解探索時は10mグリッドを使用

プログラムは変位をマッチさせる
という意味において正しく動作

ノイズを含むモデルを变形させた
場合地表変位は完全に一致

ノイズを自動的に削除して
正解に近づけるには？

目的関数の再考 (ノイズを取るための正則化)

$$\text{minimize}_{\rho} \int_{\Gamma_s} \frac{1}{2} (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}_s) \cdot (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}_s) d\Gamma_s \quad + \text{何か}$$

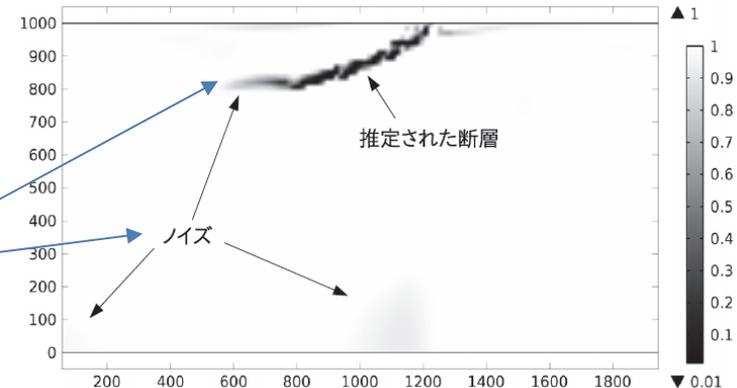
地表の変位をマッチさせる。 正則化項

使える情報はほぼ使ったように思われるが・・・

- ・応力のつり合い (弾性体の境界値問題)
- ・地表の変位をマッチさせる

他の合理的な「何か」

- ・断層面の領域(黒)を減らさないとならない



フィールド調査結果から、断層面のボリュームは、解析領域のボリュームに対して十分小さいと考えられる (スパース性)

なるべく断層面が少ない(健全領域が多い)方が評価が高くなるように、「何か」を追加

健全領域: $\rho = 1$
断層領域: $\rho \ll 1$

$$\int_{\Omega} \rho d\Omega \quad \text{が大きいほど全体として健全}$$

目的関数の再考 (ノイズを取るための正則化)

$$\underset{\rho}{\text{minimize}} \int_{\Gamma_s} \frac{1}{2} (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}_s) \cdot (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}_s) d\Gamma_s - \alpha \int_{\Omega} \rho d\Omega$$

subject to

$0.01 < \rho \leq 1.00$ 地表の変位をマッチさせる。

$$\sigma = D : \varepsilon = \rho^3 D_0 : \varepsilon$$

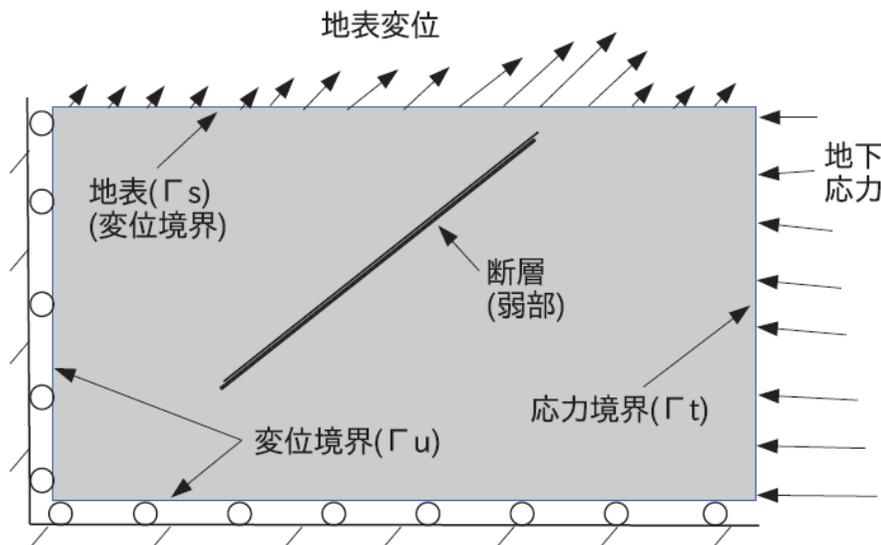
$$\nabla \cdot \sigma = 0$$

$$u = \tilde{u} \text{ on } \Gamma_u$$

$$\sigma n = t \text{ on } \Gamma_t$$

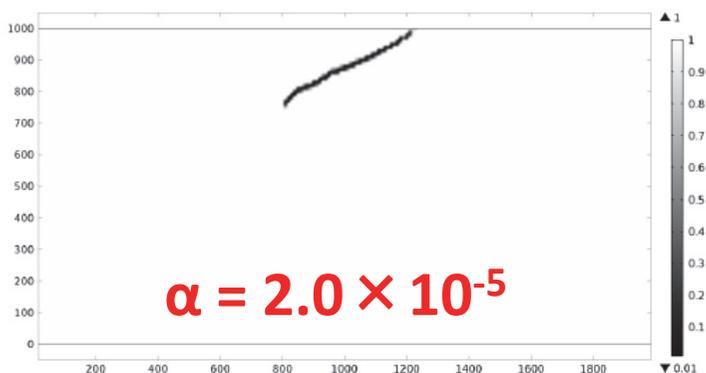
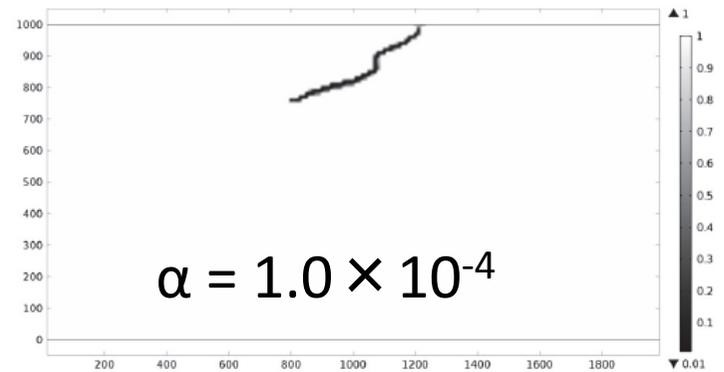
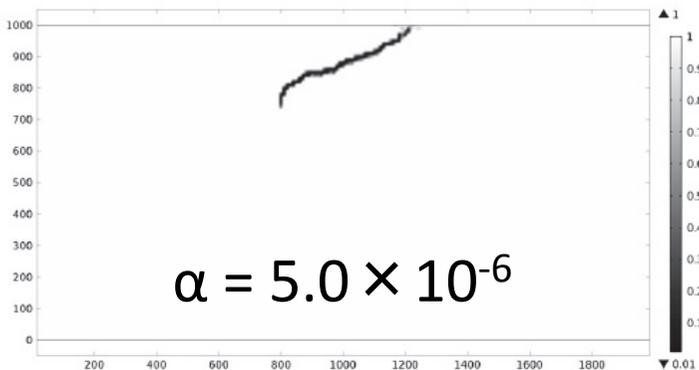
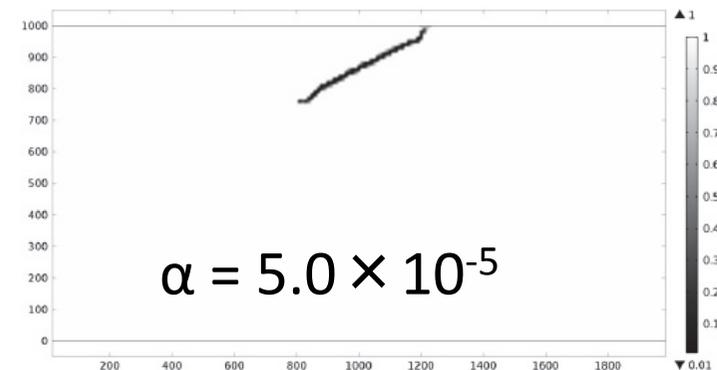
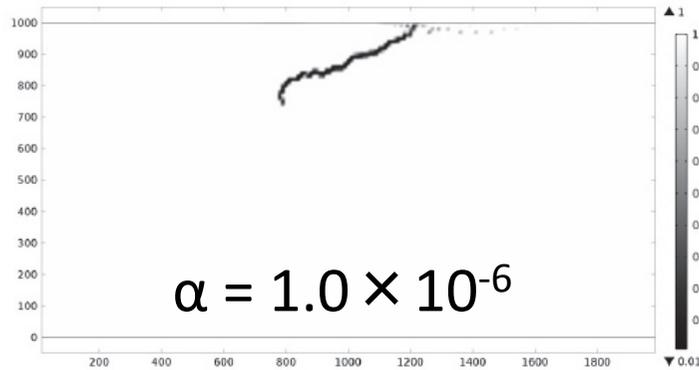
なるべく少ない断層量で。

α は小さい正の実数



α はパラメータ
スタディーを通して決定

重み α の調整 (10mメッシュの場合)

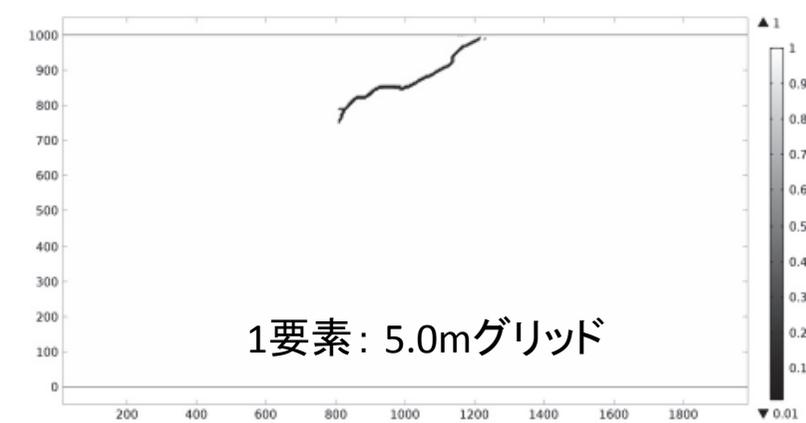
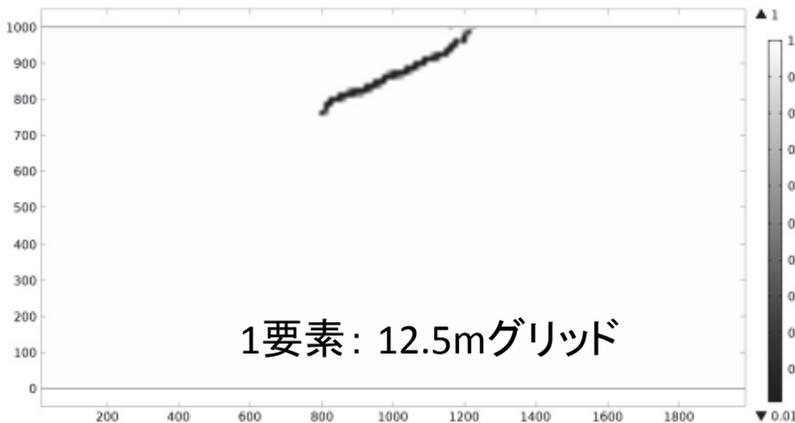
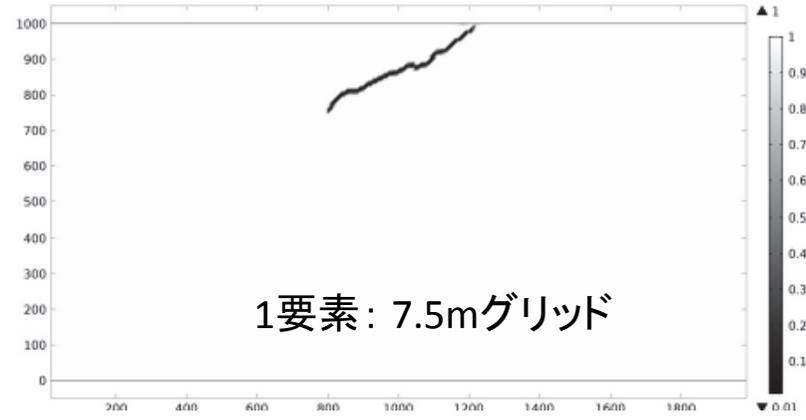
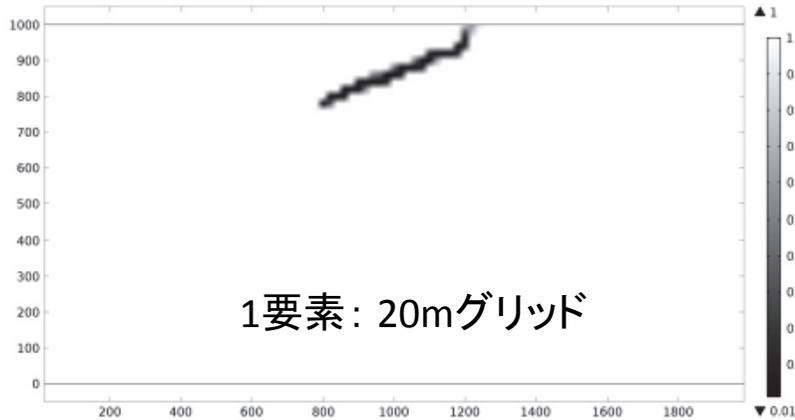


今回は $\alpha = 2.0 \times 10^{-5}$ を採用

10m グリッドに対する
調整値であることに注意

提案手法から求まる解のメッシュサイズ依存性について

10mグリッドで調整した $\alpha = 2.0 \times 10^{-5}$ を全てのケースで使用



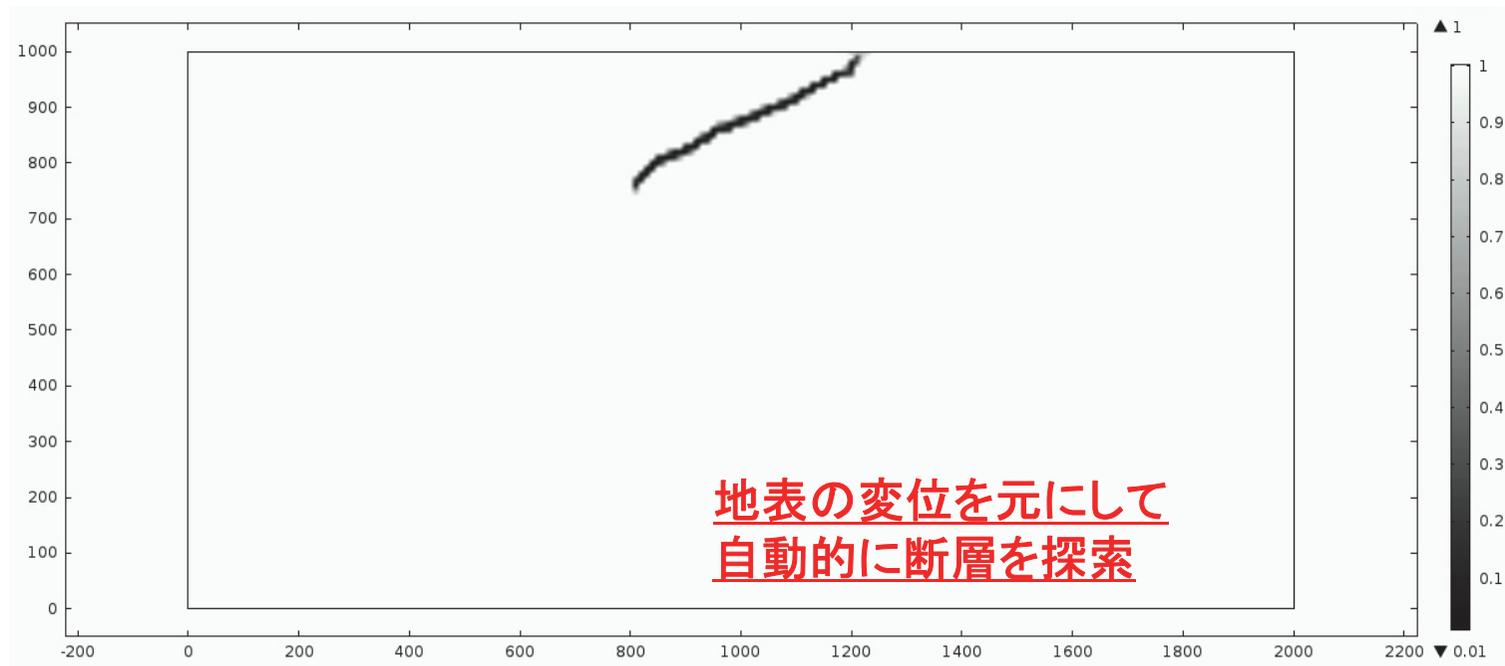
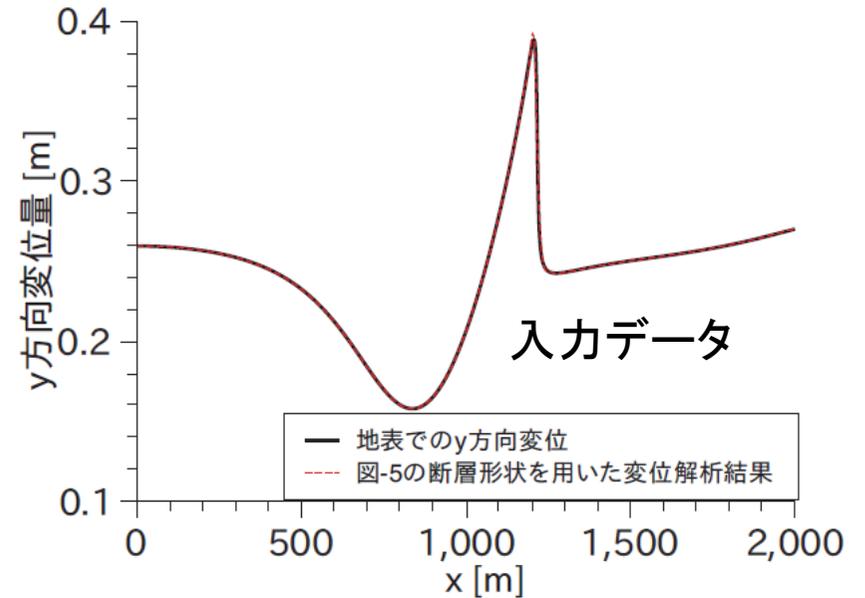
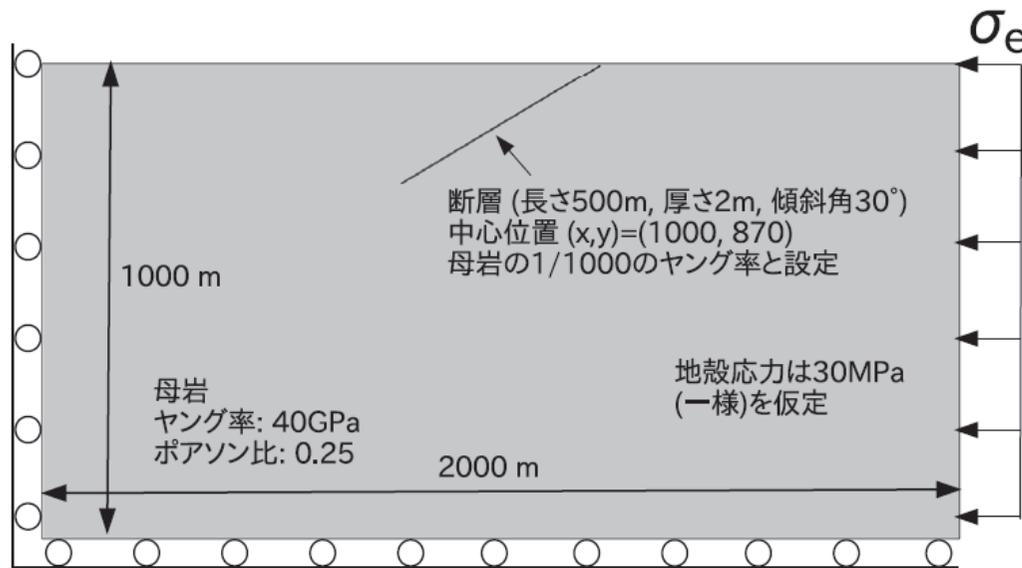
調整した解像度よりもグリッド間隔が

- ・粗い場合は解のメッシュ依存性は強くは出ていない
- ・細かい場合は注意が必要

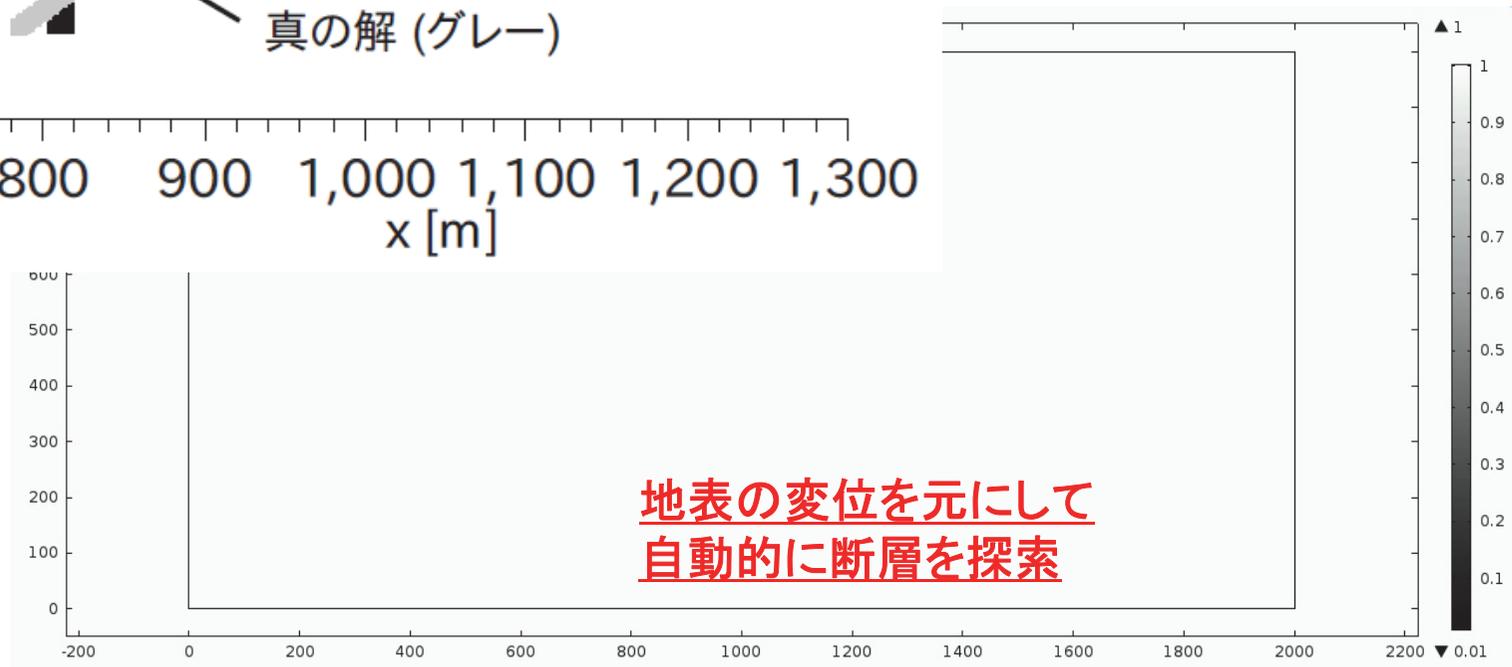
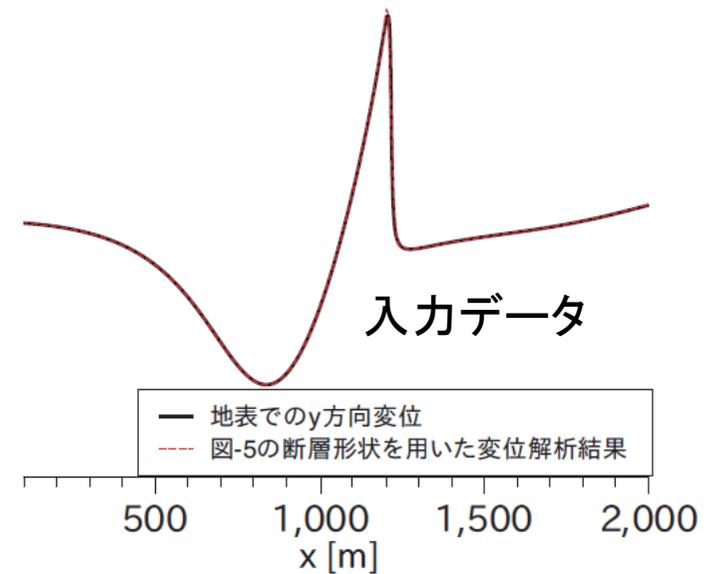
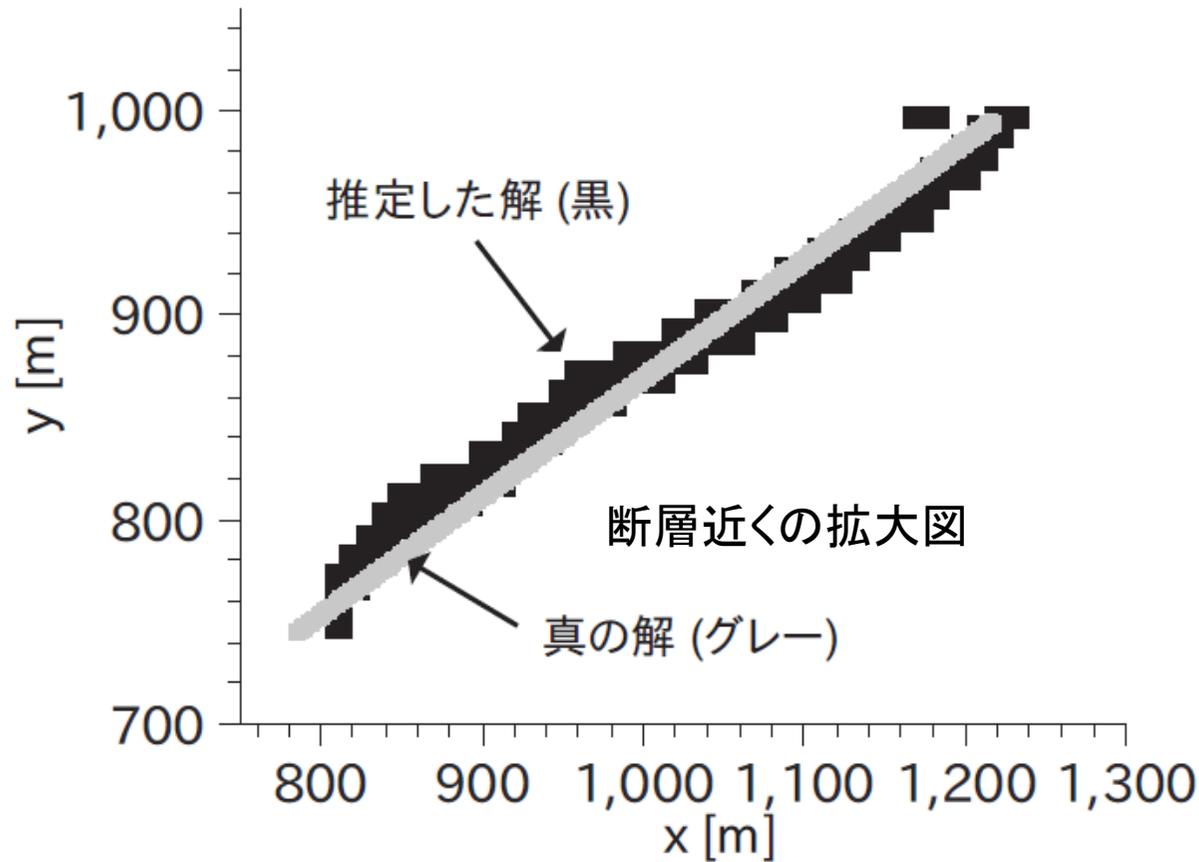
発表内容

1. 研究の背景・目的
2. 位相最適化について
3. 断層形状推定問題の定式化
4. 断層形状推定の数値解析例

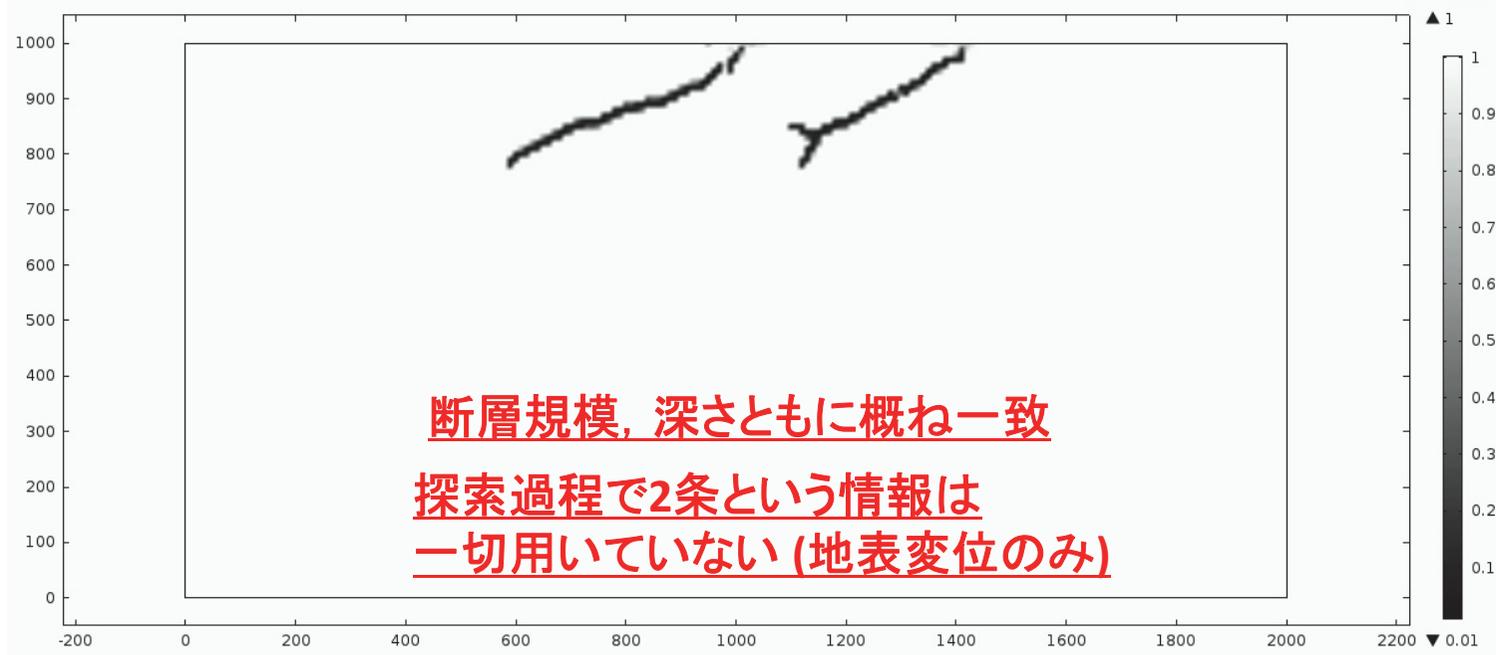
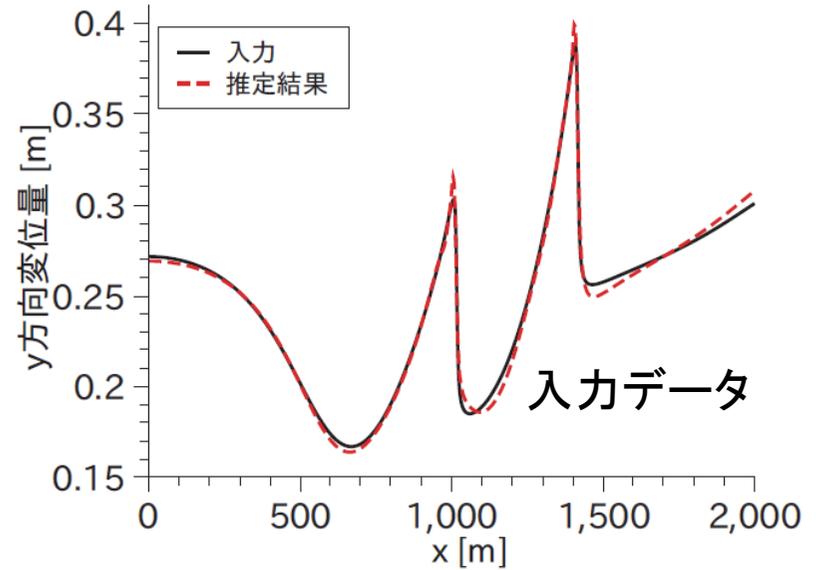
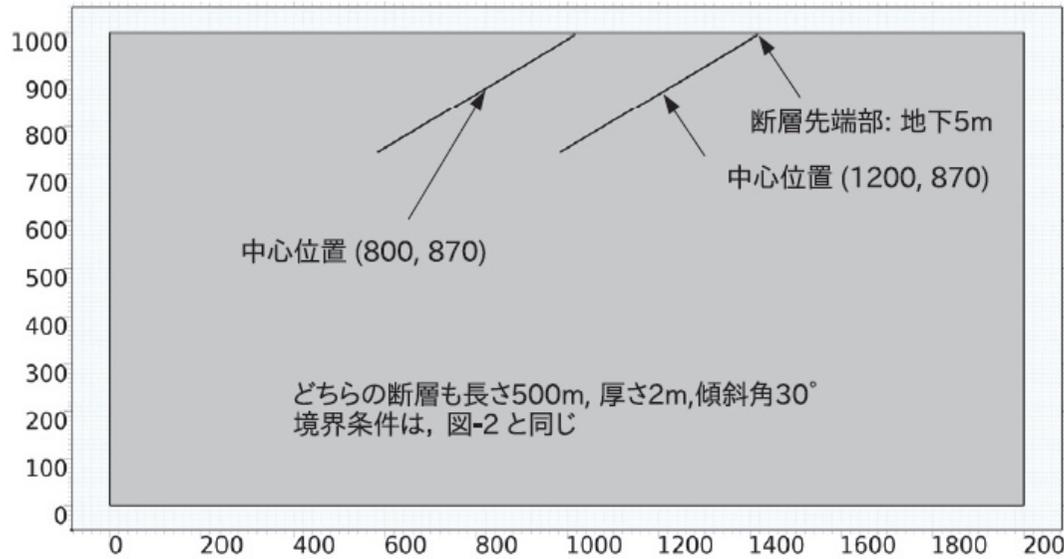
断層形状の推定例（低角逆断層）



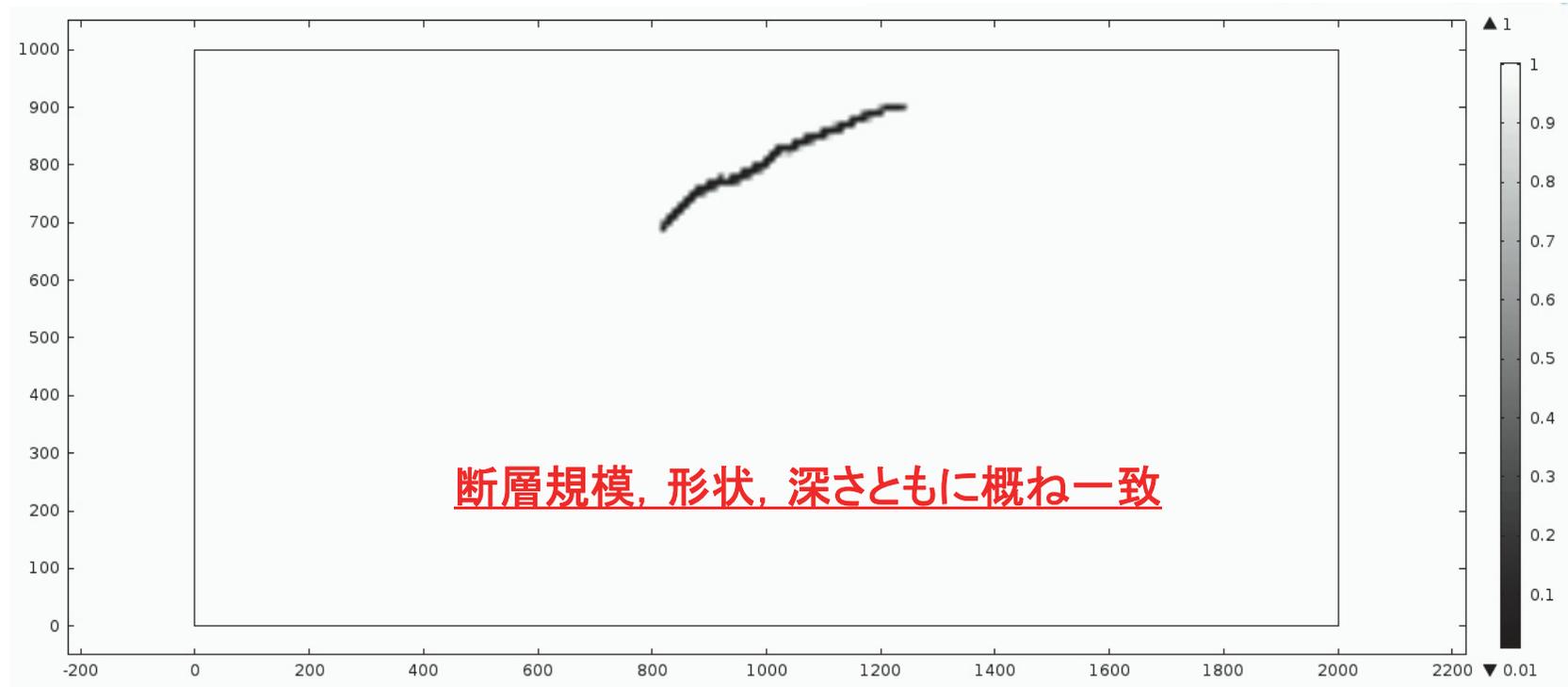
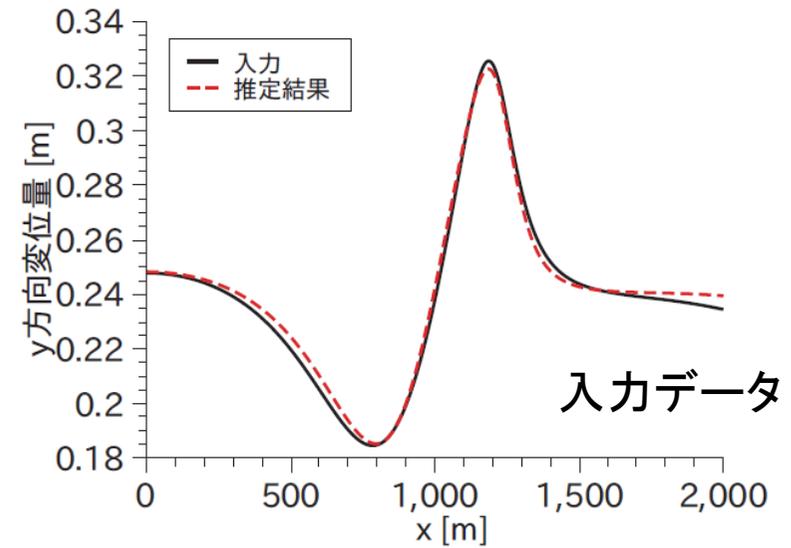
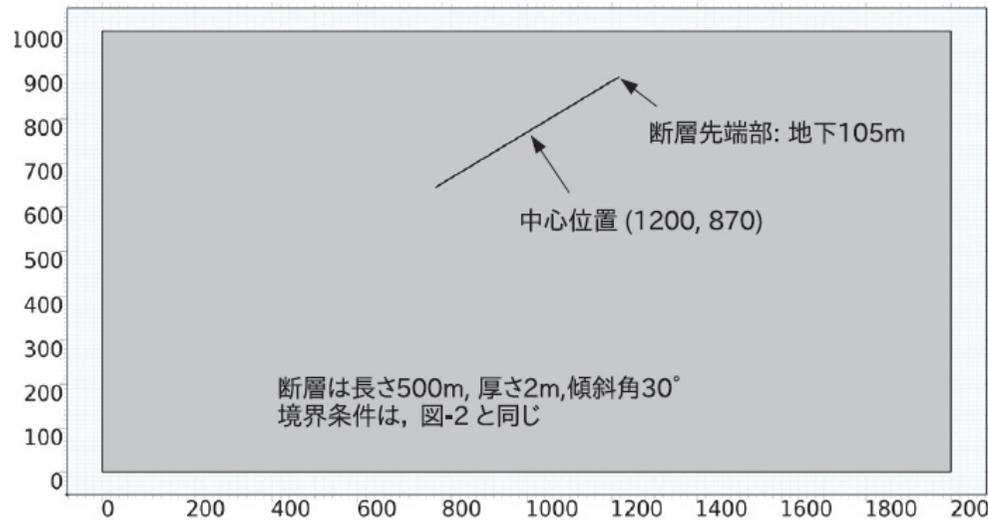
断層形状の推定例（低角逆断層）



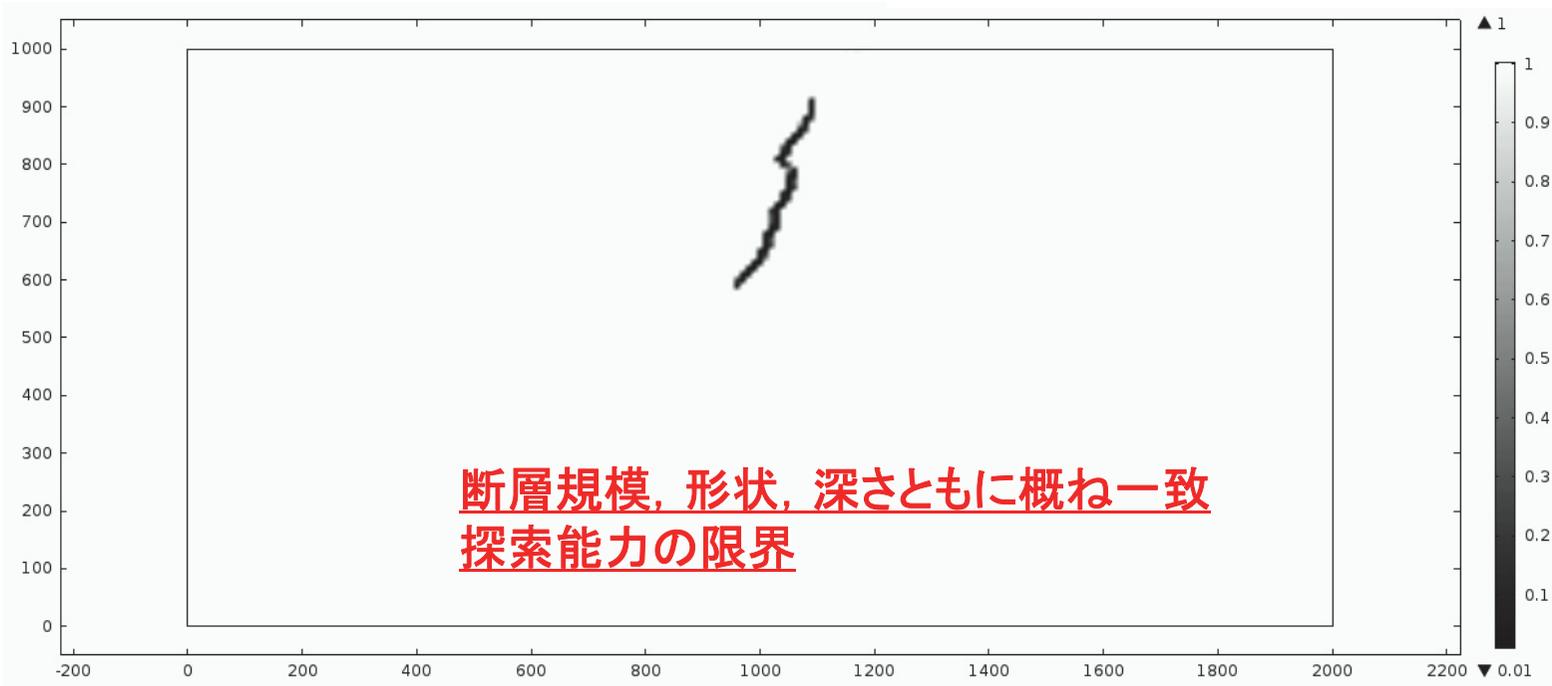
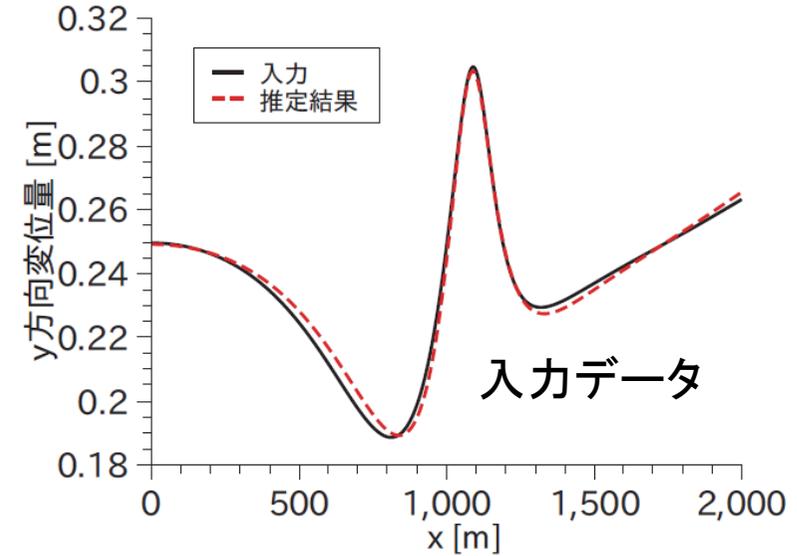
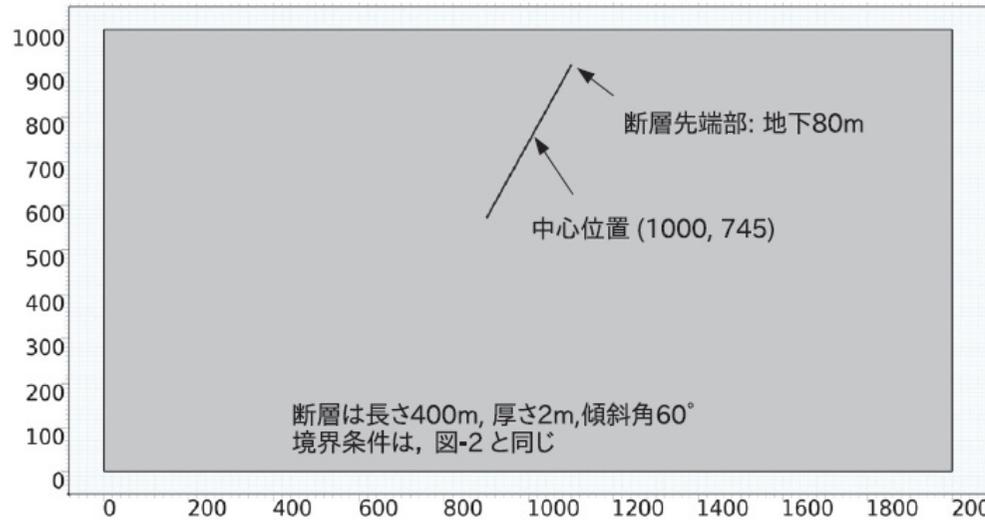
断層形状の推定例 (低角逆断層, 2条)



断層形状の推定例 (低角逆断層, 断層先端部が地下105mの場合)



断層形状の推定例 (高角逆断層, 断層先端部が地下80mの場合)



まとめ

- 位相最適化手法に基づき断層形状推定問題を定式化
- 位相最適化(SIMP法)と有限要素法を組み合わせ、断層形状推定システムを構築
- 目的関数に付与した正則化項のパラメータ調整を実施
- 提案手法のメッシュ依存性を検討 (依存性は強くない)
- いくつかの数値解析例を通じて性能を評価し、一定の精度で断層形状が探索できることと、手法の適用限界を確認した